

Lehrstuhl und Prüfamnt
für Grundbau, Bodenmechanik und Felsmechanik
der Technischen Universität München

Schriftenreihe
Heft 15

**Beitrag zur Analyse des Tragverhaltens
von einfach bewehrten Zweischichtensystemen**

von
Andreas Bauer

München, 1989

Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. Rudolf Floss
Ordinarius für Grundbau, Bodenmechanik und Felsmechanik

Lehrstuhl und Prüfamnt
für Grundbau, Bodenmechanik und Felsmechanik
der Technischen Universität München

BEITRAG ZUR ANALYSE DES TRAGVERHALTENS
VON EINFACH BEWEHRTEN ZWEISCHICHTENSYSTEMEN

Andreas Bauer

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. J. Eisenmann, Ordinarius

1. Prüfer: Univ.-Prof. Dr.-Ing. R. Floss, Ordinarius

2. Prüfer: apl. Prof. Dr.-Ing. habil. P. Gußmann

Die Dissertation wurde am 12.04.1989 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen am 28.06.1989 angenommen.

Meiner Frau
Renate

VORWORT

Die vorliegende Arbeit entstand im Zuge eines Forschungsvorhabens, welches die Klärung von Fragestellungen zum Einfluß von Bewehrungen auf das Trag- und Verformungsverhalten von geschichteten Böden zum Thema hatte. Sie steht im Bezug mit weiteren Grundlagenforschungen des Lehrstuhls und Prüfamtes für Grundbau, Bodenmechanik und Felsmechanik der Technischen Universität München, welche die Schaffung bodenmechanischer Ansätze für den ingenieurmäßigen Einsatz von Geotextilien im Erdbau zum Ziel haben.

Dem Leiter und Ordinarius des Lehrstuhls und Prüfamtes, Herrn Univ. Prof. Dr.-Ing. Rudolf Floss, danke ich für die umfassende Förderung der Arbeit, die Übernahme des Hauptreferates und nicht zuletzt für die Bereitschaft, diese Arbeit im Rahmen der Schriftenreihe zu veröffentlichen. Ich danke ferner herzlichst Herrn Prof. Dr.-Ing. Peter Gußmann für seine konstruktive und interessierte Unterstützung der Forschungsarbeit und für die Übernahme des Koreferats.

Mein herzlicher Dank gilt weiterhin allen Mitarbeitern und Kollegen des Lehrstuhles und Prüfamtes, welche durch anregende Diskussionen zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben, allen voran Herrn Akad. Direktor Dipl.-Ing. Helmut Laier, der neben seinem unermüdlichen Engagement für die Koordination der Forschungsarbeiten zur Thematik der Geotextilien im Erdbau auch diese Arbeit mit umfassendem Einsatz begleitet hat.

Abschließend möchte ich meinen besonderen Dank meiner Frau Renate und meinem Partner im Ingenieurbüro Herrn Reinhard Schneider für Ihre Geduld und das umfassende Verständnis, sowie Frau Renate Wechsler für die Durchführung der aufwendigen Schreivarbeiten aussprechen.

Andreas Bauer

KURZFASSUNG

Geotextilien (flächige in Boden eingelegte Gewebe, Vliese, Gitter etc.) finden seit Mitte der 70iger Jahre verstärkten Einsatz im Erdbau. Neben der Funktion der Trennung unterschiedlich gekörnter Böden, der Schaffung hydraulisch und mechanisch wirksamer Zwischenfilter kommt diesen Einlagen im Boden auch statische Bedeutung hinsichtlich der Festigkeitserhöhung bzw. Tragfähigkeitsverbesserung des Bodenmediums zu. Die Beschreibung der tragfähigkeitsverbessernden Wirkung von geotextilen Flächenbewehrungen im bodenmechanischen Zweischichtensystem mit versuchstechnischen und theoretischen Ansätzen ist Ziel der hier dokumentierten Arbeit.

TRAGVERHALTEN DES BEWEHRTEN ZWEISCHICHTENSYSTEMS

Die Gesamttragfähigkeit des bewehrten Zweischichtensystems kann als Summe der Tragfähigkeit des vertikal unverformten Systems (mit Berücksichtigung von horizontalen Spreizkraft- oder Schubkrafteintragungen in die Bewehrung) und der zusätzlichen Tragfähigkeit infolge von Membrankräften bei großen vertikalen Verformungen verstanden werden. Die Untersuchung der Tragfähigkeit von bewehrten unverformten Zweischichtensystemen wird unter Verwendung von starr plastischen kinematischen Verschiebungsmodellen (rechnerisch mit Kinematischer Elemente Methode) durchgeführt. Die problemgerechte Systemmodellierung erfordert die Einführung des plastischen Durchstanzelementes, dessen Randkraftverteilung über die Plastizitätsbedingung im Elementinneren festgelegt wird.

Die Tragfähigkeitserhöhung durch Membrankräfte bei großen Verformungen kann in Abhängigkeit von den vorgegebenen Größen der Vertikalverformung, der Bewehrungssteifigkeit und der Untergrundtragfähigkeit (bzw. Bettungswirkung) bei Variation der Form der Verformungsmulde so ermittelt werden, daß die Gesamttragkraft des Systems ein Minimum wird.

Zur Ermöglichung einer anwendungsgerechten ingenieurmäßigen Tragfähigkeitsberechnung wird der Spreizkrafteffekt über eine multiplikative Erhöhung der Traglastfaktoren und der Membraneffekt über ein additives Glied in die bekannte Grundbruchgleichung (vgl. DIN 4017) integriert.

MODELLVERSUCHE

Im 'Schneebedi'-Versuch (starr plastisches ebenes Modell) läßt sich mit einfachen Mitteln das Tragverhalten des ebenen Systems prüfen. Trotz der Einfachheit des Versuches und der versuchsbedingten Streuungen ergeben sich brauchbare Übereinstimmungen des Bruchverhaltens mit der Berechnung unter Verwendung von kinematischen Elementen.

Im kleinmaßstäblichen Zweischichtenbodenmodell können die Bodenspannungen, die Systemverformungen und die Geotextildehnungen gemessen werden. Die Spannungsverteilung in der einfach bewehrten Tragschicht erweist sich bei den untersuchten weichen Systemen infolge von Plastifizierungen in der Tragschicht als geringer, als bei einem Einschichtensystem im elastischen Zustand. Eine Anwendbarkeit der Elastizitätstheorie für das einfach bewehrte Zweischichtensystem ist demnach nicht gegeben.

INHALTSVERZEICHNIS

1. EINFÜHRUNG IN DIE PROBLEMSTELLUNG	01
2. THEORIE DES VERSAGENS VON ZWEISCHICHTENSYSTEMEN	06
2.1 Grundlagen der Plastizitätstheorie und Traglastsätze	06
2.2 Traglastverfahren der Plastizitätstheorie	08
2.3 Wahl eines Lösungsverfahrens für das Traglastproblem von Zweischichtensystemen	22
2.4 Untersuchung unbewehrter Zweischichtensysteme durch ein Grenzgleichgewichtsverfahren mit Durchstanzbetrachtung	26
2.5 Allgemeines Traglastverfahren mit kinematischen Diskontinuitätsflächen	35
2.6 Durchstanzbetrachtung im Traglastverfahren mit kinematischen Diskontinuitätsflächen	43
3. KINEMATISCHE ANALYSE DER GESAMTRAGFÄHIGKEIT FÜR DAS UNBEWEHRTE UND UNVERFORMTE ZWEISCHICHTENSYSTEM	58
3.1 Berechnungsgrundlagen	58
3.2 Exemplarische Berechnungsergebnisse für unbewehrte Zweischichtensysteme	61
3.3 Praxisgerechte Bemessungsgleichung für unbewehrte Zweischichtensysteme	65
3.4 Beispiele für die Gesamttragfähigkeit unbewehrter Zwei- schichtensysteme und Vergleichsbetrachtung mit bekannten Ansätzen	69

4. KINEMATISCHE ANALYSE DER GESAMTTRAGFÄHIGKEIT DES EINLAGIG BEWEHRTEN ZWEISCHICHTENSYSTEMS	72
4.1 Berücksichtigung des kinematischen Verhaltens von Bewehrungseinlagen bei der Versagensanalyse	72
4.2 Praxisgerechte Bemessungsgleichung für bewehrte unverformte Zweischichtensysteme	77
5. TRAGSCHICHTVERSAGEN ÜBER EINER BEWEHRUNG	83
6. MEMBRANTRAGWIRKUNG IM BEWEHRTEN ZWEISCHICHTENSYSTEM	87
6.1 Vorschlag für ein Berechnungsverfahren	87
6.2 Ermittlung von Membrantragkräften	96
7. STARR PLASTISCHE MODELLVERSUCHE ZUM TRAGVERHALTEN	100
7.1 Versuchsdurchführung	100
7.2 Versuchsergebnisse und Vergleich mit Berechnungsergebnissen	109
8. KLEINMASSTÄBLICHE MODELLVERSUCHE ZUR UNTERSUCHUNG DES BEWEHRUNGSEINFLUSSES AUF SPANNUNGEN UND VERFORMUNGEN IM ZWEISCHICHTENSYSTEM	116
8.1 Versuchsdurchführung	116
8.2 Meßwerterfassung und Meßwertauftragung	128

8.3 Analyse der Vertikalspannungen	141
8.3.1 Meßwertkorrektur	141
8.3.2 Abschätzung von koordinierten Spannungen	144
8.3.3 Betrachtungen zur idealplastischen Spannungs- abtragung im Zweischichtensystem	154
8.3.3.1. Anwendungsbedingungen	154
8.3.3.2. Idealelastische Spannungsuntersuchung des Zweischichtensystems für den axialsymme- trischen Belastungszustand	157
8.3.3.3. Verteilung der Vertikalspannungen in der Schichtgrenze des idealelastischen Zwei- schichtensystems	
8.3.3.4. Umwandlung des idealelastischen Zwei- schichtensystems in einen Halbraum	165
8.3.4 Analyse der Vertikalspannungen in der Schichtgrenze	167
8.4 Analyse der Systemverformungen	174
8.5 Betrachtungen zum Tragverhalten	183
9. BEISPIEL FÜR DIE TRAGFÄHIGKEITSUNTERSUCHUNG EINER BEWEHRTEN UNGEBUNDENEN TRAGSCHICHT	191
10. SCHLUSSBETRACHTUNG	197
LITERATUR	199

1. EINFÜHRUNG IN DIE PROBLEMSTELLUNG

Es ist im modernen Bauwesen eine vielfältig angewandte Erkenntnis, daß durch den Einbau von zugfesten Elementen in rein druckfeste Baustoffe, sogenannte Verbundmedien entstehen, welche sich durch erhöhte druckfeste bzw. zugfeste Eigenschaften und vor allem durch verbesserte Tragfähigkeit bei speziellen Belastungszuständen auszeichnen. Da die Bewehrungsanteile meist gering sind, wird eine Verbesserung der Verformungseigenschaften bei baupraktisch üblichen Verbundstoffen nur für Belastungszustände festgestellt, welchen das unbewehrte Medium nicht standhält, oder die im Nahbereich zum Versagen liegen. Als bekanntestes Kompositmedium des Bauwesens ist der Stahlbeton zu nennen, mit seinen vielfältigen Anwendungsmöglichkeiten.

Auch im Erd- und Grundbau gewinnen künstliche Verbundsysteme unter dem Begriff der "bewehrten Bodensysteme" (Terré armée, Bodenvernagelung, Textsol usw.) zunehmend an Bedeutung.

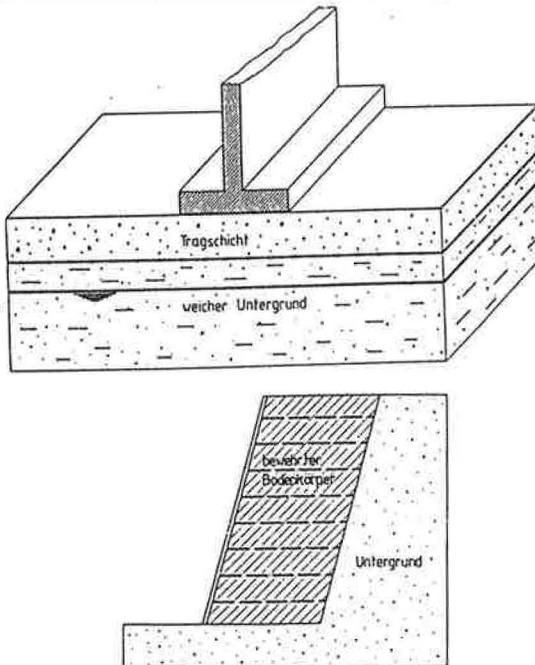


Abb. (1.1) - Beispiele für bewehrte Bodensysteme (Tragschicht auf weichem Untergrund und bewehrte Wand)

Anschaulich wird die festigkeitserhöhende Wirkung von zugfesten Einlagen im Boden durch die natürliche Durchwurzelung des Mutterbodens aufgezeigt, wobei eine erhebliche 'scheinbare' Kohäsion von bis zu 80 kN/m^2 entstehen kann.

