Inhaltsverzeichnis

Anhang A

Dokumentation der entwickelten Software-Pakete

Dieses Kapitel gibt einen Überblick über die Implementation der entwickelten Verfahren und daraus resultierenden Methoden zur Berücksichtigung räumlicher Variabilität in MATLAB®. Die Dokumente wurden mit MATLAB® R2019b erstellt, eine Kompatibilität mit älteren Versionen kann nicht garantiert werden. Es wird an dieser Stelle kein Anspruch auf Vollständigkeit im Bezug auf die enthaltenen Möglichkeiten erhoben, vielmehr soll nachfolgende Dokumentation dazu dienen einen ersten Einblick in die Vorgehensweise bei der Anwendung zu geben.

A.1 Software A - Hierarchisches Lernen von Zufallsfeldern

Das hierarchische Lernen von Zufallsfeldern aus Messdaten kann unterschiedlich komplex ablaufen, je nachdem welche Informationen vorhanden sind und im Verlauf der Analyse berücksichtigt werden sollen. Für den theoretischen Hintergrund wird an dieser Stelle auf Kapitel **??** verwiesen. Zunächst wird der räumlich eindimensionale Fall behandelt, bevor die Erweiterung auf den zwei- bzw. dreidimensionalen Fall erfolgt. Das hier angewandte Beispiel ist die Betondruckfestigkeit f_c, allerdings ist die Software universell einsetzbar für beliebige Zufallsfelder.

A.1.1 Eindimensionales Zufallsfeld

Alle Eingaben erfolgen in der Hauptdatei Bayes_update_1D_main.m. Die Daten für das hierarchische Lernen werden aus einer externen Microsoft® Excel®-Datei eingelesen, welche das in Tabelle A.1 dargestellte Format aufweisen muss. Zeile 1 enthält lediglich die Information über die Daten in der jeweiligen Spalte, die tatsächlichen Daten sind ab Zeile 2 aufgelistet. Spalte A enthält eine laufende Nummer (ID) um die Datenpunkte zuordnen zu können, Spalte B enthält die gemessene Betondruckfestigkeit (f_c) in MPa und Spalte C die zugehörige Messposition z. Der Umfang der Datenmenge beträgt n Datenpaare aus Messwert und -position.

Tabelle A.1: Format der Microsoft® Excel®-Datei zum Lernen eines eindimensionalen Zufallsfelds mit der laufenden Nummer(ID), der gemessenen Betondruckfestigkeit (f_c) und der zugehörigen Messposition (z). Insgesamt sind n Messwerte und zugehörige Positionen vorhanden.

	A	B	C
1	ID	f_c [MPa]	z [m]
2	1	$f_{c,1}$	z_1
3	2	$f_{c,2}$	z_2
...	...	...	...
$n+1$	n	$f_{c,n}$	z_n

Im Hauptdokument Bayes_update_1D_main.m müssen zunächst die geometrischen Parameter festgelegt werden.

```
% Geometrie
L    = 50;   % Laenge des zu untersuchenden Bereichs [m]
L_el = 0.02; % Laenge der Diskretisierungselemente [m]
```

Zum einen ist das die Gesamtlänge des zu untersuchenden Bereichs (L [m]) und zum anderen die Länge der Diskretisierungselemente (L_el [m]), an denen die Posterior predictive Verteilung ausgewertet wird. Der zu untersuchende Bereich beginnt immer bei 0 m und endet bei L, dies ist bei der Erstellung der Microsoft® Excel®-Datei mit den Messwerten zu beachten.

Der nächste Schritt ist die Auswahl des Verteilungstyps des (a-priori-)Zufallsfelds (RF_dist). Hier kann zwischen einer Normalverteilung (N) und einer Lognormalverteilung (logN) gewählt werden, die Eingabe erfolgt als *Character array* mithilfe einfacher Anführungszeichen (bspw. ‘N’).

```
% Verteilungstyp des zu untersuchenden Zufallsfelds
RF_dist = ‘logN’; % (‘N’: Normalverteilung, ‘logN’: Lognormalverteilung)
```

Die Art des Updates (BU_type) bestimmt, ob lediglich die marginale posterior predictive Verteilung an den Diskretisierungspunkten ermittelt wird (marg) oder ob die volle multivariate Verteilung ermittelt wird (mv). Insbesondere bei einer sehr engmaschigen Diskretisierung kann letzteres zu einer erhöhten Rechendauer führen.

```
% Art des Updates (marginal oder multivariat)
BU_type = ‘mv’; % ‘marg’ oder ‘mv’
```

Die Variable plot_res ist eine *logical* Variable und kann nur die Werte true und false annehmen. Sie bestimmt ob die *posterior predictive* Verteilung und gegebenenfalls die a-posteriori Vertielung des/der unsicheren Korrelationsparameter grafisch dargestellt werden sollen (true) oder ob diese Ausgabe unterdrückt wird (false). Die Variable plot_real bestimmt die Anzahl der zufälligen Stichproben des Zufallsfelds, die erzeugt und illustriert werden. Sie kann als ganze, nicht-negative Zahl gewählt werden.

```
% Darstellung der Ergebnisse
plot_res  = true; % (plot_res = true: Ergebnisse darstellen; plot_res = false...
plot_real = 3;    % (Anzahl der Realisierungen, die illustriert werden sollen)
```

Die Wahl des Korrelationsmodells kann je nach Anwendungsfall und vorhandener Information als deterministische Variable festgelegt werden oder in einem ersten Schritt der Analyse abgeschätzt werden.

```
% Korrelationsmodell
nu    = 2.5; % Smoothness-Parameter des Matern-Modells (nur fuer Werte von...
L_c   = NaN; % Korrelationslaenge [m] (lc = NaN: Erlernen der...
g_mic = NaN; % Anteil der Mikrokorrelation (0 <= g_mic <= 1; g_mic = NaN...
```

Der *Smoothness*-Parameter des Matérn-Korrelationsmodells (nu) muss so gewählt werden, dass nu+0.5 eine ganze positive Zahl ergibt (Implementation momentan nur für nu ≤ 5.5 und nu $= \infty$). Die einzige Ausnahme bildet das quadratisch-exponentielle Korrelationsmodell, hierfür muss nu = inf (∞) gewählt werden. Das exponentielle Korrelationsmodell wird durch die Wahl von nu = 0.5 erreicht. Die Korrelationslänge (L_c [m]) kann entweder über einen nichtnegativen Zahlenwert festgelegt werden oder über die Eingabe NaN (*not a number*) als zu lernender Parameter definiert werden. Ebenso kann der Anteil der Mikrokorrelation (g_mic) als eine Zahl im Intervall $[0, 1]$ festgelegt oder über die Eingabe NaN als zu lernender Parameter definiert werden.

Die a-priori-Parameter der Normal-Gamma-Verteilung werden je nach Art und Umfang der a-priori-Information über die Verteilungsparameter der (zugrundeliegenden) Normalverteilung des Zufallsfelds gewählt. Die nachfolgenden Werte sind die Standardwerte, welche zu einer nicht-informativen a-priori-Verteilung führen.

```
% A-priori-Parameter der Normal-Gamma-Verteilung (Noninformative a-priori-...
mu0 = 0;    % Mittelwert der Normalverteilung
k0  = 0;    % Skalierungsfaktor fuer precision der Normalverteilung
a0  = -1/2; % Formparameter der Gammaverteilung
b0  = 0;    % Inverser Skalenparameter der Gammaverteilung
```

Je nach Wahl des Verteilungstyps (RF_dist) muss der Parameter der Messungenauigkeit für eine additive normalverteilte Messungenauigkeit (RF_dist = ‘N’) oder für eine multiplikative lognormalverteilte Messungenauigkeit (RF_dist = ‘logN’) gewählt werden.

```
% Parameter der Messungenauigkeit
switch RF_dist
    case 'N'    % (normal, additiv)
        si_eps = 0; % (si_eps = 0: Keine Messungenauigkeit)
    case 'logN' % (lognormal, multiplikativ)
        CV_eps = 0; % Variationskoeffizient (CV_eps = 0: Keine...
        si_eps_log = sqrt(log(1+CV_eps^2)); % Standardabweichung der ...
end
```

Die Standardeinstellung ist hier si_eps = 0, bzw. CV_eps = 0. Dies entspricht einer Vernachlässigung der Messungenauigkeit.