Diese homogene Festigkeitserhöhung kann durch Einfügen von Fasern in Lockerboden nachvollzogen werden und wird näherungsweise bei Verbundmedien mit eng angeordneten flächigen Einlagen und Belastung senkrecht zur Bewehrungsrichtung beobachtet. Biaxiale Belastungsversuche an bewehrten Böden zeigen, daß die Festigkeit exponentiell mit der Bewehrungsdichte (Reduzierung des Bewehrungsabstandes) zunimmt.

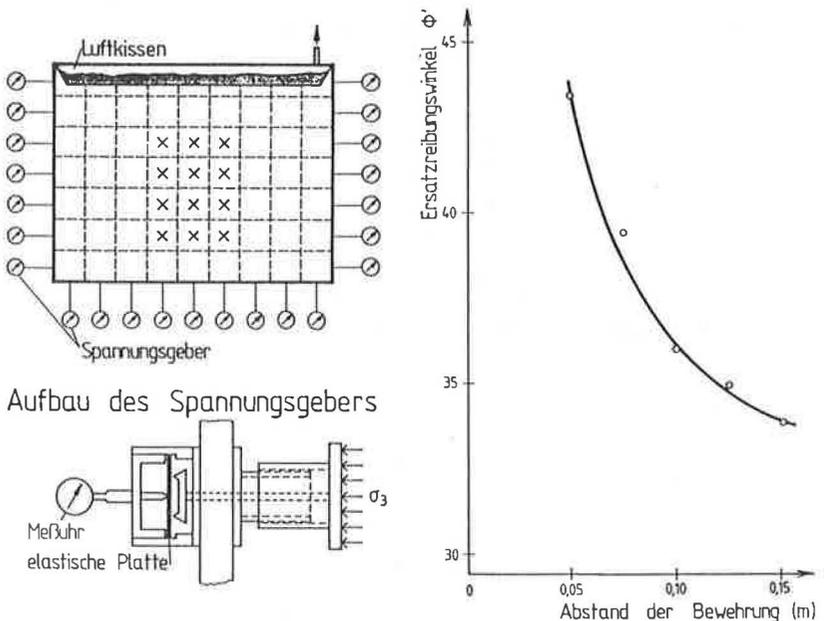


Abb. (1.2) - Festigkeit von lagenweise bewehrten Sanden (WYSOCKI, 1987)

Lagenweise bewehrte Tragsysteme mit begrenzter oberflächiger Lasteintragung zeichnen sich durch drei Arten der Traglastserhöhung aus.

- (a) Bei mehreren 'schmalen' Bewehrungseinlagen wird ein Tragpolster geschaffen, welches die Effekte der Vergrößerung der Aufstandsfläche und der Tieflegung des Gründungsniveaus in den Untergrund in sich vereinen. Die Stabilität des Tragpolsters setzt dabei eine hinreichende Bewehrungsdichte voraus.

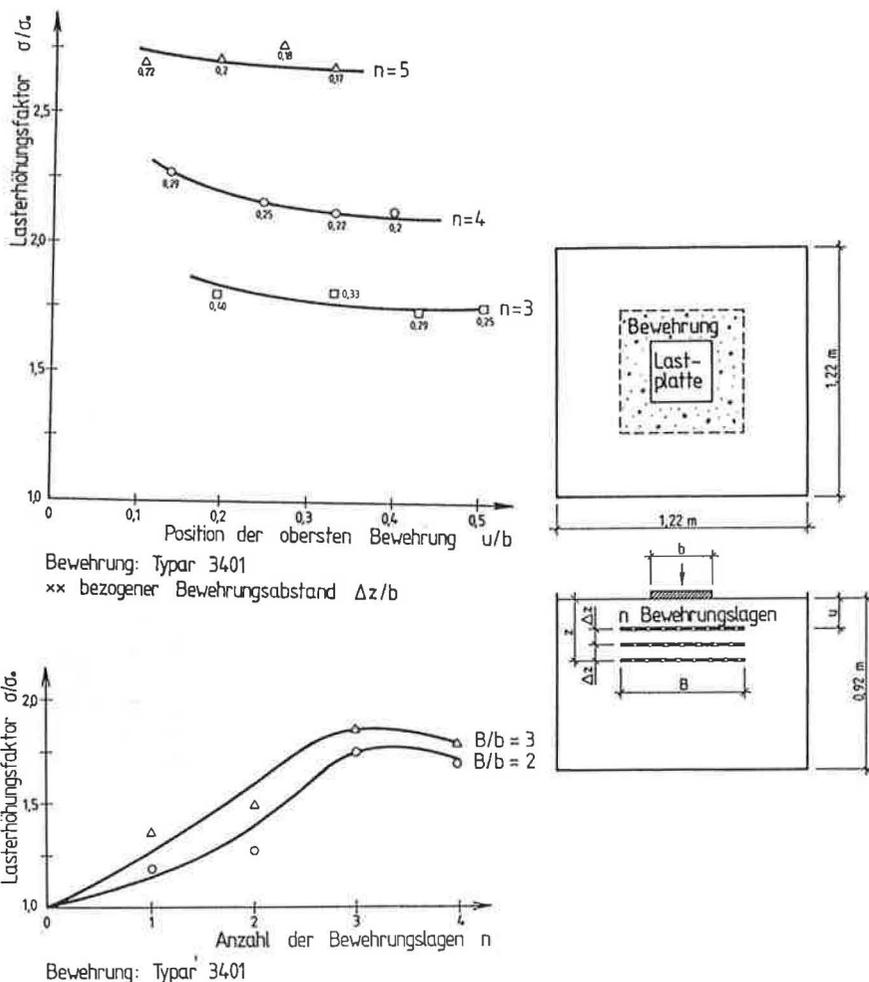


Abb. (1.3) - Tragfähigkeit eines mehrfach bewehrten Tragpolsters (GUIDO et al., 1980)

- (b) Die tragfähigkeitserhöhende Wirkung einer einlagigen "breiten" Bewehrung im Tragsystem beruht auf der Interaktion zwischen Boden und Bewehrung über Schubkräfte bei horizontalen Verschiebungen des Bodens relativ zur stationären Bewehrung.
- (c) Der letztgenannte Effekt kann überlagert werden von dem sogenannten "Membraneffekt", welcher auftritt, sobald die Verformung senkrecht zur Bewehrungsebene groß wird (vorzugsweise bei Tragschichten oder Gründungspolstern auf kompressiblem Untergrund). Der "Membraneffekt" kann sich bei geeigneten Systembedingungen (z.B. begrenzter Mächtigkeit der Weichschicht) auch in einer Verformungsreduzierung äußern.

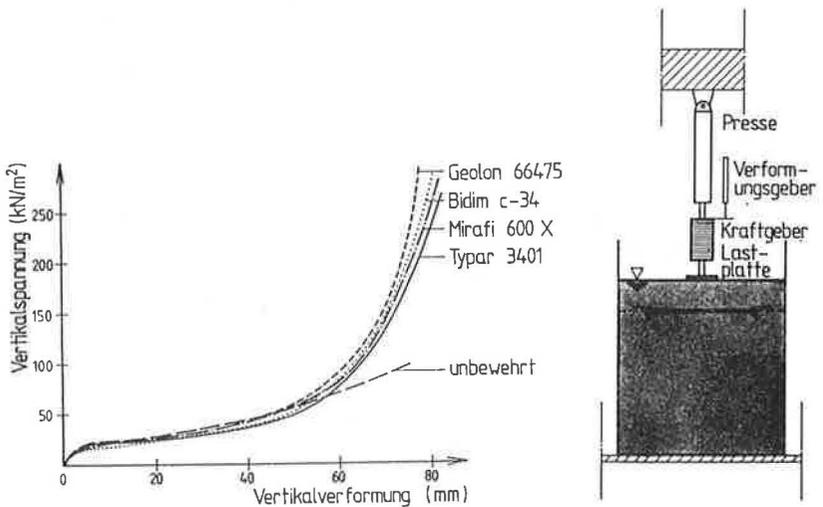


Abb. (1.4) - Schubkraft- und Membraneffekte (HALIBURTON et al., 1982) im bewehrten Zweischichtensystem in Abhängigkeit von der Größe der Einsenkung

Die aus der Literatur bekannten Vorgänge für das hier zu betrachtende Zweischichtensystem mit einlagiger Bewehrung basieren somit auf zwei unterschiedlichen Effekten, nämlich den Tragfähigkeitserhöhungen durch Spreizkräfteintrag in die Bewehrung und Aktivierung von Membrankräften, welche zunächst zweckmäßigerweise getrennt behandelt werden sollten. Ziel der ingenieurmäßigen Analyse, wie sie im Rahmen der vorliegenden Arbeit angestrebt wird, ist es, für diese Effekte geeignete einfache Modelle zu schaffen und die jeweiligen Aussagen sinnvoll zusammenzufügen.

Da dies eine der ersten Forschungsarbeiten zum vorliegenden Thema ist, war es erforderlich, das Untersuchungsspektrum einzugrenzen, um den zeitlichen und finanziellen Rahmen des Forschungsvorhabens einzuhalten. Die festgelegten Beschränkungen sind:

- (a) versuchstechnische und analytische Betrachtung nur von ebenen Verformungs- und Bruchzuständen
- (b) Untersuchung von Systemen mit nur einlagiger Bewehrung.

2. THEORIE DES VERSAGENS VON ZWEISCHICHTENSYSTEMEN

2.1 Grundlagen der Plastizitätstheorie und Traglastsätze

Bei der analytischen Behandlung von Tragsystemen werden statisch bestimmte, statisch unbestimmte und verschiebliche Systeme unterschieden. Ist ein statisch bestimmtes System an nur einer Stelle über den gesamten Querschnitt hinsichtlich der vorhandenen Spannungen überbeansprucht, so geht es in ein verschiebliches und damit kinematisch bestimmtes System über. Bei statisch unbestimmten Systemen (Rahmensysteme etc.) und Flächentragwerken führt die Überbeanspruchung an einer Stelle (z.B. Entstehung eines Fließgelenkes) noch nicht zu einem verschieblichen System. Das System wird nur um einen Grad weniger unbestimmt und Teile der bislang in diesem Bereich übernommenen Schnittkräfte müssen durch andere Bereiche des Tragwerkes abgetragen werden. Der Vorgang des Übergehens eines Tragwerksbereichs in den Fließzustand wird als Plastifizierung bezeichnet. Das System bricht, wenn es durch zunehmende oder schrittweise Plastifizierung und den damit einhergehenden Veränderungen des Tragverhaltens in einen statisch bestimmten und anschließend in einen verschieblichen Zustand übergeht.

Der Bruchmechanismus des beim Erreichen der Traglast (auch als Grenzlast oder Tragfähigkeit bezeichnet) kinematisch bestimmt werdenden Tragwerks läßt sich nur in einfachen Fällen von vorneherein angeben. Zur Behandlung schwierigerer Fälle wird auf die sogenannten Traglastsätze zurückgegriffen, welche eine vereinfachte mathematische Lösung der Bruchaufgabe ermöglichen, wobei bewußt entweder die kinematische Verträglichkeit oder die Gleichgewichtsbedingung der Kräfte teilweise verletzt werden darf. Die Anwendung der Traglastsätze geht von nachfolgenden Voraussetzungen aus:

- (a) alle Lasten wachsen proportional zueinander
- (b) plastische Verzerrungen entsprechen der Normalitätsbedingung
- (c) der Zusammenbruch tritt bei konstant bleibender Traglast dann ein, wenn die Zahl der Fließstellen ausreicht, um das System zu einem Mechanismus zu machen, welcher durch Angabe einer einzigen Verschiebung kinematisch bestimmt ist

- (d) Die Verformungen sind so klein, daß geometrische Veränderungen des Tragwerks unberücksichtigt bleiben können.

Ein Spannungsfeld ist statisch 'sicher', wenn die Spannungen in keinem Punkt die Bruchspannung erreichen. Er ist jedoch noch statisch 'zulässig', wenn die Bruchbedingung zwar in einer Reihe von Punkten erreicht wird, jedoch an keiner Stelle überschritten ist. Das System ist statisch 'unzulässig' oder 'verschieblich', wenn die Spannungen mindestens in einer Stelle die Bruchspannungen überschreiten. Die zu einem statisch verträglichen Spannungsfeld bzw. einem kinematisch verträglichen Verschiebungsfeld gehörigen äußeren Kräfte sind die Traglasten.

Auf Grundlage der obigen Gesichtspunkte wurden von Drucker, Greenberg u. Prager (1952) die zwei Grenzwertsätze der Plastizitätstheorie formuliert.

1. Traglastsatz (unteres Grenzwerttheorem)

Die zu einem statisch verträglichen und zulässigen Spannungsfeld gehörigen äußeren Kräfte bestimmen einen unteren Grenzwert für die Traglasten oder die zu einem statisch verträglichen und sicheren Spannungsfeld gehörigen äußeren Kräfte sind kleiner als die Traglasten.

2. Traglastsatz (oberes Grenzwerttheorem)

Die zu einem kinematisch verträglichen virtuellen Verschiebungsfeld (Bruchmechanismus) gehörigen äußeren Kräfte bestimmen einen oberen Grenzwert für die Traglasten. Das Tragwerk bricht zusammen, wenn wenigstens ein virtuelles Verschiebungsfeld existiert, für das bei einer virtuellen Verschiebung ein Überschuß an kinematischer Energie erzeugt wird.

Der 1. Traglastsatz wird rechnerisch mit der Gleichgewichts- und der Bruchbedingung beschrieben und stellt keine kinematischen Anforderungen. Der 2. Traglastsatz setzt die kinematische Verträglichkeit des betrachteten Bruchmechanismus und der dabei geleisteten Arbeit voraus. Bei Anwendung beider Traglastsätze kann die tatsächliche Größe der Systemtragfähigkeit von oben und unten eingegrenzt werden. Je nach Vorgehensweise werden deshalb sogenannte 'statische' Verfahren (Spannungsuntersuchung unter Einbeziehung der Bruchhypothese) und 'kinematische' Verfahren (Untersuchung von Verschiebungssystemen) unterschieden.

2.2 Traglastverfahren der Plastizitätstheorie

Zur Ermittlung von Systemtragfähigkeiten stehen unterschiedliche Lösungsverfahren zur Verfügung, deren Anwendbarkeit sich nach der zu betrachtenden Problemstellung richtet. Im Rahmen der Plastizitätstheorie werden vier Verfahren unterschieden:

- (a) Traglastverfahren mit statischen Diskontinuitätsflächen
- (b) Gleitflächenverfahren
- (c) Traglastverfahren mit kinematischen Diskontinuitätsflächen
- (d) Grenzgleichgewichtsverfahren

Als Diskontinuitätsfläche wird eine Zone des Systems bezeichnet, welche Systembereiche mit unterschiedlichen statischen oder kinematischen Verhältnissen voneinander abgrenzt.

TRAGLASTVERFAHREN MIT STATISCHEN DISKONTINUITÄTSFLÄCHEN

Dieser meist stark vereinfachende Ansatz basiert auf dem ersten Traglastsatz. Es werden willkürlich begrenzte Systembereiche unterschieden, für die die Bruchbedingung und das Gleichgewicht der Kräfte innerhalb der Flächenbereiche zu erfüllen ist. Als Übergangsbedingung an den Diskontinuitätsflächen gilt auch das Kräftegleichgewicht.

GLEICHGEWICHTSBEDINGUNG

$$\frac{\delta\sigma_x}{\delta x} + \frac{\delta\tau_{xz}}{\delta z} = 0 \quad (2.1a)$$

$$\frac{\delta\sigma_y}{\delta z} + \frac{\delta\tau_{yz}}{\delta x} = \gamma \quad (2.1b)$$

BRUCHBEDINGUNG

Nach Coulomb ermittelt sich der zulässige Grenzspannungszustand in einer Bruchfuge oder innerhalb eines Mediums aus den Festigkeitsparametern und den wirksamen Spannungen

$$\tau = \sigma' \tan \varphi + c = (\sigma - u) \tan \varphi + c \quad (2.2a)$$

wobei τ_{max} auch als Berührungspunkt zwischen der Coulomb'schen Gerade und einem Mohr'schen Spannungskreis verstanden werden kann.

$$\tau_{max} = \pm \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \quad (2.2b)$$

bzw.

$$\tau_{max} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2} \quad (2.2c)$$

Die durch den obengenannten Berührungspunkt definierte Coulomb-Mohr'sche Bruchhypothese hat somit die Form:

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2} - \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) \sin\varphi - c \cos\varphi = 0 \quad (2.3)$$

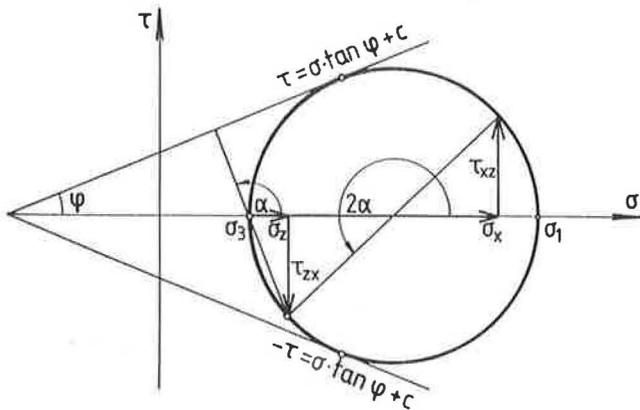


Abb. (2.1) - Mohr'scher Spannungskreis im Bruchzustand

Bei derart stark vereinfachter Betrachtung des Grundbruchproblems für einen rein kohäsiven Untergrund ergibt sich die Tragfähigkeit unter einer streifenförmigen Belastung zu $\sigma_{of} = 4c$.

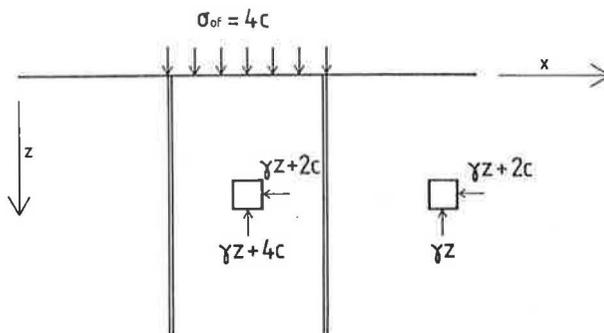


Abb. (2.2) - Ebenes Grundbruchproblem mit statischen Diskontinuitätsflächen

Wenn gezeigt werden kann, daß sich das aus dem Stoffgesetz ergebende Verschiebungsfeld in Übereinstimmung mit den kinematischen Randbedingungen befindet, so befriedigt die Lösung auch den 2. Traglastsatz und stellt eine obere Schranke dar. Wenn weiterhin das Spannungsfeld auf den gesamten Körper erweitert werden kann und das Verschiebungsfeld in obiger Weise kompatibel ist, so handelt es sich um eine exakte Lösung.

Genügt ein Spannungszustand der Coulomb'schen Bruchbedingung, so kann der Zusammenhang zwischen den koordinierten Spannungen durch zwei kennzeichnende Größen ausgedrückt werden.

$$\sigma_x = \sigma_m (1 - \sin \varphi \cos 2 \kappa) \quad (2.4a)$$

$$\sigma_z = \sigma_m (1 + \sin \varphi \cos 2 \kappa) \quad (2.4b)$$

$$\tau_{xz} = \sigma_m \sin \varphi \sin 2 \kappa \quad (2.4c)$$

$$\text{mit } \sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2}$$

$$\text{und } \sin 2 \kappa = \frac{\tau_{xz}}{\sigma_m \sin \varphi}$$

Durch Einsetzen dieser Beziehungen in die Gleichgewichtsbedingungen wird ein Differentialgleichungssystem erhalten, welches ein Spannungsfeld im Grenzzustand innerhalb des betrachteten Bereiches beschreibt.

$$\frac{\delta \sigma_m}{\delta x} - \frac{\delta \sigma_m}{\delta x} \sin \varphi \cos 2 \kappa +$$

$$2 \sigma_m \sin \varphi \sin 2 \tau \frac{\delta \tau}{\delta x} + \frac{\delta \sigma_m}{\delta z} \sin \varphi \sin 2 \kappa \quad (2.5a)$$

$$+ 2 \sigma_m \sin \varphi \cos 2 \kappa \frac{\delta \kappa}{\delta z} - \gamma_x = 0$$

$$\frac{\delta\sigma_m}{\delta x} \sin\varphi \sin 2\kappa + 2\sigma_m \sin\varphi \cos 2\kappa \frac{\delta\kappa}{\delta x} + \quad (2.5b)$$

$$+ \frac{\delta\sigma_m}{\delta z} + \frac{\delta\sigma_m}{\delta z} \sin\varphi \cos 2\kappa - 2\sigma_m \sin\varphi \sin 2\kappa \frac{\delta\kappa}{\delta z} - \gamma_x = 0$$

Die allgemeine Form des zu lösenden Differentialgleichungssystems für einen Bereich, der sich im plastischen Zustand befindet, lautet:

$$a_1 \frac{\delta\Phi_1}{\delta x} + a_2 \frac{\delta\Phi_1}{\delta z} + a_3 \frac{\delta\Phi_2}{\delta x} + a_4 \frac{\delta\Phi_2}{\delta z} = a_5 \quad (2.6)$$

$$b_1 \frac{\delta\Phi_1}{\delta x} + b_2 \frac{\delta\Phi_1}{\delta z} + b_3 \frac{\delta\Phi_2}{\delta x} + b_4 \frac{\delta\Phi_2}{\delta z} = b_5$$

wobei Φ_1 und Φ_2 die Größen sind, deren Verläufe in der x, z -Ebene gesucht sind. Die Koeffizienten a und b sind Funktionen der unabhängigen Variablen x und z als auch der gesuchten Funktionen Φ_1 und Φ_2 . Die Kurvenscharen Φ_1 und Φ_2 werden als 1. bzw. 2. Charakteristik bezeichnet. Die Charakteristiken haben die Eigenschaft, daß die räumlichen Ableitungen kontinuierlich verlaufen. Mit Vereinfachungen zur Verteilung der Randspannungen wird es möglich, iterativ eine Gleitflächengeometrie des Bruchzustandes zu finden, welcher das Gleichgewicht der inneren und äußeren Teilspannungsfelder erfüllt, wobei für die Schnittpunkte der Charakteristiken die Spannungsgrößen σ_m und κ für die jeweiligen Koordinaten bestimmt werden können.

In vergleichbarer Weise geht PRANDTL (1920) vor, indem er aus den Gleichgewichtsbedingungen des ebenen Zustandes (siehe Gleichungen 2.1)

$$\frac{\delta\sigma_x}{\delta x} + \frac{\delta\tau_{yx}}{\delta z} = \gamma$$

$$\frac{\delta\sigma_x}{\delta z} + \frac{\delta\tau_{xz}}{\delta x} = 0$$

die Spannungskomponenten durch eine Spannungsfunktion f eliminiert

$$\sigma_{xx} = \frac{\delta^2 f}{\delta z^2} \quad (2.7a)$$

$$\sigma_{zz} = \frac{\delta^2 f}{\delta x^2} + \gamma z \quad (2.7b)$$

$$\tau_{xz} = \frac{\delta^2 f}{\delta x \delta z} \quad (2.7c)$$

und in die Bruchbedingung einsetzt

$$\left(\frac{\delta^2 f}{\delta x^2} + \gamma z - \frac{\delta^2 f}{\delta z^2} \right)^2 - \sin \varphi \left(c \cos \varphi + \frac{\delta^2 f}{\delta x^2} + \gamma z + \frac{\delta^2 f}{\delta z^2} \right)^2 \quad (2.8)$$

$$+ 4 \left(\frac{\delta^2 f}{\delta x \delta z} \right)^2 = 0$$

Diese Differentialgleichung ist nur für Teilbereiche des Halbraumes ("Bruchstücke") lösbar, welche durch Unstetigkeiten (Diskontinuitätsflächen) begrenzt sind.

Bei der praktischen Lösung des Traglastproblems eines vertikal belasteten Fundaments auf gewichtslosem Boden kann PRANDTL die Lösung der Aufgabenstellung auf die Berechnung im Teilbereich BCD (aus Abb. 2.3) reduzieren, da die Neigungswinkel der Gleitlinien in den Bereichen ABC und BDE für kohäsionslosen Boden bereits nach Mohr-Coulomb mit

$$\vartheta_{1,2} = \pm (45 + \varphi/2)$$

bekannt sind.