Das Einlesen der Daten aus der externen Microsoft® Excel®-Datei ist der letzte Schritt, der einer Eingabe durch den/die Benutzer*in bedarf.

```
% Einlesen der Daten aus Excel-Datei
% ID | fc [MPa] | x [m]
data = readmatrix('Daten_dummy_test_1D.xlsx','Sheet','Daten_DF','Range','A2:C11');
```

Dafür muss der Name der Microsoft® Excel®-Datei (hier Daten_dummy_test_1D.xlsx), das entsprechende Blatt innerhalb der Datei (hier Daten_DF, Eingabe nur zwingend notwendig bei Datei mit mehreren Blättern) und der Bereich, der ausschließlich die Daten enthält (hier A2 bis C11) ausgewählt werden.

Im Anschluss an die Wahl der Modellparameter und den Datenimport erfolgt eine Plausibilitätsprüfung der Eingabe, welche gegebenenfalls eine Fehlermeldung zurückgibt, sodass die Eingabe überprüft und angepasst werden kann bevor die Berechnung startet. Nach erfolgreicher Prüfung erscheint die Meldung “Eingabeparameter in Ordnung” in der Kommandozeile und die Berechnung startet vollautomatisch.

Sind nicht alle Korrelationsparameter bekannt, werden die unsicheren Parameter in einem ersten Schritt abgeschätzt, im Kommandofenster erscheint die Meldung “MAP-Verfahren zur Abschaetzung der Korrelationsfunktion laeuft...”. Die Ergebnisse dieser Abschätzung werden ebenfalls im Kommandofenster angezeigt, für obigen Fall im Beispielcode sind das die folgenden Meldungen: “L_c ueber MAP-Schaetzer: L_c = 7.22 m” und “g_mic ueber MAP-Schaetzer: g_mic = 0.19”.

Im Anschluss erfolgt das Bayes’sche Update des Zufallsfelds, im Kommandofenster erscheint die Meldung “Bayes’sches Update des Zufallsfelds laeuft...” und nach Abschluss des Updates die Meldung “Multivariates Update erfolgreich”, bzw. “Marginales Update erfolgreich”, wenn die Variable BU_type als ‘marg’ definiert wurde.

Die Ausgabe der Berechnung besteht aus der Variable obj_RF (*Structure array*), welche unter dem Namen obj_RF.mat im Verzeichnis des Hauptdokumments abgespeichert wird. Die

Ergebnisse sind als Felder der Variable obj_RF gespeichert. Durch Eingabe der Parameter in den bisherigen Quellcode-Abbildungen und Einlesen der zur Verfügung gestellten Microsoft® Excel®-Datei Daten_dummy_test.xlsx ergibt sich folgendes Bild beim Aufrufen der Variable obj_RF:

```
obj_RF =

  struct with fields:

               L: 50
         RF_dist: 'logt'
            type: 'mv'
          f_rand: @(n_rand)exp((ones(length(x1),1)*...
          z_eval: [2500x1 double]
            mu_t: [2500x1 double]
    lambda_t_inv: [2500x2500 double]
            nu_t: 9
```

Im Feld L ist die Länge des räumlichen Definitionsbereichs gespeichert. Im Feld RF_dist wird angezeigt, ob es sich um eine Student's t-Verteilung oder um eine log-Student's t-Verteilung handelt (dies hängt von der Wahl der Variable RF_dist bei der Eingabe ab). Das Feld type gibt an, ob die multivariate (mv) oder lediglich die marginale (marg) *posterior predictive* Verteilung berechnet wurde. Das Feld f_rand enthält die Funktion f_rand, welche zur Generierung von zufälligen Stichproben des Zufallsfelds genutzt werden kann. Zur Generierung von n Stichproben kann die Funktion über den Befehl obj_RF.f_rand(n) aufgerufen werden. Bei einer multivariaten *posterior predictive* Verteilung sind die Stichproben Realisierungen der multivariaten *posterior predictive* Verteilung, bei einer marginalen *posterior predictive* Verteilung sind es Realisierungen der marginalen Verteilungen. Die Stichproben werden jeweils an den Diskretisierungspunkten erzeugt, welche im Feld z_eval abgespeichert sind (in diesem Fall 2500). Dies entspricht einer Diskretisierung mit der Mittelpunktsmethode (vgl. Anlage 1, Abschnitt 2.2.2.1).Die räumlichen Parameter des Zufallsfelds an den Diskretisierungspunkten sind in den Feldern mu_t ($\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{Z},t}$) und lambda_t_inv ($\boldsymbol{\Lambda}_{\mathbf{Z},t^{-1}}$ abgespeichert (vgl. Abschnitt **??**). Ist die Verteilung multivariat, dann ist lambda_t_inv eine Matrix, andernfalls ein Vektor. Der Vektor repräsentiert dabei die Hauptdiagonale der Matrix lambda_t_inv des multivariaten Falls. Das Feld nu_t bezeichnet die Freiheitsgrade der (zugrundeliegenden) Student's t-Verteilung.

Das Software-Paket umfasst die folgenden Dokumente:

- Bayes_update_1D_main.m: Hauptdokument (MATLAB®-Datei), in dem die Eingabe getätigt wird,
- Daten_dummy_test_1D.xlsx: Microsoft® Excel®-Datei mit imaginären Messwerten zur Veranschaulichung (Erzeugt mit der Datei Gen_data_pseudo.m),
- t_postpred.m: MATLAB®-Datei, die das Bayes'sche Update durchführt,
- f_MAP_1D.m: MATLAB®-Datei, die zur Abschätzung der Korrelationsfunktion benötigt wird,
- Matern_corr.m: MATLAB®-Datei zur Definition des Matérn-Korrelationsmodells,
- Gen_data_pseudo.m: MATLAB®-Datei zur Erzeugung beliebiger weiterer Stichproben eines lognormalverteilten Zufallsfelds, die dann in einer Microsoft® Excel®-Datei mit dem Namen Daten_dummy.xlsx abgespeichert werden.

Zur Durchführung einer Analyse werden alle Eingaben im Hauptdokument getätigt, die anderen MATLAB®-Dateien sollten nicht verändert werden (Ausnahme Gen_data_pseudo.m, wenn weitere Stichproben mit anderen Eingabeparametern erzeugt werden sollen).

A.1.2 Mehrdimensionales Zufallsfeld

Im mehrdimensionalen Fall ist das Vorgehen sehr ähnlich zum eindimensionalen Fall, es müssen lediglich einige zusätzliche Eingaben getätigt werden. Alle Eingaben erfolgen in der Hauptdatei Bayes_update_multiD_main.m, welche sowohl für ein zweidimensionales (dim=2) als auch ein dreidimensionales (dim=3) Zufallsfeld genutzt werden kann. Die Daten für das hierarchische Lernen werden aus einer externen Microsoft® Excel®-Datei eingelesen, welche das in Tabelle A.2 dargestellte Format aufweisen muss. Zeile 1 enthält lediglich die Information über die Daten in der jeweiligen Spalte, die tatsächlichen Daten sind ab Zeile 2 aufgelistet. Spalte A enthält eine laufende Nummer (ID) um die Datenpunkte zuordnen zu können, Spalte B enthält die gemessene Betondruckfestigkeit (f_c) in MPa und Spalten C, D und E (C und D im zweidimensionalen Fall) die zugehörige Messposition $\boldsymbol{z}$. Der Umfang der Datenmenge beträgt n Datenpaare aus Messwert und -position.

Tabelle A.2: Format der Microsoft® Excel®-Datei zum Lernen eines dreidimensionalen Zufallsfelds mit der laufenden Nummer(ID), der gemessenen Betondruckfestigkeit (f_c) und der zugehörigen Messposition ($\boldsymbol{z}$). Insgesamt sind n Messwerte und zugehörige Positionen vorhanden.