Zur Ermittlung der Spannungsfunktion in dem genannten Übergangsbereich werden als geometrische Größen die Polarkoordinaten ψ und r verwendet und die Funktion f durch q ersetzt, womit sich die Spannungskomponenten wie folgt ergeben:

$$q(\psi) = \frac{2}{r^2} f \quad (2.9a)$$

$$\sigma_r = \frac{1}{2} \frac{\delta^2 q}{\delta \psi^2} + q \quad (2.9b)$$

$$\tau_{r,\psi} = -\frac{1}{2} \frac{\delta q}{\delta \psi} \quad (2.9c)$$

$$\sigma_\psi = q \quad (2.9d)$$

Die Differentialgleichung wird durch Einsetzen in die Bruchbedingung erhalten

$$\frac{1}{2} \frac{1}{4} \left(\frac{\delta^2 q}{\delta \psi^2} \right)^2 + \left(\frac{\delta q}{\delta \psi} \right)^2 - c \cos \varphi + (1/4 \frac{\delta^2 q}{\delta \psi^2} + q) \sin \psi = 0 \quad (2.10)$$

Die Lösung findet PRANDTL in der Funktion

$$q = C e^{2\psi \tan \varphi} - c \cot \varphi \quad (2.11)$$

Die Hauptspannungen sind dabei

$$\sigma_{1,3} = \frac{C e^{2\psi \tan \varphi}}{1 \pm \sin \varphi} - c \cos \varphi \quad (2.12)$$

womit sich aus der Randbedingung $\sigma_3(\psi = 0) = \sigma^*$ die Integrationskonstante C ergibt

$$C = (1 + \sin \varphi) (\sigma^* + c \cot \varphi) \quad (2.13)$$

Für den Randabschnitt BC ($\psi = \pi/2$) folgt damit

$$\sigma_{\gamma, \beta} = (\sigma^* + c \cot\varphi) e^{\pi \tan\varphi} \frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi} - c \cot\varphi \quad (2.14)$$

Aus den so ermittelten Gesamtragfähigkeiten können leicht die zwei Tragfähigkeitsbeiwerte der DIN 4017/Teil 1 abgelesen werden

$$N_a = e^{\pi \tan\varphi} \frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi} \quad (2.15)$$

$$N_c = (N_a - 1) \cot\varphi \quad (2.16)$$

Die Untersuchungen mit dieser Lösung zeigen, daß die Einflüsse der Bodenkohäsion, der Lastbreite und der Einbindetiefe weitgehend voneinander unabhängig sind und so die Verknüpfung über die Bodenreibung und die Bodenwichte hergestellt werden kann. Die jeweiligen Traglastanteile werden deshalb getrennt als Funktion der Bodenreibung ermittelt und einander überlagert. Es entsteht so die aus der DIN 4017 bekannte einfache Form:

$$\sigma_{\sigma, \tau} = c N_c v_c + \gamma d N_a v_d + \gamma_2 b N_b v_b \quad (2.17)$$

$N_c, N_a, N_b \dots$ Tragfähigkeitsbeiwerte

$v_c, v_d, v_b \dots$ Formbeiwerte

Mit diesem Ansatz werden bereits näherungsweise geschichtete Systeme behandelt, wobei die Schichtungsbedingungen durch Mittelung der physikalischen Bodenparameter (Wichte proportional zu den Flächenanteilen der Bodenscholle und Festigkeit proportional zu den Abwicklungsabschnitten der Bruchfuge) berücksichtigt werden. Die Scherfuge verläuft homogen in Abhängigkeit von den iterativ angepaßten mittleren Bodenparametern. Kraftumlagerungen zwischen den Schichten und Durchstanzvorgänge bleiben unberücksichtigt.

Wird eine Variation der bodenmechanischen Kenndaten eines einfachen Zweischichtensystems (mit einer Wichte der Tragschicht von 19 kN/m^3 und des Untergrundes unter Auftrieb von 9 kN/m^3) für kohäsionsfreie Tragschicht und reibungslosen Untergrund vorgenommen, so ergeben sich bezüglich der Tragfähigkeit die in Tab. (2.1) bzw. Abbildung (2.4) dargestellten Verhältnisse.

Tab. (2.1) - Tragfähigkeit σ_{or} des Zweischichtensystems, bei Berechnung mit Grenzgleichgewichtsverfahren

Festigkeitsparameter		Tragfähigkeit σ_{or} (kN/m^2) für bezogene Tragschichthöhe h/b				
Tragschicht	Untergrund	0,0	0,25	0,5	0,75	1,0
$\varphi_{TR} / c_{TR} = 0$	$c_{UN} \quad \varphi_{UN} = 0$					
°	kN/m^2	°				
25	5	25,7	26,7	29,9	26,4	24,3
	10	51,4	53,2	52,7	49,7	42,3
	15	77,1	79,6	78,5	73,0	60,3
30	5	25,7	28,9	31,5	33,7	35,5
	10	51,4	57,3	61,1	62,8	61,6
	15	77,1	85,8	90,8	83,3	87,7
35	5	25,7	31,3	36,8	42,5	49,0
	10	51,4	62,1	71,0	78,3	85,0
	15	77,1	92,8	105,2	114,2	121,1

Bezeichnungen:

φ_{TR} Winkel der inneren Reibung des Tragschichtmaterials ($^\circ$)
 $\varphi_{UN} = 0$ Winkel der inneren Reibung des Untergrundmaterials ($^\circ$)
 $c_{TR} = 0$ Kohäsion des Tragschichtmaterials (kN/m^2)
 c_{UN} Kohäsion des Untergrundmaterials (kN/m^2)

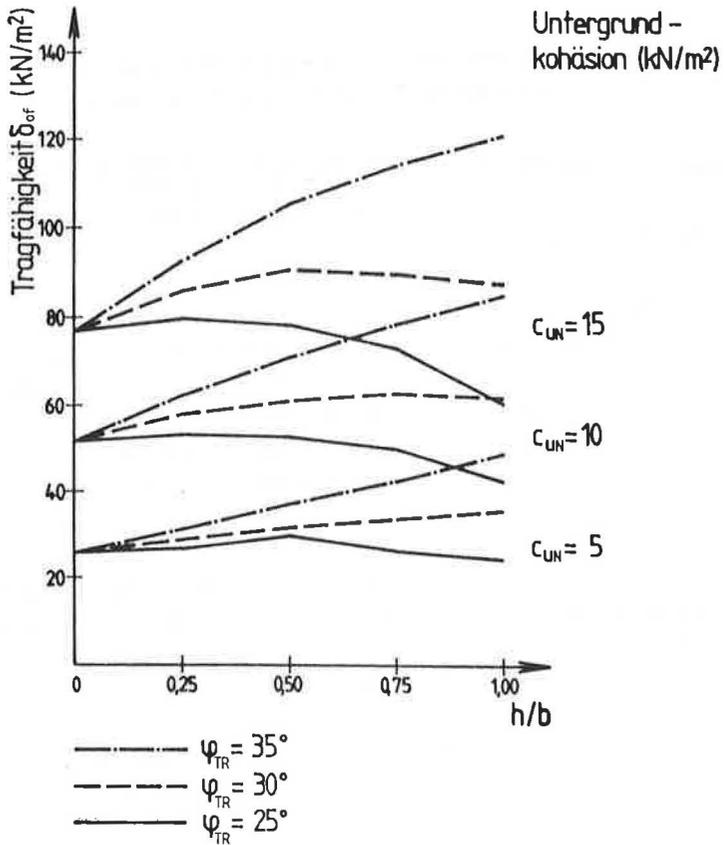


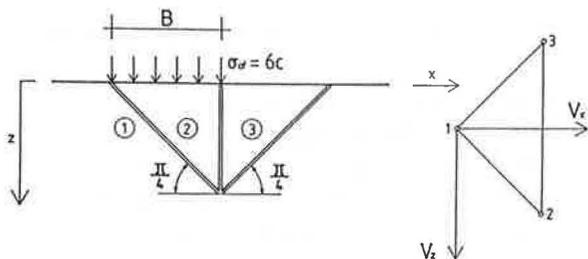
Abb. (2.4) - Tragfähigkeit des Zweischichtensystems bei Berechnung mit Gleitflächenverfahren

TRAGLASTVERFAHREN MIT KINEMATISCHEN DISKONTINUITÄTSFLÄCHEN

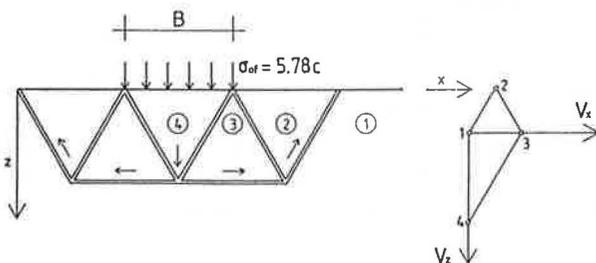
Bei diesem Ansatz wird ein geeignetes kinematisches Verschiebungssystem betrachtet, wobei unter Verwendung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen die Traglast dann erreicht ist, wenn die totale virtuelle Arbeit (Differenz zwischen äußerer und innerer Arbeit) gleich Null ist. Die virtuellen Verschiebungen der als starr gedachten Systembereiche ergeben sich bei Aufbringung einer äußeren Verschiebung aus dem Verschiebungsplan.

Soll mit diesem Ansatz eine Standsicherheit η bestimmt werden, so ergibt sich diese als Quotient aus der inneren und äußeren Arbeit. Da dieses Vorgehen entsprechend dem 2. Traglastsatz einen oberen Grenzwert bestimmt, muß durch Variation der kennzeichnenden geometrischen Größen der Bruchmechanismus mit dem Ziel einer Minimierung die tatsächliche Tragfähigkeit angenähert werden. Die Variation ist praktisch verwirklichtbar, da die Größen der Traglast bzw. der Erd drücke etc. hinsichtlich der Variation der Geometrie nicht allzu empfindlich sind.

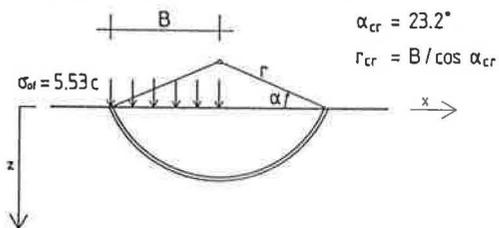
Die Thematik von Traglastverfahren mit kinematischen Diskontinuitätsflächen wird unter Ziffer 2.4 anhand eines allgemeinen kinematischen Berechnungsverfahrens vertieft werden, so daß hier keine weiteren Erläuterungen erforderlich sind.



- Translationsmechanismus mit 2 Elementen



- Translationsmechanismus mit 5 Elementen



- Rotationsmechanismus

Abb. (2.5) - Kinematische Bruchmechanismen für einen Grundbruchvorgang

GRENZGLEICHGEWICHTSVERFAHREN

Grenzgleichgewichtsverfahren basieren auf vereinfachten kinematischen Starrkörpermodellen. Es werden nicht alle möglichen geometrischen Freiheitsgrade variiert. Man erreicht in Einzelfällen eine statisch einwandfreie Lösung, wenn die resultierenden Kräfte die Gleichgewichtsbedingungen $\Sigma V = 0$, $\Sigma H = 0$ und $\Sigma M = 0$ erfüllen. Bei den Grenzgleichgewichtsverfahren werden unterschieden:

- (a) Scheibenverfahren, bei dem an einem Teilgleitkörpern alle angreifenden resultierenden Kräfte betrachtet werden
- (b) Lamellenverfahren, bei denen mit dem Kräftegleichgewicht an lamellenförmigen Starrkörpern gearbeitet wird. Dieses findet Anwendung vorwiegend bei geschichtetem Untergrund.

Grundbruchprobleme können so auch unter Einbeziehung des Eigengewichtes untersucht werden, wobei auf den bereits durch PRANDTL behandelten Bodenbereich mit logarithmischer Berandung aktive und passive Kräfte aufgebracht werden. Die logarithmische Spirale stellt, wie erwähnt, eine mathematisch korrekte Gleitlinie für gewichtslosen Boden dar und hat im Sinne einer geometrischen Variation vier Freiheitsgrade, wenn unter Verzicht auf die geometrische Korrektheit im Übergang zwischen den geradlinig berandeten Bruchkörperteilen und der logarithmischen Spirale Knicke zugelassen werden.

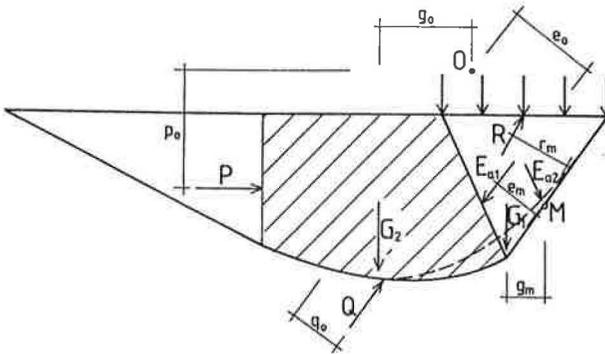


Abb. (2.5) - Flachgründung im Scheibenmodell

2.3 Wahl eines Lösungsverfahrens für das Traglastproblem von Zweischichtensystemen

Die unter Ziffer 2.2 aufgezeigten Traglastverfahren bedürfen, soweit eine Anwendbarkeit überhaupt gegeben ist, spezieller Anpassungen bei der Analyse des Versagens von Zweischichtensystemen. Die Bedingungen der Anwendbarkeit haben zur Folge, daß für das einfachere Problem des Zweischichtenversagens ohne Bewehrung noch vereinfachte Modellverfahren zugrundegelegt werden können, während für ein bewehrtes Zweischichtensystem nurmehr Verfahren geeignet sind, welche so allgemein gehalten sind, daß sie die komplexeren Bedingungen berücksichtigen können. Wie aus Tabelle (2.2) erkennbar, sind in dieser Hinsicht allgemein anwendbar das Gleitflächenverfahren, das allgemeine Traglastverfahren mit kinematischen Diskontinuitätsflächen und die Finite-Elemente-Methode. In all diesen Fällen ist der Aufwand für die problembezogene Anpassung des Verfahrens und der Rechenaufwand zur Durchführung einer einzelnen Berechnung hoch.

Tabelle (2.2) - Anwendungsbedingungen von statischen und kinematischen Verfahren auf das Traglastproblem des Zweischichtensystems

Verfahren	Anwendungsbedingungen für Zweischichtensysteme	
	ohne Bewehrung	mit Bewehrung
STATISCHE TRAGLASTVERFAHREN (1. Traglastsatz)		
mit statischen DF	nicht anwendbar (Grad der Vereinfachung zu groß)	
Gleitflächenverfahren	anwendbar aber schwierig (Aufstellung geeigneter Spannungsfunktionen für viele plastische Bereiche erforderlich)	
KINEMATISCHE TRAGLASTVERFAHREN (2. Traglastsatz)		
allg. kinemat. DF	gut anwendbar (Aufstellung geeigneter kinematischer Modelle)	
Grenzgleichgewichtsverfahren	anwenbar (geeignete Beschreibung des Durchstanzens)	nicht zweckmäßig (kein Grundlagenmodell vorhanden)
ALLGEMEINES VERFAHREN DER ELASTIZITÄTSTHEORIE		
FEM (FINITE ELEMENTE METHODE)	Annäherung der Lösung möglich (numerisch stabiler Iterationsalgorithmus erforderlich)	
Bezeichnung: DF Diskontinuitätsfläche		

Im Rahmen der hier beschriebenen Forschung wurden nur das allgemeine Traglastverfahren mit kinematischen Diskontinuitätsflächen und die Finite-Elemente-Methode hinsichtlich der Anwendbarkeit untersucht. Es war dabei, wie auch in anderen Fällen von bodenmechanischen Traglastproblemen festzustellen, daß die Finite-Elemente-Methode die Lösungen nur mit sehr ausgereiften Iterationsalgorithmen annähern kann.

Diesbezügliche Berechnungen sind den fortsetzenden Arbeiten der hier beschriebenen Forschung vorbehalten. Ein auf das Durchstanzproblem des unbewehrten Zweischichtensystems angepaßtes Grenzgleichgewichtsverfahren wurde von GRAF, GUDEHUS und VARDOULAKIS (1985) bereits entwickelt und ist im Abschnitt 2.4 kurz erläutert. Die detaillierten Untersuchungen dieser Arbeit wurden unter Verwendung des allgemeinen Traglastverfahrens mit kinematischen Diskontinuitätsflächen vorgenommen.

Alle Traglastverfahren der Plastizitätstheorie basieren auf einer Kenntnis hinsichtlich der grundsätzlichen kinematischen Verhältnisse bzw. der Spannungsbedingungen innerhalb der einzelnen plastischen Bereiche. Sie sind somit nicht in der Lage Versagensfälle, welche auf unterschiedlichen kinematischen oder statischen Gegebenheiten beruhen geschlossen zu erfassen, wie dies beispielsweise durch eine Analyse mit finiten Elementen möglich wäre. So sind beim Zweischichtensystem folgende Vorgänge zu unterscheiden:

- Tragschichtversagen
- Mehrschichtenversagen
- Gesamtversagen mit Durchstanzen der Tragschicht

Tragfähigkeitseinflüsse, welche sich aus Verformungszuständen ergeben, sind zur Vereinfachung der Untersuchung zunächst auszuklammern und nachträglich durch Superposition in das Gesamtergebnis einzubeziehen. Diese Superposition kann unter ingenieurmäßigen Gesichtspunkten als zulässig angesehen werden, da die Tragfähigkeit von Bodentragssystemen mit zunehmender Einsenkung und damit Erzeugung einer Einbindetiefe zunimmt, auch ohne Wirkung von Membrankräften.

Im Folgenden werden für die einzelnen Versagensfälle geeignete Lösungen aufgezeigt, wobei dann in der praktischen Anwendung durch den Ingenieur alle relevanten Versagensfälle nachzuweisen sind (ggf. mit Superposition von Membrankräften). Das Minimum der ermittelten Traglasten ist als effektive Systemtragfähigkeit zu wählen.

Tabelle (2.3) - Anwendbarkeit der verfügbaren Verfahren der Plastizitätstheorie

Berechnungsverfahren	Versagensfälle im Zweischichtensystem				
	ohne Bewehrung		mit Bewehrung		
	MSB	GV	TV	GV	MT
Gleitflächenverfahren	x	x	x	x	-
kinemat.Verfahren	+	+	+	+	x
Grenzgleichgewichts- verfahren	x	-	-	-	-

Versagensfälle:

MSB ... Mehrschichtengrundbruch

GV ... Gesamtversagen mit Durchstanzen der Tragschicht

TV ... Tragschichtversagen

MT ... Membrantragzustände

Anwendbarkeit:

+ ... Untersuchung gut möglich

x ... Untersuchung näherungsweise möglich

- ... Untersuchung nicht möglich

2.4 Untersuchung unbewehrter Zweischichtensysteme durch ein Grenzgleichgewichtsverfahren mit Durchstanzbetrachtung

Aus der Literatur sind Erweiterungen des Grundbruchmodells zur Untersuchung des unbewehrten Zweischichtensystems bekannt, welche die Analyse des Durchstanzvorganges einbeziehen (z.B. MEYERHOF, 1974). Im folgenden werden die Grundlagen und Ergebnisse eines derartigen Ansatzes von GRAF et al. (1985) kurz vorgestellt.

Bei dem untersuchten Bruchvorgang wird davon ausgegangen, daß die auf das Zweischichtensystem aufgebrachte Belastung zunächst zum Versagen der Tragschicht führt und dann bei Wirkung von Gewölbekräften in der Tragschicht den Untergrund bis zum Bruch beansprucht. Diese, auf dem Superpositionsprinzip basierende Überlegung, geht mit der Realität durchaus konform. Im Durchstanzkörper bilden sich horizontale Erddruckkräfte aus, welche an der Berandung, der sog. Scherzone, Schubkräfte aktivieren. Der Durchstanzkörper befindet sich damit in einem dreiaxialen Spannungszustand mit Schubkraftwirkungen an den Mantelflächen. Die Lastverteilung unter der Belastung hat aufgrund einer weitgehenden Plastifizierung der Tragschicht eine vollparabolische Form.

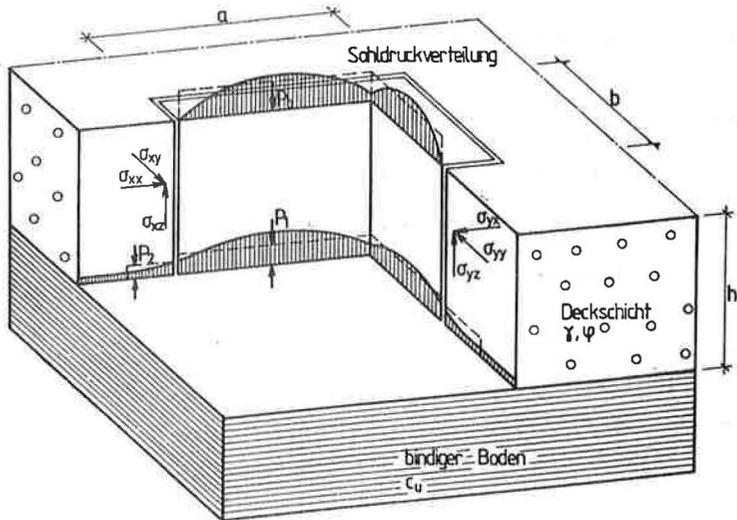


Abb. (2.7) - Kraftwirkungen beim senkrechten Durchstanzen einer Tragschicht

BRUCHWIDERSTAND DES UNTERGRUNDES

Die Grundbruchbelastbarkeit soll nur für den wassergesättigten bindigen Untergrund (undrainierten Fall) untersucht werden. Unter Verwendung des bekannten Grundbruchansatzes wird deshalb geschrieben:

$$\sigma_{or} = p_b = N_c c_u v_c + \gamma h \alpha \quad (2.18)$$

mit

$N_c = (2+\pi)$ Tragfähigkeitsbeiwert für undrainiertes Untergrundmaterial

$v_c = 1 + 0,2 b/a$ Formbeiwert für undrainiertes Untergrundmaterial

c_u undrainierte Kohäsion des Untergrundes

γ, h Wichte, Höhe der Tragschicht

In das additive Glied zur Berücksichtigung des Durchstanzvorganges geht der Scherwiderstand am Durchstanzkörper als Zusatzaufast auf den Erdwiderstandskörper im Untergrund mit ein. Der Koeffizient α ist dabei wie folgt definiert:

$$\alpha = 1 + \frac{1}{2+2b/a} \left(1 + \frac{p_b - p_1}{\gamma h} \right) \quad (2.19)$$

mit

p_b Gesamtbelastbarkeit

p_1 Belastbarkeit des Untergrundes

a, b Länge und Breite des Belastungskörpers

KRÄFTE AM DURCHSTANZKÖRPERRAND

Die zentrale Frage bei dieser geschlossenen Betrachtung des Durchstanzvorganges ist, in welcher Größe sich der Horizontaldruck im Bereich der Scherfuge des Durchstanzkörpers einstellt. Es kann davon ausgegangen werden, daß diese Größe zwischen dem Erdrudruck und dem Erdwiderstand liegen muß. Beim Ansteigen des Erddrucks über den Widerstandswert gibt der Boden horizontal nach und die Spannungen lagern sich im Durchstanzkörper um. VARDOULAKIS et al. (1981) stellen hinsichtlich der Geometrie des Durchstanzkörpers bei trockenem Sand fest, daß im sog. 'aktiven' Fall (Durchstanzen in einen "Hohlraum" hinein) sich die Scherflächen praktisch senkrecht einstellen. Wie jedoch spätere Betrachtungen zeigen, kann die kritische Scherfuge des Durchstanzkörpers beim Zusammenwirken mehrerer Schichten auch nach außen geneigt sein. Aufgrund der vollständigen Plastifizierung im Durchstanzkörper ist das Verhältnis der Horizontalspannung σ_x zur Vertikalspannung σ_z über die Beziehungen aus dem Mohr'schen Spannungskreis bestimmt.

Innerhalb der dünnen Scherzone (am Rand des Durchstanzkörpers) stellen sich andere Spannungszustände ein, als beim einfachen Schervorgang zwischen Starrkörpern. Die Untersuchung von sog. "dünnen Scherzonen" zeigt, daß im Innerem der Scherzone geringere Schubkräfte wirken, als an deren Rändern. Entsprechend VARDOULAKIS soll der Reibungswinkel des Bodens weiterhin als abhängig von der Porenzahl und damit vom Spannungsniveau betrachtet werden.

Unter Zugrundelegung der genannten Prinzipien ergibt sich der Verhältniswert zwischen σ_x und σ_z innerhalb der dünnen Scherzone zu:

$$\frac{\sigma_x}{\sigma_z} = K = \frac{1 - \sin\varphi^{(\infty)} \cos(2\varphi^{(\infty)})}{1 + \sin\varphi^{(\infty)} \cos(2\varphi^{(\infty)})} \quad (2.20)$$

mit dem spannungsabhängigen Reibungswinkel

$$\varphi^{(\infty)} = \arctan(\lambda_e + \lambda_e^2 - \lambda^2)$$

$$\lambda_e = \frac{\sin\varphi_m^{(\infty)}}{1 - \sin\varphi_m} \cot\varphi_r$$

$$\lambda^2 = \tan^2 (1 + \varphi_m^{(o)}/2)$$

$$\varphi_m = \arcsin \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3}$$

$\sigma_1, \sigma_3 \dots$ Hauptspannungen im Durchstanzkörper

$\varphi_m, \varphi_r \dots$ maßgeblicher bzw. Spitzenreibungswinkel

VERTEILUNG DER VERTIKALSPANNUNGEN IM DURCHSTANZKÖRPER

Die Schubspannungen am Durchstanzkörperperrand sind über die Horizontalspannungen mit den wirksamen Vertikalspannungen korreliert. Die Verteilung der Vertikalspannungen innerhalb eines Durchstanzkörpers kann gemäß VARDOULAKIS et al. entsprechend dem Kötter'schen Problem gefunden werden. Am Durchstanzkörperperrand wirkt somit eine mit dem Faktor κ reduzierte mittlere Vertikalspannung. Für den Spannungsverteilungsfaktor κ seien Lösungen nach JOSSELIN DE JONG oder ST. VENANT möglich, wobei gemäß den durchgeführten Versuchen die Lösung (2.11) den tatsächlichen Verhältnissen besser als (2.12) entspricht.

$$\kappa_J = (1 + \pi \sin \varphi_c / (2 (1 + \sin^2 \varphi_c)))^{-1} \quad (2.21)$$

$$\kappa_V = (1 + \sin 2\varphi_c (\pi/4 - \tan \varphi_c) / (1 + 3 \sin^2 \varphi_c))^{-1} \quad (2.22)$$

$\varphi_c \dots$ kritischer Reibungswinkel nach GUDEHUS (1989)