	A	B	C	D	E
1	ID	f_c [MPa]	z_1 [m]	z_2 [m]	z_3 [m]
2	1	$f_{c,1}$	$x_{1,1}$	$x_{2,1}$	$x_{3,1}$
3	2	$f_{c,2}$	$x_{1,2}$	$x_{2,2}$	$x_{3,2}$
...	...	...	...	...	...
$n+1$	n	$f_{c,n}$	$x_{1,n}$	$x_{2,n}$	$x_{3,n}$

Im Hauptdokument Bayes_update_multiD_main.m müssen zunächst die geometrischen Parameter festgelegt werden.

```
% Geometrie
L    = [10 20 30]; % Laenge des zu untersuchenden Bereichs je Dimension [m]
L_el = 1;          % Laenge der Diskretisierungselemente [m] (Skalar bei...
```

Zum einen ist das die Gesamtlänge des zu untersuchenden Bereichs je Dimension (L [m]) und zum anderen die Länge der Diskretisierungselemente (L_el [m]), an denen die Posterior predictive Verteilung ausgewertet wird. Der zu untersuchende Bereich beginnt in jeder Dimension bei 0 m und endet bei der jeweiligen Länge, dies ist bei der Erstellung der Microsoft® Excel®-Datei mit den Messwerten zu beachten. Die Länge der Diskretisierungselemente kann uniform gewählt werden, d.h. die Elemente haben in alle Richtungen die gleiche Länge (L_el skalarer Wert), oder unterschiedlich für die einzelnen Dimensionen (L_el Zeilenvektor der Länge dim).

Der nächste Schritt ist die Auswahl des Verteilungstyps des (a-priori-)Zufallsfelds (RF_dist). Hier kann zwischen einer Normalverteilung (N) und einer Lognormalverteilung (logN) gewählt werden, die Eingabe erfolgt als *Character array* mithilfe einfacher Anführungszeichen (bspw. ‘N’).

```
% Verteilungstyp des zu untersuchenden Zufallsfelds
RF_dist = ‘logN’; % (‘N’: Normalverteilung, ‘logN’: Lognormalverteilung)
```

Die Art des Updates (BU_type) bestimmt, ob lediglich die marginale posterior predictive Verteilung an den Diskretisierungspunkten ermittelt wird (marg) oder ob die volle multivariate Verteilung ermittelt wird (mv). Insbesondere bei einer sehr engmaschigen Diskretisierung kann letzteres zu einer erhöhten Rechendauer führen.

```
% Art des Updates (marginal oder multivariat)
BU_type = ‘mv’; % ‘marg’ oder ‘mv’
```

Die Variable plot_res ist eine *logical* Variable und kann nur die Werte true und false annehmen. Sie bestimmt ob die *posterior predictive* Verteilung und gegebenenfalls die a-posteriori Vertielung des/der unsicheren Korrelationsparameter grafisch dargestellt werden sollen (true) oder ob diese Ausgabe unterdrückt wird (false). Die Variable plot_real bestimmt die Anzahl der zufälligen Stichproben des Zufallsfelds, die erzeugt und illustriert werden. Sie kann als ganze, nicht-negative Zahl gewählt werden.

```
% Darstellung der Ergebnisse
plot_res  = true; % (plot_res = true: Ergebnisse darstellen; plot_res = false...
plot_real = 0;    % (Anzahl der Realisierungen, die illustriert werden sollen)
```

Die Wahl des Korrelationsmodells kann je nach Anwendungsfall und vorhandener Information als deterministische Variable festgelegt werden oder in einem ersten Schritt der Analyse abgeschätzt werden.

```
% Korrelationsmodell
nu    = 2.5;          % Smoothness-Parameter des Matern-Modells (nur fuer...
L_c   = [2 NaN NaN]; % Korrelationslaenge [m] (Zeilenvektor dim x 1; L_c(i)...
g_mic = NaN;          % Anteil der Mikrokorrelation (0 <= g_mic <= 1; g_mic...
iso   = [1 2 2];      % Isotropie der Korrelationsfunktion (gleicher Index...
```

Der *Smoothness*-Parameter des Matérn-Korrelationsmodells (nu) muss so gewählt werden, dass nu+0.5 eine ganze positive Zahl ergibt (Implementation momentan nur für nu $\leq$ 5.5 und nu $= \infty$). Die einzige Ausnahme bildet das quadratisch-exponentielle Korrelationsmodell, hierfür muss nu = inf (∞) gewählt werden. Das exponentielle Korrelationsmodell wird durch die Wahl von nu = 0.5 erreicht. Die Korrelationslänge (L_c [m]) muss als Zeilenvektor der Länge dim angegeben werden. Sind Korrelationslängen in einer oder mehrerer Dimensionen bekannt, so kann dort der nichtnegative Zahlenwert angegeben werden. Über die Eingabe NaN (*not a number*) wird die Korrelationslänge in dieser Dimension als zu lernender Parameter definiert. In obigem Beispielcode ist die Korrelationslänge in Richtung z_1 bekannt (2 m), während sie in Richtung z_2 und z_3 gelernt werden soll. Der Anteil der Mikrokorrelation (g_mic) kann als eine Zahl im Intervall $[0, 1]$ festgelegt oder über die Eingabe NaN als zu lernender Parameter definiert werden. Die Variable iso definiert die Isotropie des Zufallsfelds, d.h. die Richtungen in denen die Korrelationslängen übereinstimmen. iso muss als Zeilenvektor der Länge dim definiert werden, wobei gleiche Indizes für isotropes Verhalten in den jeweiligen Dimensionen stehen. In obigem Beispielcode ist die Korrelationslänge in Richtung z_2 die gleiche wie in Richtung z_3, während sie in Richtung z_1 abweichen kann. Die Definition von iso hat insbesondere Auswirkungen wenn Korrelationslängen gelernt werden sollen. Im Beispielcode wird so nur eine Korrelationslänge gelernt, die für Richtung z_2 und z_3 gültig ist. Bei der Definition ist darauf zu achten, dass die Variablen L_c und iso kompatibel sind. So dürfen beispielsweise zwei bekannte Korrelationslängen unterschiedlicher Länge nicht über die Variable iso gekoppelt werden (Die Kompatibilität von L_c und iso wird geprüft und gegebenenfalls erscheint eine Fehlermeldung).

Die a-priori-Parameter der Normal-Gamma-Verteilung werden je nach Art und Umfang der a-priori-Information über die Verteilungsparameter der (zugrundeliegenden) Normalverteilung des Zufallsfelds gewählt. Die nachfolgenden Werte sind die Standardwerte, welche zu einer nicht-informativen a-priori-Verteilung führen.

```
% A-priori-Parameter der Normal-Gamma-Verteilung (Noninformative a-priori-...
mu0  = 0;    % Mittelwert der Normalverteilung
k0   = 0;    % Skalierungsfaktor fuer precision der Normalverteilung
a0   = -1/2; % Formparameter der Gammaverteilung
b0   = 0;    % Inverser Skalenparameter der Gammaverteilung
```

Je nach Wahl des Verteilungstyps (RF_dist) muss der Parameter der Messungenauigkeit für eine additive normalverteilte Messungenauigkeit (RF_dist = 'N') oder für eine multiplikative lognormalverteilte Messungenauigkeit (RF_dist = 'logN') gewählt werden.

```
% Parameter der Messungenauigkeit
switch RF_dist
    case 'N'    % (normal, additiv)
        si_eps = 0; % (si_eps = 0: Keine Messungenauigkeit)
    case 'logN' % (lognormal, multiplikativ)
        CV_eps     = 0; % Variationskoeffizient (CV_eps = 0: Keine...
        si_eps_log = sqrt(log(1+CV_eps^2)); % Standardabweichung der ...
end
```

Die Standardeinstellung ist hier si_eps = 0, bzw. CV_eps = 0. Dies entspricht einer Vernachlässigung der Messungenauigkeit.

Das Einlesen der Daten aus der externen Microsoft® Excel®-Datei ist der letzte Schritt, der einer Eingabe durch den/die Benutzer*in bedarf.

```
% Einlesen der Daten aus Excel-Datei
% ID | fc [MPa] | z_1 [m] | z_2 [m] | z_3 [m] (in 3D)
data = readmatrix('Daten_dummy_test_3D.xlsx','Sheet','Daten_DF','Range','A2:E11');
```

Dafür muss der Name der Microsoft® Excel®-Datei (hier Daten_dummy_test_3D.xlsx), das entsprechende Blatt innerhalb der Datei (hier Daten_DF, Eingabe nur zwingend notwendig bei Datei mit mehreren Blättern) und der Bereich, der ausschließlich die Daten enthält (hier A2 bis E11) ausgewählt werden.