KRÄFTEGLEICHGEWICHT AM DURCHSTANZKÖRPER

Unter Zugrundelegung der o.g. Voraussetzungen können für eine horizontalen Scheibe des Durchstanzkörpers die Gleichungen des Kräftegleichgewichts angeschrieben werden.

$$a b \frac{d\sigma_z}{dz} + 2 \frac{\tan \varphi_r}{K} (b \bar{\sigma}_{zz,x} + a \bar{\sigma}_{zz,y}) + a b \gamma = 0 \quad (2.23)$$

mit den wirksamen Vertikalspannungen σ_{zz} an den Rändern x und y

$$\frac{\sigma_{zz,x}}{\sigma_x} = \kappa_x = \frac{\sigma_{zz,y}}{\sigma_y} = \kappa_y = \kappa$$

Die Division der Gleichung mit a b ergibt

$$\frac{d\bar{\sigma}_z}{dz} + \frac{2 \tan \phi_f}{K} \left[\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \kappa(z) \right] \sigma_z + \gamma = 0 \quad (2.24)$$

Um der Tatsache einer nach unten zunehmenden Aktivierung des horizontalen Erddruckes am Rand des Durchstanzkörpers (Erdruchdruck bis Erdwiderstand) ohne Iteration gerecht zu werden, wird die Verteilung des Spannungsfaktor als linear nach unten zunehmend festgelegt, mit dem Maximalwert κ entsprechend Gleichung (2.11) an der Schichtgrenze und der Größe 0 an der Tragschichtoberkante. Zur Erleichterung der Integration wird mit einer dimensionslosen Tiefenvariable ζ gearbeitet.

$$\kappa(\zeta) = \kappa \zeta$$

$$\zeta = z/h \quad (2.25)$$

Nach Integration über die Tiefe ergibt das Kräftegleichgewicht am Gesamtdurchstanzkörper:

$$\frac{\bar{\sigma}_z}{\gamma h} = - \exp(-B/2 \kappa \zeta^2) \left(\int_0^{\zeta} \exp(B/2 \kappa l^2) dl + \frac{P_b}{\gamma h} \right) \quad (2.26)$$

Als Randbedingung $\sigma_z(\zeta = 1)$ ist die Tragfähigkeitsgröße des Untergrundes einzusetzen.

$$\frac{\bar{\sigma}_1}{\gamma d} = \left\{ N_c \frac{c_u}{\gamma d} + 1 + \frac{1}{2+2 b/a} \left(1 + \frac{P_b}{\gamma h} \right) \right\} / \left(1 + \frac{1}{2+2 a/b} \right) \quad (2.27)$$

womit der Zusammenhang mit der Tragfähigkeit des Untergrundes hergestellt ist.

$$\frac{p_b}{\gamma d} = \left\{ (2 + 2b/a) N_c \frac{c_u}{\gamma d} + (3 + 2 b/a) \right. \\ \left. [1 - \exp(-B/2 \kappa) \int_0^1 \exp(B/2 \kappa l^2) dl] \right\} / \\ \{(3 + 2 b/a) \exp(-B/2 \kappa) - 1\}$$

mit

$$B = \frac{2 \tan \varphi}{K} \left(\frac{h}{a} + \frac{h}{b} \right)$$

Diese für praktische Zwecke der Grundbruchberechnung ungeeignete Gleichung wird zur Ermöglichung einer einfachen Anwendung mit gegliedertem Aufbau ausgewertet.

$$p_b = 2 (2+\pi) \left[1 + 1,2 \frac{b}{a} + 0,2 \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right] \frac{c_u}{F1} + F2 \gamma h \quad (2.28)$$

mit $G = h/a + h/b$ (siehe Nomogramm aus Abb. 2.8)

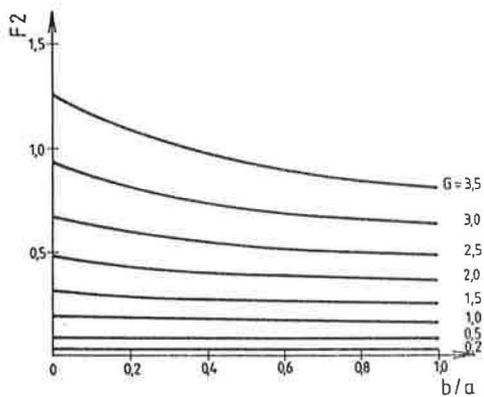
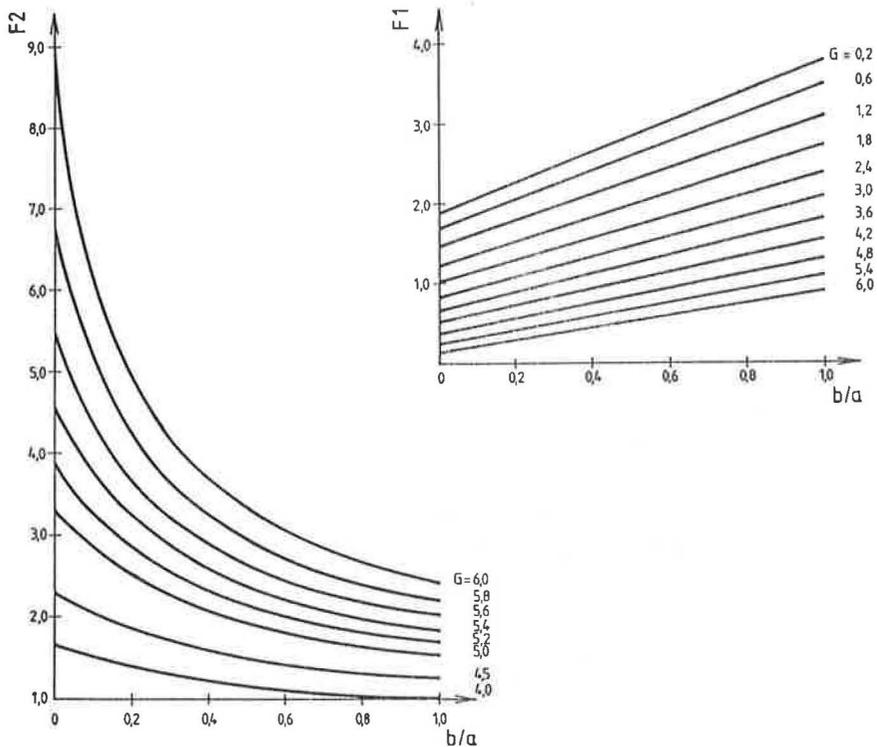


Abb. (2.8) - Nomogramme für die Grundbruchberechnung

Die Autoren stellen fest, daß für die Tragfähigkeit des Zweischichtensystems die Änderung des Reibungswinkels in der Tragschicht praktisch ohne Einfluß ist, so daß der Reibungswinkel in der Bemessungsgleichung generell mit $\varphi = 35^\circ$ festgelegt wird.

VARIATIONSRECHNUNG

Bei gleicher Variation der bodenmechanischen Kenndaten, wie sie auch bereits unter Ziffern 2.2 für den Mehrschichtengrundbruch erfolgte, läßt sich die Entwicklung der Systemtragfähigkeiten wiederum zusammenstellen.

Tab. (2.4) - Traglastfaktoren aus dem Ansatz mit Durchstanzbetrachtung (für Streifenlast)

$G = h/b$	F1	F2	$\alpha_c = 2/F1$	$F2 \cdot h^*$
0,25	1,85	0,05	1,08	0,08
0,5	1,74	0,1	1,14	0,24
0,75	1,62	0,15	1,23	0,89
1,0	1,50	0,2	1,53	1,42

*) für $b = 0,5 \text{ m}$

Tab. (2.5) - Tragfähigkeit des unbewehrten Zweischichtensystems mit Durchstanzbetrachtung

Festigkeitsparameter		Tragfähigkeit α_{of} [kN/m^2]				
		für bezogene Tragschichthöhe h/b				
Tragschicht	Untergrund	0,0	0,25	0,5	0,75	1,0
$\varphi_{TR} / c_{TR} = 0$	c_{UN} (kN/m^2) / $\varphi_{UN} = 0$					
35	5	25,7	27,8	29,3	31,6	34,2
	10	51,4	55,5	58,6	63,2	68,4
	15	77,1	83,3	87,9	94,8	102,5

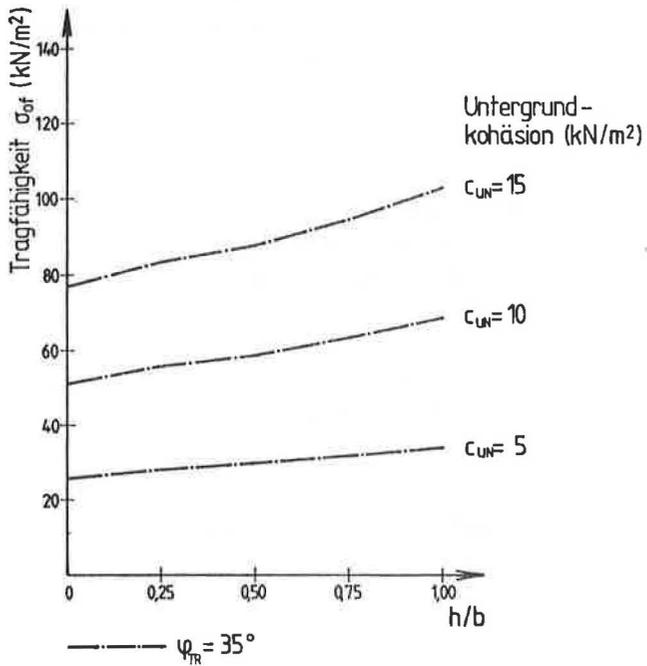


Abb. (2.9) - Tragfähigkeiten des unbewehrten Zweischichtensystem aus dem Ansatz mit Durchstanzanalyse

2.5 Allgemeines Traglastverfahren mit kinematischen Diskontinuitätsflächen

Die Bedingungen, welche im Zusammenhang mit den Traglastverfahren mit kinematischen Diskontinuitätsflächen angedeutet wurden, sind Grundlage der "Methode der kinematischen Elemente" (KEM), wie sie durch GUSSMANN (1982) entwickelt wurde. Der Name des Verfahrens macht deutlich, daß es sich um ein Mehrkörper- oder Elementeverfahren handelt, welches sich in der Anwendung durch eine große Flexibilität bezüglich der Modellierung beliebiger Bruchsysteme auszeichnet. Es erfüllt in statischer Hinsicht die Kräftegleichgewichte in horizontaler und vertikaler Richtung.

ALLGEMEINE PHYSIKALISCHE UND KINEMATISCHE GRUNDLAGEN

Das Verfahren ist so aufgebaut, daß Elementesysteme mit geschichteten Materialeigenschaften gestaltet werden können. Die Anzahl der Seiten, an welchen die sog. unbekanntes Randkräfte angreifen, muß dabei doppelt so groß sein, wie die Anzahl der Elemente, da pro Element zwei physikalische Bedingungen betreffend das Gleichgewicht in horizontaler und vertikaler Richtung erfüllt werden müssen.

Die Berechnung ist elemente- und knotenorientiert und erfüllt als kinematische Bedingung je Knoten die Verträglichkeit der Verschiebungen. Verschiebungen entlang der Ränder sind als rein translatorisch definiert.

Als Zusatzbedingung wird bei bodenmechanischen Systemen nur ein Kräftezustand zugelassen, bei dem die Randkräfte an den Elementen an jeder Stelle im Druckbereich liegen.

BERECHNUNGSGANG

In dem Berechnungsgang werden für unterschiedliche geometrische Anordnungen der Scherfugen bei Vorgabe einer äußeren Verschiebung zunächst alle Relativverschiebungen der Elemente ermittelt. Mit Kenntnis der Verschiebungsrichtungen der einzelnen Elemente gegeneinander und damit der Schubkraftrichtungen lassen sich sämtliche Randkräfte unter Anwendung der physikalischen Bedingungen berechnen.

Für ein System wird eine Randkraft oder die Kombination mehrerer Randkräfte als Zielfunktionswert definiert, welche als Charakteristikum für Belastbarkeit, Sicherheit oder Erddruckkraft im Rahmen der Optimierung der Bruchkörpergeometrie (über die Koordinaten der Elementecken) verarbeitbar ist. Die Sicherheit stellt eine (physikalisch nicht definierte) Unbekannte dar, die abgeleitet wird, indem für eine physikalische definierte Unbekannte eine Zusatzbedingung eingeführt wird, deren Einhaltung durch Iteration herbeigeführt wird.

Mit Hilfe eines Optimierungsansatzes wird die Elementgeometrie so verändert, bis der Zielfunktionswert je nach Art des Problems entsprechend der Forderung des 2. Traglastsatzes zu einem Maximum oder Minimum wird. Zur Findung des gesuchten Grenzwertes sind wiederholte Rechengänge mit einer leistungsfähigen Rechenanlage nötig. Um zu vermeiden, daß der gefundene Grenzwert nur ein lokales Minimum oder Maximum darstellt, hat sich die Anwendung von zufallsorientierten und zielgerichteten Optimierungsvorgängen bewährt (Evolutionstrategie, Komplexialgorithmus und Gradientenverfahren).

GEOMETRIE UND BODENMECHANISCHE SYSTEMBESCHREIBUNG

Die Festlegung der System- und Elementstruktur erfolgt knotenorientiert. Den Elementen bzw. Rändern werden die Stoffparameter des zugehörigen Bodenmaterials (Wichte, Reibung, Kohäsion, Abminderungsfaktoren der Reibung im Bereich von Bewehrungen etc.) zugeordnet.

An den Elementrändern können äußere Kräfte (Auflasten bei freien Rändern bzw. Porenwasserdrücke bei inneren Rändern) wirken.

Um die automatisierte Berechnung sicherzustellen, wird eine konsequente, mathematisch logische Definition der internen geometrischen, kinematischen und statischen Beziehungen eingehalten.

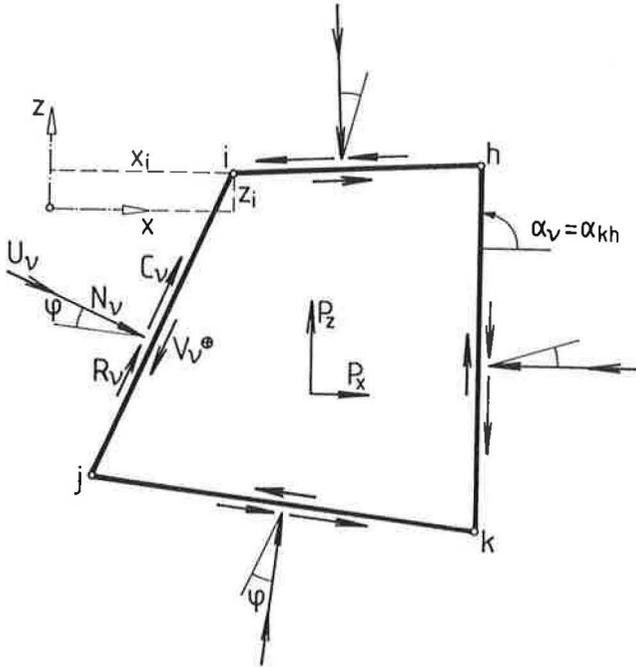


Abb. (2.10) - Kinematisches Element mit Bezeichnungen

Die aus obiger Darstellung erkennbaren Definitionen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- (a) Koordinatenrichtung z nach oben positiv
- (b) Seitenwinkel von der Horizontalen gegen den Uhrzeigersinn auf die Elementaußenseite weisend positiv
- (c) Relativverschiebungen von Elementen im Gegenuhrzeigersinn positiv und damit Schubspannungen bzw. Schubkräfte (auf der Elementaußenseite) im Uhrzeigersinn positiv
- (d) Elementumrandung als Punkt-Streckenfolge gegen den Uhrzeigersinn und Kinematik an inneren Knoten als Element-Streckenfolge im Uhrzeiger festgelegt.

Die geometrischen Elementdaten (Seitenlängen, Seitenwinkel und Elementflächen) errechnen sich aus den Eckpunktkoordinaten wie folgt:

- Längen der Elementränder

$$\begin{aligned}
 x_{j,i} &= x_j - x_i \\
 x_{i,j} &= -x_{j,i} \\
 z_{j,i} &= z_j - z_i \\
 z_{i,j} &= -z_{j,i} \\
 l_{j,i} = l_{i,j} &= \sqrt{x_{j,i}^2 + z_{j,i}^2}
 \end{aligned}
 \tag{2.29}$$

- Seitenwinkel

$$\sin \alpha_{i,j} = \sin \alpha_{\vee} = z_{j,i}/l_{i,j} \tag{2.30}$$

$$\cos \alpha_{i,j} = \cos \alpha_{\vee} = x_{j,i}/l_{i,j}$$

- Elementfläche

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k x_i (z_{i+1} - z_{i-1}) \tag{2.31}$$

KINEMATIK

Drehende Verschiebungen von Bruchkörpern werden durch eine Aneinanderreihung von translatorischen Verschiebungen entlang der Bruchränder (geknickte Polygonzüge) angenähert. An den Knickpunkten der äußeren Bruchfuge weist das Verschiebungsbild der Elemente immer "Verletzungen" oder "Durchdringungen" auf. Diese stellen sich in der graphischen Darstellung als ineinander verschobene Elementecken oder aufklaffende Hohlräume dar. Die Eckpunktverletzungen sind eine Folge der Ersetzung von kontinuierlichen Kurven durch Geraden. Aus den translatorischen Verschiebungen am Rand des Bruchkörpers ergeben sich auch innere Verschiebungen, welche zum Ansatz der inneren Scherkräfte führen.

- Verschiebungsgleichungen für den Knoten $i = 6$

$$v_{4/3,x} + v_{3/0,x} + v_{0/4,x} = 0 \quad (2.32)$$

$$v_{4/3,z} + v_{3/0,z} + v_{0/4,z} = 0$$

mit:

$$v_{0/4,x} = v_{0/4} \cos \alpha_{0/4} = -v_{4/0,x}$$

$$v_{0/4,z} = v_{0/4} \sin \alpha_{0/4} = -v_{4/0,z}$$

- Matrixschreibweise der Verschiebungsgleichungen des Gesamtgleichungssystems

$$[K_\alpha] \{v\} + \{\bar{v}\} = 0 \quad (2.33)$$

$[K_\alpha]$... Matrix der Richtungswinkel ($\cos \alpha$, $\sin \alpha$)

$\{v\}$... Vektor der unbekanntenen Relativverschiebungen

$\{\bar{v}\}$... Vektor der vorgegebenen äußeren Verschiebungen

- Absolutverschiebungen

$$\text{abs}v_{4,x} = \text{abs}v_{0,x} + v_{4/0} \cos \alpha_{4/0} \quad (2.34)$$

$$\text{abs}v_{4,z} = \text{abs}v_{0,z} + v_{4/0} \sin \alpha_{4/0}$$

STATIK

An den Rändern jedes Elementes wirken die zur Gewährleistung des Gleichgewichts erforderlichen Randkräfte.

Die Randkräfte stehen stellvertretend für das Integral der Randspannungen, welche im Rahmen des Gleitflächenverfahrens noch Berechnungsgrundlage sind. Die realen Randspannungen hätten eine Verteilung an den Scherfugen, welche zusätzlich zum Kräftegleichgewicht (horizontal und vertikal) die Bedingungen des Momentengleichgewichtes am Element und der Kontinuität am Übergang zu benachbarten Elementen erfüllen.

Solange das Ziel der Berechnung erreicht wird, wenn nur der Kräftezustand des Bruchsystems richtig beschrieben ist und aus den erhaltenen Informationen durch eine Optimierung das kritische Bruchsystem gefunden werden kann, ist die Vernachlässigung der Spannungsverläufe vertretbar.

Wie oben erwähnt, hat die Anzahl der unbekanntenen Randkräfte genau der 2-fachen Zahl der Elemente zu entsprechen. Zur Bestimmung des Kräftezustandes des Gesamtsystems kann dann ein Gleichungssystem aufgestellt werden, welches für jedes Element das Kräftegleichgewicht in horizontaler und vertikaler Richtung beschreibt. Da die Kräfte immer an zwei aneinandergrenzenden Elementen wirksam sind, schließt das Gleichungssystem die Übergangsbedingung ein. Da im Bereich von Elementrändern, die entlang einer Bewehrungseinlage liegen, nur die Gleichheit der Normalkräfte gegeben ist und die Schubkräfte meist direkt in die Bewehrung und nicht aufs benachbarte Element übertragen werden, ist es für die hier geforderten allgemeinen Zwecke sinnvoll, die Normalkräfte als Unbekannte und die Scherkräfte als abhängige Größen festzulegen.

- Kräftegleichgewicht am Element i

$$\Sigma X = 0 : \sum_{\nu} (S_{\nu n} + S_{\nu t})_x + P_x = 0 \quad (2.35a)$$

$$\Sigma Z = 0 : \sum_{\nu} (S_{\nu n} + S_{\nu t})_z + P_z = 0 \quad (2.35b)$$

Aus

$$S_{\nu n} = N_{\nu} = N'_{\nu} + U_{\nu}$$

$$N'_{\nu} = Q_{\nu}' \cos \varphi_{\nu} \delta_{\nu} \quad \dots \dots \text{Normalkraft auf Scherfläche}$$

$$U_{\nu} = u_{\nu} l_{\nu} \quad \dots \dots \text{Porenwasserdruckkraft}$$

und

$$S_{v,i} = T_v = R_v + C_v$$

$$R_v = Q_v \sin \varphi_v \delta_v \dots \text{Reibungskraft}$$

$$C_v = c_v l_v \delta_v \dots \text{Kohäsionskraft}$$

mit

$$\delta_v \dots \text{Vorzeichen der Verschiebungsrichtung aus der Kinematik}$$

folgt

$$S_{v,x} = - Q_v \sin (\alpha_{1,v} + \varphi_v \delta_v) - C_v \cos \alpha_{1,v} \delta_v - U_v \sin \alpha_{1,v} \quad (2.36a)$$

$$S_{v,z} = Q_v \cos (\alpha_{1,v} + \varphi_v \delta_v) - C_v \sin \alpha_{1,v} \delta_v + U_v \cos \alpha_{1,v} \quad (2.36b)$$

$$- \sum_v \left(\frac{\cos(\alpha_{1,v} + \varphi_v \delta_v)}{\sin \varphi_v} \right) N_v + C_v \cos \alpha_{1,v} \delta_v - U_v \sin \alpha_{1,v} + P_x = 0 \quad (2.37a)$$

$$- \sum_v \left(\frac{\sin(\alpha_{1,v} + \varphi_v \delta_v)}{\sin \varphi_v} \right) N_v - C_v \sin \alpha_{1,v} \delta_v + U_v \cos \alpha_{1,v} + P_z = 0 \quad (2.37b)$$

- Matrixschreibweise des Gesamtgleichungssystems der Statik

$$[K_{\alpha\varphi}] \{N'\} + \{F\} = 0 \quad (2.38)$$

$[K_{\alpha\varphi}] \dots$ Matrix der Richtungswinkel
($\cos (\alpha_{1,v} + \varphi_v \delta_v) / \sin \varphi_v$, etc.)

$\{N'\} \dots$ Vektor der unbekanntten effektiven Normalkräfte

$\{F\} \dots$ Vektor aller bekannten äußeren Kräfte
($\sum (C_v \cos \alpha_v + U_v \sin \alpha_v) + P_x$, etc.)

2.6 Durchstanzbetrachtung im Traglastverfahren mit kinematischen Diskontinuitätsflächen

PROBLEMSTELLUNGEN BEI DER MODELLIERUNG DES DURCHSTANZVORGANGES

Bei der Traglastuntersuchung mit kinematischen Diskontinuitätsflächen muß es Ziel des Vorgehens sein, einen zulässigen Verschiebungszustand mit Starrkörpern zu modellieren, welcher alle relevanten Vorgänge des Bruches beinhaltet.

Im Falle von unbewehrten und bewehrten Zweischichtensystemen handelt es sich dabei um die Vorgänge:

- (a) Durchstanzen der Tragschicht mit Ausbildung von aktiven Bruchkörpern unter der Belastung und von horizontalem Widerstand erzeugenden Gleitzonen sowie Übergangszonen in der Tragschicht
- (b) Grundbruch im Untergrund mit aktiven Zonen, passiven Zonen und Übergangszonen

Wie unter Ziffer 2.5 erläutert wurde, muß das gewählte Modell dabei mit den verfahrensspezifischen physikalischen und kinematischen Grundbedingungen im Einklang stehen. Dies waren:

- (a) Physikalische Bedingung:

Je Element sind 2 Bestimmungsgleichungen des Kräftegleichgewichtes (in horizontaler und vertikaler Richtung) durch Ermittlung von 2 unbekanntem Kräften an den Elementrändern zu erfüllen.

- (b) Kinematische Bedingung:

Je Durchdringungsknoten sind 2 Bestimmungsgleichungen der Verschiebungen (in horizontaler und vertikaler Richtung) durch Berechnung von unbekanntem Verschiebungen an den Elementrändern (ebenfalls 2 pro Durchdringungsknoten) zu erfüllen.

Diese Bedingungen werden erfüllt durch Elementmodelle, deren Anzahlen an Elementen und Durchdringungsknoten identisch gleich sind und deren Anzahl an unbekanntem Rändern der 2-fachen Anzahl der Elemente bzw. Durchdringungsknoten entspricht.

Auf Basis dieser Bedingungen bieten sich für das Zweischichtensystem Modellierungen entsprechend den Abb. (2.12) und (2.13) als mögliche Alternativen an.