Im Anschluss an die Wahl der Modellparameter und den Datenimport erfolgt eine Plausibilitätsprüfung der Eingabe, welche gegebenenfalls eine Fehlermeldung zurückgibt, sodass die Eingabe überprüft und angepasst werden kann bevor die Berechnung startet. Nach erfolgreicher Prüfung erscheint die Meldung "Eingabeparameter in Ordnung" in der Kommandozeile und die Berechnung startet vollautomatisch.

Sind nicht alle Korrelationsparameter bekannt, werden die unsicheren Parameter in einem ersten Schritt abgeschätzt, im Kommandofenster erscheint die Meldung "MAP-Verfahren zur Abschaetzung der Korrelationsfunktion laeuft...". Die Ergebnisse dieser Abschätzung werden ebenfalls im Kommandofenster angezeigt, für obigen Fall im Beispielcode sind das die folgenden Meldungen: "L_c(2) ueber MAP-Schaetzer: L_c = 8.52 m", "L_c(3) ueber MAP-Schaetzer: L_c = 8.52 m" und "g_mic ueber MAP-Schaetzer: g_mic = 0.43". Durch die Wahl der Isotropie in Richtung z_2 und z_3 stimmt L_c(2) mit L_c(3) überein.

Im Anschluss erfolgt das Bayes'sche Update des Zufallsfelds, im Kommandofenster erscheint die Meldung "Bayes'sches Update des Zufallsfelds laeuft..." und nach Abschluss des Updates die Meldung "Multivariates Update erfolgreich", bzw. "Marginales Update erfolgreich", wenn die Variable BU_type als 'marg' definiert wurde.

Die Ausgabe der Berechnung besteht aus der Variable obj_RF (*Structure array*), welche unter dem Namen obj_RF.mat im Verzeichnis des Hauptdokumments abgespeichert wird. Die Ergebnisse sind als Felder der Variable obj_RF gespeichert. Durch Eingabe der Parameter in den bisherigen Quellcode-Abbildungen und Einlesen der zur Verfügung gestellten Microsoft® Excel®-Datei Daten_dummy_test_3D.xlsx ergibt sich folgendes Bild beim Aufrufen der Variable obj_RF:

```
obj_RF =

  struct with fields:

           L: [10 20 30]
```

```
     RF_dist: 'logt'
        type: 'mv'
      f_rand: @(n_rand)exp((ones(size(x_eval,1),1)*...
      z_eval: [6000x3 double]
        mu_t: [6000x1 double]
    lambda_t: [6000x6000 double]
        nu_t: 9
```

Im Feld L ist die Länge des räumlichen Definitionsbereichs je Dimensionion gespeichert. Im Feld RF_dist wird angezeigt, ob es sich um eine Student's t-Verteilung oder um eine log-Student's t-Verteilung handelt (dies hängt von der Wahl der Variable RF_dist bei der Eingabe ab). Das Feld type gibt an, ob die multivariate (mv) oder lediglich die marginale (marg) *posterior predictive* Verteilung berechnet wurde. Das Feld f_rand enthält die Funktion f_rand, welche zur Generierung von zufälligen Stichproben des Zufallsfelds genutzt werden kann. Zur Generierung von n Stichproben kann die Funktion über den Befehl obj_RF.f_rand(n) aufgerufen werden. Bei einer multivariaten *posterior predictive* Verteilung sind die Stichproben Realisierungen der multivariaten *posterior predictive* Verteilung, bei einer marginalen *posterior predictive* Verteilung sind es Realisierungen der marginalen Verteilungen. Die Stichproben werden jeweils an den Diskretisierungspunkten erzeugt, welche im Feld z_eval abgespeichert sind (in jeder Zeile von z_eval ist ein Diskretisierungspunkt abgespeichert, die Spalten beziehen sich auf die jeweilige Dimension, hier z_1, z_2 und z_3; insgesamt sind es in diesem Beispiel 6000 Diskretisierungspunkte). Dies entspricht einer Diskretisierung mit der Mittelpunktsmethode (vgl. Anlage 1, Abschnitt 2.2.2.1). Die räumlichen Parameter des Zufallsfelds sind in den Feldern mu_t und lambda_t (ist die Verteilung multivariat, dann ist lambda_t eine Matrix, andernfalls ein Vektor) abgespeichert. Das Feld nu_t bezeichnet die Freiheitsgrade der (zugrundeliegenden) Student's t-Verteilung.

Das Software-Paket umfasst die folgenden Dokumente:

- Bayes_update_multiD_main.m: Hauptdokument (MATLAB®-Datei), in dem die Eingabe getätigt wird,
- Daten_dummy_test_2D.xlsx: Microsoft® Excel®-Datei mit imaginären Messwerten zur Veranschaulichung in 2D (erzeugt mit der Datei Gen_data_pseudo.m),
- Daten_dummy_test_3D.xlsx: Microsoft® Excel®-Datei mit imaginären Messwerten zur Veranschaulichung in 3D (erzeugt mit der Datei Gen_data_pseudo.m),
- t_postpred.m: MATLAB®-Datei, die das Bayes'sche Update durchführt,
- f_MAP_multiD.m: MATLAB®-Datei, die zur Abschätzung der Korrelationsfunktion benötigt wird,
- Matern_corr.m: MATLAB®-Datei zur Definition des Matérn-Korrelationsmodells,
- Gen_data_pseudo.m: MATLAB®-Datei zur Erzeugung beliebiger weiterer Stichproben eines lognormalverteilten Zufallsfelds, die dann in einer Microsoft® Excel®-Datei mit dem Namen Daten_dummy.xlsx abgespeichert werden.

Die Dokumente t_postpred.m, Matern_corr.m und Gen_data_pseudo.m sind identisch mit den Dokumenten des Software-Pakets für den eindimensionalen Fall. Zur Durchführung einer Analyse werden alle Eingaben im Hauptdokument getätigt, die anderen MATLAB®-Dateien sollten nicht verändert werden (Ausnahme Gen_data_pseudo.m, wenn weitere Stichproben mit anderen Eingabeparametern erzeugt werden sollen).

A.2 Software B - Spatial Averaging für Zufallsfelder

Die Diskretisierung eines Zufallsfelds mit der *Spatial-Averaging*-Methode (SA) ist in Abschnitt **??** beschrieben. Die entwickelte SA Software beschränkt sich auf den ein- und zweidimensionalen Fall, kann aber analog auf dreidimensionale Zufallsfelder erweitert werden. Der Fokus dieser Software liegt darauf, ein nichthomogenes Zufallsfeld, welches aus einer hierarchischen Bayes'schen Analyse hervorgeht, zu diskretisieren. Die Durchführung der Diskretisierung beinhaltet eine mehrdimensionale Integration, welche für feine Diskretisierungen schnell rechenintensiv werden kann, insbesondere für mehrdimensionale Zufallsfelder. Deshalb ist die SA Software für eindimensionale Zufallsfelder anders aufgebaut als für zweidimensionale Zufallsfelder. Im eindimensionalen Fall wird zur Durchführung eine Datei benötigt, die ein MATLAB® *Structure Array* mit den benötigten Informationen enthält. Eine entsprechende Datei wird von der Software zum hierarchischen Lernen von Zufallsfeldern (Bayes_update_1D_main.m) erstellt. Im zweidimensionalen Fall wird das Bayes'sche Update abschnittsweise innerhalb der SA Software durchgeführt, als zusätzlicher Input ist eine Microsoft® Excel® Datei mit den Messdaten benötigt. Sowohl für eindimensionale als auch für zweidimensionale Zufallsfelder kann die Analyse alternativ für ein homogenes Zufallsfeld durchgeführt werden, für welches die Parameter zu Beginn definiert werden.

A.2.1 Eindimensionales Zufallsfeld

Alle Eingaben erfolgen in der Hauptdatei Spatial_Average_1D_main.m. Zunächst muss festgelegt werden, ob die SA Methodik für ein homogenes oder ein nicht-homogenes Zufallsfeld durchgeführt werden soll. Dies wird über die *logical* Variable RF_hom ausgewählt, wobei true für ein homogenes und false für ein nicht-homogenes Zufallsfeld steht.

```
% Homogenitaet des Zufallsfelds
RF_hom = false; % true: homogen; false: nicht-homogen
```

Bei einem nicht-homogenen Zufallsfeld müssen die Daten aus einer Datei geladen werden, die sich im selben Verzeichnis wie die Hauptdatei befindet. Die Datei Bayes_update_1D_main.m erstellt eine solche Datei mit den notwendigen Informationen innerhalb eines MATLAB® *Structure Array*. Es ist für die Durchführung der SA Methodik erforderlich die multivariate räumliche Verteilung zur Verfügung zu haben, die marginale Verteilung in den Diskretisierungspunkten ist nicht ausreichend. Wird die Datei über ein anderes Vefahren gewonnen, so ist darauf zu achten, dass die folgenden Informationen als Felder des MATLAB® *Structure Array* vorhanden sind:

- L: Länge des Definitionsbereichs,
- RF_dist: Art der marginalen Verteilung des Zufallsfelds ('N', 'logN', 't' oder 'logt'),
- z_eval: Diskretisierungspunkte (Spaltenvektor),
- mu_n/mu_t: Mittelwertsvektor der (zugrundeliegenden) Normalverteilung/Student's t-Verteilung (Spaltenvektor),
- Sigma_n/lambda_t_inv: Kovarianzmatrix der (zugrundeliegenden) Normalverteilung/Inverse Präzisionsmatrix der (zugrundeliegenden) Student's t-Verteilung (quadratische Matrix),
- nu_t: Anzahl der Freiheitsgrade der (zugrundeliegenden) Student's t-Verteilung (nur wenn RF_dist 't' oder 'logt' ist).

Bei einem homogenen Zufallsfeld müssen die Parameter des Zufallsfelds erst definiert werden. Dazu zählen sowohl die geometrischen Parameter als auch der Verteilungstyp, die zugehörigen Momente (Mittelwert und Standardabweichung) und die Korrelationsfunktion. Zur Definition der Korrelationsfunktion wird die Datei Matern_corr.m benötigt, die Teil des Software-Pakets A ist.

```
% Geometrie
obj_RF.L = 50;   % Laenge des zu untersuchenden Bereichs [m]
L_el     = 0.02; % Laenge der Diskretisierungselemente [m]

% Verteilungstyp und -momente
obj_RF.RF_dist = 'N'; % 'N': Normalverteilung, 'logN': Lognormalverteilung
obj_RF.mu      = 20;  % Mittelwert
obj_RF.si      = 5;   % Standardabweichung

% Korrelationsmodell
nu         = 2.5; % Smoothness-Parameter des Matern-Modells (nur fuer Werte von...
obj_RF.L_c = 5;   % Korrelationslaenge [m]
g_mic      = 0.1; % Anteil der Mikrokorrelation (0 <= g_mic <= 1)
```

Es wird darauf hingewiesen, dass SA eine numerische Integration beinhaltet und deshalb eine feine Diskretisierung (kleines L_el) des Zufallsfelds für die Genauigkeit von Vorteil ist, auf der anderen Seite allerdings einen erhöhten Rechenaufwand mit sich bringt.

Als nächstes muss die Anzahl und Länge der SA Elemente gewählt werden. Sollen alle SA Elemente gleich lang sein, so kann die Elementlänge automatisch aus der Länge des Definitionsbereichs und der Anzahl der Elemente berechnet werden:

```
n_SA = 10;             % Anzahl der SA Elemente
L_SA = obj_RF.L/n_SA; % Laenge der SA Elemente [m] (Skalar: Alle Elemente...
```

Wenn die SA Elemente unterschiedlich lang sein sollen, dann muss L_SA als Zeilenvektor mit n_SA Einträgen definiert werden, deren Summe die Länge des Definitionsbereichs ergibt:

```
n_SA = 10;                      % Anzahl der SA Elemente
L_SA = [7 7 4 4 3 3 4 6 6 6]; % Laenge der SA Elemente [m] (Skalar: Alle...
```

Die Variable plot_res ist eine *logical* Variable, die die grafische Darstellung der Ergebnisse bestimmt. Wird sie als true gewählt, dann werden der Median und die 90%-Intervallgrenzen der resultierenden SA Variablen grafisch dargestellt, bei false wird diese Ausgabe unterdrückt. Die Variable plot_real bestimmt die Anzahl der zufälligen Stichproben, die von den SA Variablen erzeugt und illustriert werden. Sie kann als ganze, nicht-negative Zahl gewählt werden.

```
% Darstellung der Ergebnisse
plot_res  = true; % (plot_res = true: Ergebnisse darstellen; plot_res =...
plot_real = 3;    % (Anzahl der Stichproben, die generiert und illustriert...
```

Im Anschluss erfolgt eine Plausibilitätsprüfung der Eingabe, welche gegebenenfalls eine Fehlermeldung zurückgibt, sodass die Eingabe überprüft und angepasst werden kann bevor die Berechnung startet. Nach erfolgreicher Prüfung erscheint die Meldung “Eingabeparameter in Ordnung” in der Kommandozeile und die Berechnung startet vollautomatisch, es erscheint die Meldung “Verfahren zur Bestimmung der Parameter der SA-Zufallsvariablen laeuft...”.

Nach Abschluss der Berechnung erscheint die Meldung “Bestimmung der Parameter der SA-Zufallsvariablen erfolgreich”. Die Ausgabe der Berechnung besteht aus der Variable obj_SA (*Structure array*), welche unter dem Namen obj_SA.mat im Verzeichnis des Hauptdokumments abgespeichert wird. Die Ergebnisse sind als Felder der Variable obj_SA gespeichert. Durch Eingabe der Parameter in den bisherigen Quellcode-Abbildungen (alle SA Elemente gleich lang) und Einlesen der Datei obj_RF.mat (erzeugt mit den Eingabeparametern in Abschnitt A.1.1 sowie der zur Verfügung gestellten Microsoft® Excel®-Datei Daten_dummy_test_1D.xlsx) ergibt sich folgendes Bild beim Aufrufen der Variable obj_SA:

```
obj_SA =

  struct with fields:

        dist: 'logt'
        z_mp: [10x1 double]
        mu_t: [10x1 double]
    lambda_t: [10x10 double]
        nu_t: 9
      f_rand: @(n_rand)exp((ones(n_SA,1)*(obj_RF.nu_t...
         x_m: [10x1 double]
        x_5p: [10x1 double]
       x_95p: [10x1 double]
```

Das Feld dist gibt an, welche Wahrscheinlichkeitsverteilung die SA-Zufallsvariablen aufweisen und stimmt überein mit dem Wert im Feld RF_dist des Objekts obj_RF. Die Mittelpunkte der SA Elemente sind im Feld z_mp gespeichert (10 Mittelpunkte im obigen Beispiel). Die Verteilungsparameter der SA-Zufallsvariablen befinden sich in den Feldern mu_t, lambda_t und nu_t (bzw. in den Feldern mu_n, Sigma_n bei einem Zufallsfeld mit Normal- oder Lognormalverteilung). Das Feld f_rand enthält die Funktion f_rand, welche zur Generierung von zufälligen Stichproben des Zufallsfelds genutzt werden kann. Zur Generierung von n Stichproben kann die Funktion über den Befehl obj_RF.f_rand(n) aufgerufen werden. Die Felder x_m, x_5p und x_95p beinhalten den Median (50%-Quantilwert) sowie den 5%- und den 95%-Quantilwert der SA-Zufallsvariablen.

Das Software-Paket ist für eine Nutzung in Kombination mit den Dateien des Softwarepakets A ausgelegt und umfasst die folgenden Dokumente:

- Spatial_Average_1D_main.m: Hauptdokument (MATLAB®-Datei), in dem die Eingabe getätigt wird,
- Parameter_SA_1D.m: MATLAB®-Datei, die die Parameter der SA-Zufallsvariablen berechnet,
- Matern_corr.m: MATLAB®-Datei zur Definition des Matérn-Korrelationsmodells,

Das Dokument Matern_corr.m ist identisch mit dem Dokument des Software-Pakets A zum hierarchischen Lernen von Zufallsfeldern.

A.2.2 Zweidimensionales Zufallsfeld

Alle Eingaben erfolgen in der Hauptdatei Spatial_Average_2D_main.m. Zunächst muss festgelegt werden, ob die SA Methodik für ein homogenes oder ein nicht-homogenes Zufallsfeld durchgeführt werden soll. Dies wird über die *logical* Variable obj_RF.RF_hom ausgewählt, wobei true für ein homogenes und false für ein nicht-homogenes Zufallsfeld steht.

```
% Homogenitaet des Zufallsfelds
obj_RF.RF_hom = false; % true: homogen; false: nicht-homogen (Bayes'sches...
```

Im Anschluss wird die Größe des zu untersuchenden Bereichs je Dimension (L [m]) festgelegt. Der zu untersuchende Bereich beginnt in jeder Dimension bei 0 m und endet bei der jeweiligen Länge. Außerdem muss die Anzahl der Stützstellen je Dimension und Element für die numerische Integration (Gauss-Legendre-Integration) festgelegt werden. Element bezeichnet hier nicht nur die SA-Elemente sondern auch die Hilfsbereiche für die Berechnung der Kovarianz (vgl. Abschnitt ??). Die Genauigkeit der Berechnung steigt ebenso wie der Rechenaufwand mit der Anzahl der Stützstellen je Dimension an.

```
% Geometrie
obj_RF.L    = [20 20]; % Laenge des zu untersuchenden Bereichs je Dimension [m]
n_Gp        = 50;      % Anzahl der Stuetzstellen je Dimension und Element...
```

Bei einem nicht-homogenen Zufallsfeld wird ein Bayes'sches Update des Zufallsfelds durchgeführt. Im eindimensionalen Fall wurde dieses Update vorab mit der entsprechenden Software des Softwarepakets A durchgeführt und in einem MATLAB® *Structure Array* gespeichert. Dies ist für den zweidimensionalen Fall nicht möglich, da eine ausreichende Genauigkeit nicht mit vertretbarem Rechenaufwand erreicht werden kann. Deshalb müssen einige Parameter des homogenen a-priori-Zufallsfelds eingegeben werden, obwohl die SA-Methodik für das *posterior predictive* Zufallsfeld durchgeführt werden soll. Diese Parameter sind zum einen der Verteilungstyp des a-priori-Zufallsfelds und zum anderen die Parameter des Korrelationsmodells, welche beispielsweise in einer vorherigen Analyse mit dem Softwarepaket A abgeschätzt worden sind. Diese Parameter müssen im homogenen Fall ebenso gewählt werden, entsprechen hier aber den tatsächlichen Parametern des Zufallsfelds für welches die SA-Methodik durchgeführt wird. Zur Definition der Korrelationsfunktion wird die Datei Matern_corr.m benötigt, die Teil des Software-Pakets A ist.

```
% Verteilungstyp des Zufallsfelds (a-priori Modell bei Bayes'schem Update)
obj_RF.RF_dist = 'logN'; % 'N': Normalverteilung, 'logN': Lognormalverteilung

% Korrelationsmodell (a-priori Modell bei Bayes'schem Update)
nu    = 2.5;   % Smoothness-Parameter des Matern-Modells (nur fuer Werte von...
L_c   = [5 5]; % Korrelationslaenge [m]
g_mic = 0.25;  % Anteil der Mikrokorrelation (0 <= g_mic <= 1)
```

Bei einem homogenen Zufallsfeld (obj_RF.RF_hom = true) müssen dann noch Mittelwert und Standardabweichung des Zufallsfelds gewählt werden.

```
mu = 20; % Mittelwert
si = 5;  % Standardabweichung
```

Bei einem nicht-homogenen Zufallsfeld müssen stattdessen die a-priori-Parameter der Normal-Gamma-Verteilung und die Parameter der Messungenauigkeit festgelegt werden und die Messdaten müssen aus einer externen Microsoft® Excel®Datei geladen werden (vgl. Abschnitt A.1.2).

```
% A-priori-Parameter der Normal-Gamma-Verteilung (Noninformative...
obj_RF.mu0 = 0;    % Mittelwert der Normalverteilung
obj_RF.k0  = 0;    % Skalierungsfaktor fuer precision der Normalverteilung
obj_RF.a0  = -1/2; % Formparameter der Gammaverteilung
obj_RF.b0  = 0;    % Inverser Skalenparameter der Gammaverteilung

% Parameter der Messungenauigkeit
switch obj_RF.RF_dist
    case 'N'    % (normal, additiv)
        si_eps = 0; % (si_eps = 0: Keine Messungenauigkeit)
    case 'logN' % (lognormal, multiplikativ)
        CV_eps     = 0; % Variationskoeffizient (CV_eps = 0: Keine...
        si_eps_log = sqrt(log(1+CV_eps^2)); % Standardabweichung der...
end

% Laden der Daten aus externer Datei
data = readmatrix('Daten_dummy_test_2D.xlsx','Sheet','Daten_DF','Range','A2:D11');
```

Als nächstes muss die Anzahl der SA Elemente je Dimension gewählt werden.

```
n_SA = [3 2]; % Anzahl der SA Elemente je Dimension (Zeilenvektor 1 x 2)
```

Die Gesamtanzahl der Elemente ist das Produkt der Anzahl der Elemente je Dimension.

Die Variable plot_res ist eine *logical* Variable, die die grafische Darstellung der Ergebnisse bestimmt. Wird sie als true gewählt, dann werden der Median und die 90%-Intervallgrenzen der resultierenden SA Variablen grafisch dargestellt, bei false wird diese Ausgabe unterdrückt. Die Variable plot_real bestimmt die Anzahl der zufälligen Stichproben, die von den SA Variablen erzeugt und illustriert werden. Sie kann als ganze, nicht-negative Zahl gewählt werden.

```
% Darstellung der Ergebnisse
plot_res  = true; % (plot_res = true: Ergebnisse darstellen; plot_res =...
plot_real = 3;    % (Anzahl der Stichproben, die generiert und illustriert...
```

Im Anschluss erfolgt eine Plausibilitätsprüfung der Eingabe, welche gegebenenfalls eine Fehlermeldung zurückgibt, sodass die Eingabe überprüft und angepasst werden kann bevor die Berechnung startet. Nach erfolgreicher Prüfung erscheint die Meldung “Eingabeparameter in Ordnung” in der Kommandozeile und die Berechnung startet vollautomatisch, es erscheint die Meldung “Verfahren zur Bestimmung der Parameter der SA-Zufallsvariablen laeuft...”.

Je nach Anzahl der Stützstellen für die numerische Integration und der Anzahl der SA Elemente kann die Berechnung der Parameter der SA Zufallsvariablen einige Zeit beanspruchen. Während der Berechnung wird der Fortschritt im Kommandofenster ausgegeben, es erscheinen Meldungen wie “1 von 6 Termen des SA-Mittelwertsvektors berechnet”, “1 von 6 Diagonaltermen der SA-Kovarianzmatrix berechnet” und “5 von 15 nicht-diagonalen Termen der SA-Kovarianzmatrix berechnet”. Zusätzlich wird die benötigte Zeit für die bisherige Berechnung im Kommandofenster ausgegeben (“Benötigte Zeit: 0.433 min”). Nach Abschluss der Berechnung erscheint die Meldung “Bestimmung der Parameter der SA-Zufallsvariablen erfolgreich”.

Die Ausgabe der Berechnung besteht aus der Variable obj_SA (*Structure array*), welche unter dem Namen obj_SA.mat im Verzeichnis des Hauptdokumments abgespeichert wird. Die Ergebnisse sind als Felder der Variable obj_SA gespeichert. Durch Eingabe der Parameter in den bisherigen Quellcode-Abbildungen (obj_RF.RF_hom = false) und Einlesen der zur Verfügung gestellten Microsoft® Excel®-Datei Daten_dummy_test_2D.xlsx) ergibt sich folgendes Bild beim Aufrufen der Variable obj_SA:

```
obj_SA =

  struct with fields:

        dist: 'logt'
       z1_mp: [6x1 double]
       z2_mp: [6x1 double]
        mu_t: [6x1 double]
    lambda_t: [6x6 double]
        nu_t: 9
      f_rand: @(n_rand)exp((ones(n_SA_tot,1)*(nu_t./chi2rnd(nu_t,1,n_rand))...
         x_m: [6x1 double]
        x_5p: [6x1 double]
       x_95p: [6x1 double]
```

Das Feld dist gibt an, welche Wahrscheinlichkeitsverteilung die SA-Zufallsvariablen aufweisen. Die Mittelpunkte der SA Elemente je Dimension sind in den Feldern Feld z1_mp und z2_mp gespeichert. Die Verteilungsparameter der SA-Zufallsvariablen befinden sich in den Feldern mu_t, lambda_t und nu_t (bzw. in den Feldern mu_n, Sigma_n bei einem Zufallsfeld mit Normal- oder Lognormalverteilung). Das Feld f_rand enthält die Funktion f_rand, welche zur Generierung von zufälligen Stichproben des Zufallsfelds genutzt werden kann. Zur Generierung von n Stichproben kann die Funktion über den Befehl obj_RF.f_rand(n) aufgerufen werden. Die Felder x_m, x_5p und x_95p beinhalten den Median (50%-Quantilwert) sowie den 5%- und den 95%-Quantilwert der SA-Zufallsvariablen.

Das Software-Paket ist für eine Nutzung in Kombination mit den Dateien des Softwarepakets A ausgelegt, da dort gegebenenfalls die Parameter der Korrelationsfunktion gelernt werden können. Es umfasst die folgenden Dokumente:

- Spatial_Average_2D_main.m: Hauptdokument (MATLAB®-Datei), in dem die Eingabe getätigt wird,
- Daten_dummy_test_2D.xlsx: Microsoft® Excel®-Datei mit imaginären Messwerten zur Veranschaulichung in 2D (erzeugt mit der Datei Gen_data_pseudo.m),
- t_postpred.m: MATLAB®-Datei, die das Bayes'sche Update durchführt,
- Parameter_SA_2D.m: MATLAB®-Datei, die die Parameter der SA-Zufallsvariablen berechnet,
- Matern_corr.m: MATLAB®-Datei zur Definition des Matérn-Korrelationsmodells,
- Gauss_quad.m: MATLAB®-Datei zur Definition der Gauss-Legendre Stützstellen und Gewichte für die numerische Integration.

Die Dokumente Daten_dummy_test_2D.xlsx, t_postpred.m und Matern_corr.m sind identisch mit den Dokumenten des Software-Pakets A zum hierarchischen Lernen von Zufallsfeldern.

A.3 Software C - Nachweis mit räumlicher Variabilität

Abschnitt **??** beschreibt den Nachweis gegen Betondruckversagen auf Querschnittsebene mit räumlicher Variabilität der Betondruckfestigkeit. Die entwickelte Software führt diesen Nachweis am Beispiel einer speziellen Schleusenkammerwand durch, kann aber analog für andere Bauwerke angepasst werden. Die zugrundeliegende Schleusenkammerwand ist die Nordwand der Schleuse Oldenburg, der Querschnitt dazu ist in Abbildung A.1 dargestellt. In diesem Beispiel ist das Koordinatensystem so gewählt, dass sich der Ursprung an der Innenseite der Kammerwand auf Höhe der Sohlfuge befindet. Für eine detaillierte Beschreibung der Geometrie und der Belastung wird auf das Gutachten zur Standsicherheit von 2014 verwiesen [1].

In dieser Software werden die Bemessungswerte der Schnittgrößen und die Querschnittswerte deterministisch bestimmt, Grundlage hierfür ist sind die Vorgaben des BAW-Merkblatts TbW und der DIN 19702 [2, 3]. Die Nachweisführung verwendet sowohl das hierarchische Bayes'sche Update als auch die SA-Methodik und setzt somit ein grundlegendes Verständnis dieser Methoden voraus. Die Software ist ausschließlich darauf ausgelegt, mit Messwerten der Betondruckfestigkeit im dreidimensionalen Raum zu arbeiten.

Alle Eingaben erfolgen in der Hauptdatei Nachweis_raeuml_main.m. Die Daten für das hierarchische Lernen werden aus einer externen Microsoft® Excel®-Datei eingelesen, welche das in Tabelle A.2 dargestellte Format für dreidimensionale Zufallsfelder aufweisen muss. Hierbei ist wichtig zu beachten, dass die Koordinatensysteme der Daten und des Bauwerks übereinstimmen.

Im Hauptdokument Nachweis_raeuml_main.m müssen zunächst die geometrischen Parameter festgelegt werden.

```
% Abmessungen des Bauwerks
L = 128; % [m] % Gesamtlaenge
H = 9.9; % [m] % Hoehe ab Sohle aufwaerts
```

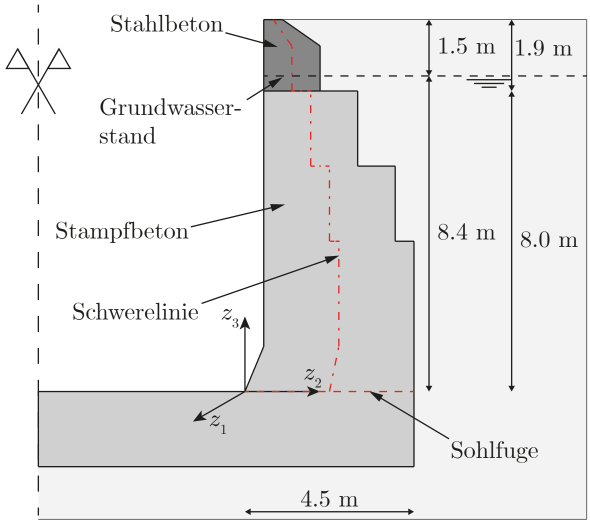

Abbildung A.1: Querschnitt der nördlichen Kammerwand der Schleuse Oldenburg mit veränderlicher Querschnittshöhe.

Zum einen ist das die Gesamtlänge des zu untersuchenden Bauwerks und zum anderen die Höhe des Bauwerks. In diesem Beispiel ist es eine Schleusenkammerwand mit einer Länge von 128 m und einer Höhe von 9.9 m ab der Sohlfuge. Als nächstes müssen die Positionen ausgewählt werden, an denen der Nachweis geführt werden soll.

```
% Orte der Nachweisfuehrung
z_1 = 0:1:L; % [m] entlang des Bauwerks
z_3 = 0:0.25:H;  % [m] ueber die Hoehe des Bauwerks (aufwaerts positiv ab Sohle)
```

Im Anschluss werden die Parameter der Einwirkung für die Nachweisführung gewählt.

```
% Lastfaelle
% G:  Eigengewicht
% W:  Wasserdruck (horizontal und vertikal)
% P:  Porenwasserdruck
% E:  Erddruck
% T:  Verkehrslast
% F:  Wandreibung Erddruck
% A:  Verstaerkungsanker
loadcase = ['G';'W';'P';'E';'T';'F';'A'];

% Auswahl der Teilsicherheitsbeiwerte fuer die Einwirkungen
% 1: Char. Werte der Einwirkung
% 2: DIN 19702 (zwei Faelle, 21 und 22)
% 3: TbW (zwei Faelle, 31 und 32)
vercase = 21;
```

Die Lastfälle können dabei sowohl einzeln als auch in beliebigen Kombinationen gewählt werden. Details zu den einwirkenden Lasten finden sich in [1]. Für die Teilsicherheitsbeiwerte der Einwirkung kann entweder der charakteristische Lastfall (vercase = 1, alle Teilsicherheitsbeiwerte 1.0) gewählt werden oder eine der Kombinationen der DIN 19702 (vercase = 21 bzw. 22) [3] oder des BAW-Merkblatts TbW (vercase = 31 bzw. 32) [2]. Der Teilsicherheitsbeiwert und der Abminderungsfaktor für den Widerstand muss ebenfalls gewählt werden und folgt hier den Anforderungen des Eurocode 2 [4] und des BAW-Merkblatts TbW [2].

```
% Teilsicherheitsbeiwerte und Abminderungsfaktoren fuer den Widerstand
gamma_c = 1.4; % Teilsicherheitsbeiwert Beton (Tab. 8, TbW)
alpha_cc_pl = 0.85; % Uebertragungsfaktor fuer unbewehrten Beton...
```

```
K_conc = 0.85/1.4; % Koeffizient mit allen erforderlichen Multiplikatoren...
```

Die Variable K_conc bezeichnet an dieser Stelle den Koeffizienten, der alle erforderlichen Multiplikatoren für den Bemessungswert der Betondruckfestigkeit vereint (vgl. Abschnitt **??**).

Im nächsten Schritt werden die Parameter des Zufallsfelds gewählt und die Messwerte importiert.

```
% Verteilungstyp des zu untersuchenden Zufallsfelds
RF_dist = 'logN'; % ('N': Normalverteilung, 'logN': Lognormalverteilung)

% Korrelationsmodell
nu     = 2.5; % Smoothness-Parameter des Matern-Modells (nur fuer Werte von...
L_c    = [5 5 1]; % Korrelationslaenge [m] (1 x 3 Vektor)
g_mic  = 0.25; % Anteil der Mikrokorrelation (0 <= g_mic <= 1)
R_fun_meso = Matern_corr(nu); % Mesoskala-Korrelation
R_fun = @(Dw)g_mic*(Dw==0)+(1-g_mic)*R_fun_meso(Dw); % Korrelationsfunktion

% A-priori-Parameter der Normal-Gamma-Verteilung (Noninformative...
mu0  = 0;     % Mittelwert der Normalverteilung
k0   = 0;     % Skalierungsfaktor fuer precision der Normalverteilung
a0   = -1/2;  % Formparameter der Gammaverteilung
b0   = 0;     % Inverser Skalenparameter der Gammaverteilung

% Parameter der Messungenauigkeit
switch RF_dist
        case 'N'     % (normal, additiv)
        si_eps = 0; % (si_eps = 0: Keine Messungenauigkeit)
        case 'logN' % (lognormal, multiplikativ)
                CV_eps = 0; % Variationskoeffizient (CV_eps = 0: Keine...
        si_eps_log = sqrt(log(1+CV_eps^2)); % Standardabweichung der ...
end

% Einlesen der Daten aus Excel-Datei (dreidimensionales KOSY erforderlich)
% ID | fc [MPa] | z_1 [m] | z_2 [m] | z_3 [m]
data = readmatrix('Daten_dummy_Nachweis_raeuml.xlsx','Sheet','Daten_DF',...
```

Auf eine detaillierte Beschreibung wird an dieser Stelle verzichtet, hierfür wird auf Abschnitt A.1 verwiesen. Es muss darauf geachtet werden, dass die Parameter des Zufallsfelds für ein dreidimensionales Zufallsfeld definiert werden.

Zuletzt muss noch die Anzahl der Stützstellen für die eindimensionale SA-Integration gewählt werden, die in Abschnitt **??** beschrieben ist.

```
% Anzahl Stuetzstellen fuer SA Integration entlang z_2
n_el = 100;
```

Im Anschluss erfolgt eine Plausibilitätsprüfung der Eingabe, welche gegebenenfalls eine Fehlermeldung zurückgibt, sodass die Eingabe überprüft und angepasst werden kann bevor die Berechnung startet. Nach erfolgreicher Prüfung erscheint die Meldung “Eingabeparameter des Zufallsfelds in Ordnung” in der Kommandozeile und die Berechnung startet vollautomatisch, es erscheint die Meldung “Ermittlung der Schnittgroessen und der Querschnittsparameter laeuft...”. Diese Ermittlung erfolgt extern in der MATLAB®-Datei SQR_QS_Oldenburg.m und ist nur für das Beispiel der Schleuse Oldenburg gültig. Für andere Bauwerke muss diese Datei entweder angepasst werden oder die Schnittgrössen und die Querschnittsgrenzen in Richtung z_2 müssen aus einer externen Datei geladen werden, sodass sie in folgendem Format vorliegen:

- Normalkraft N: n_z_3 $\times$ 1 Vektor
- Querkraft V: n_z_3 $\times$ 1 Vektor

- Biegemoment M: n_z_3 $\times$ 1 Vektor
- Querschnittsgrenzen in z_2: n_z_3 $\times$ 2 Vektor

Daraus werden die verbleibenden Querschnittsparameter und die resultierenden Betonspannungen ermittelt. Die Ermittlung folgt dabei dem Verfahren, welches in Abschnitt **??** beschrieben ist. Nach Abschluss der Berechnungen erscheint die Meldung "Ermittlung der Schnittgroessen und der Querschnittsparameter abgeschlossen" und die Ermittlung der charakteristischen Betondruckfestigkeit an den gewählten Nachweispositionen des Bauwerks startet. Es erscheint die Meldung "Ermittlung der charakteristischen Betondruckfestigkeit laeuft..." und nach Abschluss die Meldung "Ermittlung der charakteristischen Betondruckfestigkeit abgeschlossen."

Im Anschluss wird der Nachweis der Betondruckfestigkeit an den ausgewählten Stellen durchgeführt, dies wird durch die Meldung "Nachweisfuehrung laeuft..." angezeigt. Ist die Nachweisführung abgeschlossen, so erscheint eine Meldung, welche anzeigt an wie vielen Positionen der Nachweis erfüllt ist. Zusätzlich wird eine Tabelle ausgegeben, die die Positionen enthält an denen der Nachweis nicht erfüllt ist. In dieser Tabelle werden zusätzlich die einwirkende (s_cd) und die zulässige (f_cd) Betondruckspannung sowie der resultierende Ausnutzungsgrad aufgeführt. In diesem Beispiel ist die Ausgabe wie folgt (aus Platzgründen gekürzt):

```
Nachweis der Betondruckspannung an 5031 von 5160 Positionen erfuellt.

Positionen an denen der Nachweis nicht erfuellt wurde:

z_1    z_3     s_cd      f_cd     Ausnutzung
---    ---    ------    ------    ----------

  0      0    -4.288    3.4055      1.2591
  1      0    -4.288    3.4054      1.2592
  2      0    -4.288    3.4052      1.2593
  3      0    -4.288    3.4049      1.2594
                ...
124      0    -4.288    3.4057       1.259
125      0    -4.288    3.4057       1.259
126      0    -4.288    3.4057       1.259
127      0    -4.288    3.4057       1.259
128      0    -4.288    3.4057       1.259
```

Der Abschluss der Berechnungen ist durch die Ausgabe der Meldung "Nachweisfuehrung abgeschlossen." gekennzeichnet.

Eine Abbildung stellt die Nachweispositionen grafisch dar und hebt die Positionen, an denen der Nachweis nicht erfüllt wird, farblich hervor. Zusätzlich erfolgt eine grafische Ausgabe der deterministischen Schnittgrößen (N, M und V), sowie der resultierenden Ausmitte e, des Maximalwerts der dreieckförmigen Betondruckspannung (σ_Δ) und des Bemessungswerts der einwirkenden Betondruckspannung ($f_{c,\mathrm{d}}$) über die vertikale Koordinate z_3.

Das Software-Paket ist für eine Nutzung in Kombination mit den Dateien der Softwarepakete A und B ausgelegt, da die dort enthaltenen Methoden benötigt werden. Es umfasst die folgenden Dokumente:

- Nachweis_raeuml_main.m: Hauptdokument (MATLAB®-Datei), in dem die Eingabe getätigt wird,
- Daten_dummy_Nachweis_raeuml.xlsx: Microsoft® Excel®-Datei mit imaginären Messwerten zur Veranschaulichung (erzeugt mit der Datei Gen_data_pseudo.m),
- t_postpred.m: MATLAB®-Datei, die das Bayes'sche Update durchführt,

- Parameter_SA_1D.m: MATLAB®-Datei, die die Parameter der SA-Zufallsvariablen berechnet,
- Matern_corr.m: MATLAB®-Datei zur Definition des Matérn-Korrelationsmodells,
- SQR_QS_Oldenburg.m: MATLAB®-Datei zur Berechnung der Schnittgrößen und Querschnittsgrenzen der Schleuse Oldenburg.

Die Dokumente t_postpred.m, Parameter_SA_1D.m und Matern_corr.m sind identisch mit den jeweiligen Dokumenten der Software-Pakete A und B.