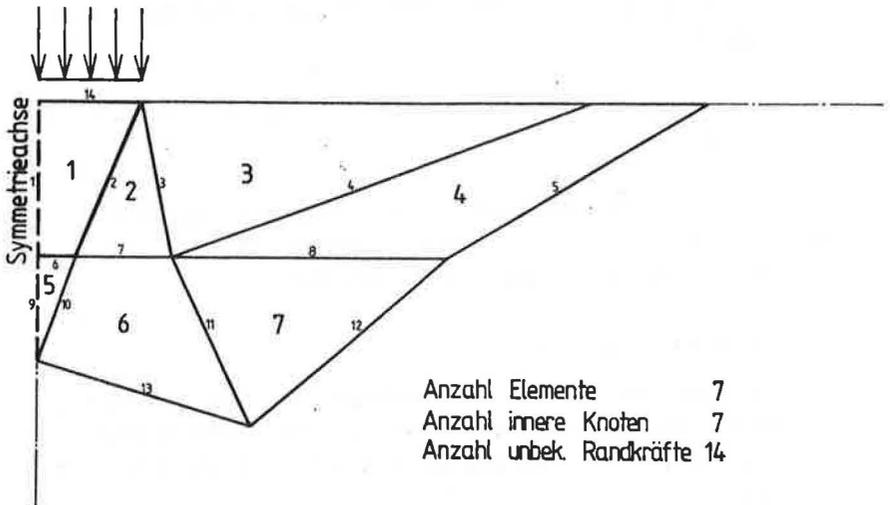


Abb. (2.12) - Bruchsystem mit kompakten Durchstanzkörper

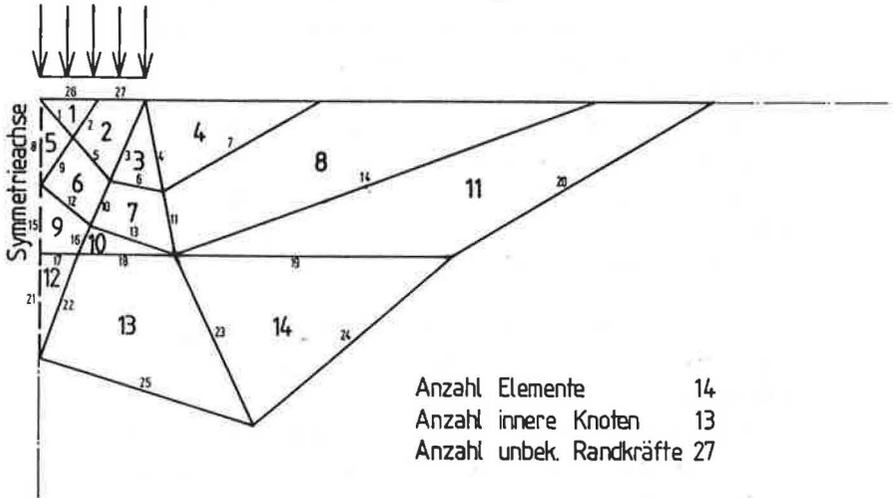


Abb. (2.13) - Bruchsystem mit untergliedertem Durchstanzkörper

Das in Abb. (2.12) dargestellte System vernachlässigt die differenzierte Nachbildung des Gleitlinienfeldes bzw. der elementinternen Plastifizierung unter der Belastung. Dies führt zu einer unvollständigen Beschreibung der vorhandenen plastischen Bereiche (Scherzonen) und damit einer physikalisch fehlerhaften Modellierung dieses Kleinbereiches. Bei der Berechnung hat dies die Auswirkung, daß bei senkrechter Position der seitlichen Berandungen des Elementes (1) keine Horizontalkräfte vom Durchstanzkörper auf die seitlich liegenden Tragschichtbereiche ausgeübt werden und damit der Durchstanzbereich einachsial beansprucht ist. Unter der Zielvorgabe einer Minimierung der Tragfähigkeit, wird im Rahmen der Optimierung eine Systemgeometrie gefunden, bei der auf den Durchstanzkörper auch von außen keine Horizontalkräfte ausgeübt werden. Eine derartige Beanspruchung ist bei Lockermaterial (Boden) physikalisch nicht

möglich. Das entstehende System liefert aufgrund fehlender Schubkräfte am Durchstanzkörperperrand nachweislich kleinere Werte der äußeren Tragfähigkeit (hier Zielgröße) als dies bei korrekter Modellierung der Fall wäre.

Die Tatsache, daß ein unzulässiges Modell in einem physikalisch unzulässigen Zustand im Rahmen der Optimierung kritischere Werte liefert, als zulässige Zustände, stellt den Rechengang in Frage. Ein einzelnes Starrkörperelement sowie Elementkombinationen, welche geometrisch (im Rahmen der Optimierung) in ein System ohne aktive Gleitzonen unter der Belastung und senkrechter Berandung des Durchstanzkörpers umgewandelt werden können (dies ist in sehr vielen Fällen möglich), sind somit ohne Zusatzbedingungen nicht geeignet, einen Durchstanzvorgang richtig zu beschreiben.

Das in Abb. (2.13) dargestellte System bemüht sich den tatsächlichen Plastifizierungsvorgang innerhalb des Durchstanzkörpers physikalisch exakt anzunähern. Derartige Systeme lassen sich jedoch nur statisch überbestimmt konstruieren (Anzahl der unbekanntenen Randstrecken kleiner der 2-fachen Elementenzahl). Der komplexe Plastifizierungszustand im Durchstanzkörper ist praktisch mit örtlich auftretenden (zwischenzeitlichen) Zugspannungen auf der Unterseite der Tragschicht in der Symmetrieachse verbunden, welche im Zusammenhang mit den beschriebenen verfahrensspezifischen Notwendigkeiten im Widerspruch stehen.

Es war so bei einer Vielzahl von Versuchen zur Findung einer Modellierung festzustellen, daß das Ziel einer Beschreibung der Vorgänge innerhalb eines Durchstanzkörpers mit Starrkörpern im Rahmen der Methode der kinematischen Elemente nicht erfolgreich verwirklicht werden kann. Es erschien deshalb erforderlich, unzulässige Zustände im Durchstanzkörper durch Einführung einer zusätzlichen physikalischen Bedingung (statische Plastizitätsbedingung oder Bruchbedingung) auszuschließen.

DEFINITION EINES PLASTISCHEN ELEMENTES

Als plastisches Element wird im folgenden ein Kleinbereich des kinematischen Systems bezeichnet, der kinematisch oder physikalisch nicht zutreffend modelliert werden kann. Durch Anwendung von statischen Gesetzmäßigkeiten für plastische Zustände (Fließgesetze) auf die inneren Spannungen dieses Kleinbereiches wird unter der Annahme, daß dieser sich im plastischen Grenzzustand befindet, der Modellierungsmangel ausgeglichen, so daß die äußere Kräfteverteilung des vereinfacht modellierten Kleinbereiches wieder zutreffend ist. Die Anwendung dieses Vorgehens sei auf Systembereiche beschränkt, deren Modellierungsmangel nachweislich zu einer Verfälschung der Zielgröße nach unten führt. Das Verhalten des 'plastischen Elementes' soll durch Erfüllung nachfolgender Forderungen gekennzeichnet sein.

- (a) Geometrische Verträglichkeit: Die äußere Form des Kleinbereiches, welcher durch eine statische Plastizitätsbedingung zusätzlich beschrieben wird, muß einem plastischen Bereich (zwischen kinematischen Diskontinuitätsflächen) entsprechen. Die Geometrie muß im Rahmen der Systemoptimierung frei veränderbar sein.
- (b) Physikalische Verträglichkeit: Die Randkräfte des ersetzten plastischen Bereiches müssen denjenigen entsprechen, welche bei kinematisch zutreffender Modellierung oder statisch richtiger Beschreibung der bereichsinternen Plastifizierungen auftreten. Im Umkehrschluß ist damit jede Kombination von Randkräften am Rand des plastischen Elements zulässig, welche dazu führt, daß sich das Element im plastischen Grenzzustand befindet.

Für allgemeine plastische Systeme, wie sie durch kinematische Modelle beschrieben werden, müßte für die kritische Lage der Bruchfugen generell gelten, daß der Ausnutzungsgrad im Elementinneren kleiner oder gleich 1 ist, da Werte größer 1 den Schluß auf eine fehlerhafte Lage der Bruchfugen zu lassen. An diesem Punkt können wie auch beim Gleitflächenverfahren die Ansätze der statischen und der kinematischen Verfahren der Plastizitätstheorie in sinnvoller Weise gemeinsam zum Einsatz kommen.

Es sei nochmals klargestellt, daß die bereichsweise Einführung einer statischen Plastizitätsbedingung zur Behebung von physikalischen Modellierungsmängeln innerhalb einer kinematischen Berechnung nur dann angewandt werden kann, wenn die zugrundeliegende kinematische Modellierung zu unrealistischen Zielgrößen führt, welche nachweisbar unterhalb der tatsächlichen Größe liegen. Im Falle des Zweischichtensystems tritt diese Notwendigkeit nur im Bereich des Durchstanzkörpers auf.

Zur Beschreibung des Spannungszustandes in einem plastischen Element ist jedes Fließgesetz (z.B. Mohr-Coulomb o.ä.) geeignet. Spannungsbeschreibungen wie sie von GRAF et al. (1985) für einen Durchstanzkörper (siehe Ziffer 2.3), vorgeschlagen wurden, scheiden aus, da eine fest definierte Form des Durchstanzkörpers, die Ausbildung spezieller Spannungszustände im Bereich von dünnen Scherzonen und definierte Formen der Vertikalspannungsverteilung mit den Annahmen des kinematischen Verfahrens nicht vereinbar sind.

Im folgenden wird eine Zusatzbedingung eingeführt, welche fordert, daß der Spannungszustand im Elementinneren dem plastischen Grenz-
zustand unter Verwendung des Fließgesetzes von Mohr-Coulomb entsprechen soll. Die als Berechnungsgrundlage erforderliche Spannungsverteilung längs der Ränder des plastischen Elements wird dabei aufgrund des dominierenden Einflusses der äußeren Last mit hinreichender Genauigkeit als konstant angenommen.

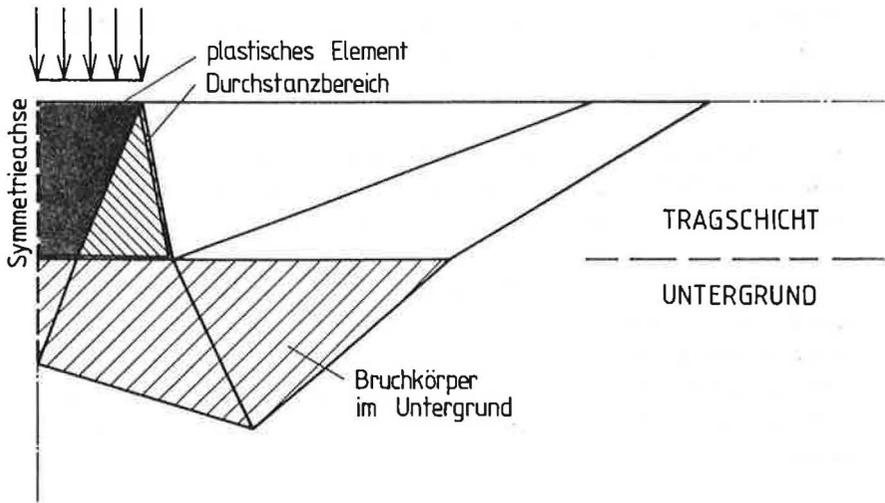


Abb. (2.14) - Kinematische Systemmodellierung des Zweischichten-systems mit plastischem Element

GRUNDLAGEN FÜR DIE ERMITTLUNG DER KOORDINIERTEN SPANNUNGEN IM DURCHSTANZKÖRPER

Die gewählte einfache Ermittlung der inneren Elementspannungen unter Annahme von konstanten Randspannungen stellt für den allgemeinen Fall eine Näherung dar. Zur Ermöglichung der Berechnung wird darüberhinaus davon ausgegangen, daß auch die Verteilung der inneren koordinierten Elementspannungen (σ_x , σ_y und τ_{xy}) im plastischen Element linear sei.

Unter Verwendung der obigen Annahmen werden jeweils in der Mitte eines Elementrandes die Randspannungen in koordinierte Spannungen umgerechnet, welche dann ins Elementinnere interpoliert werden.

Bezüglich der Umrechnung der Randspannungen in koordinierte Spannungen kann entweder eine einfache Umwandlung nach vorheriger Bestimmung der randparallelen inneren Druckspannung vorgenommen werden, oder, wie dies teils in der FEM üblich ist, eine statisch unbestimmte Berechnung mit Anwendung des Arbeitssatzes ausgeführt werden.

UMRECHNUNG DER ELEMENTRANDSPANNUNGEN

Unter der Voraussetzung einer konstanten oder zumindest linearen Randspannungsverteilung gilt, daß in Seitenmitte die mittleren äußeren Randspannungen wirken.

$$\sigma = N_v / l_v \quad (2.39a)$$

$$\tau = T_v / l_v = c_v + R_v/l_v \quad (2.39b)$$

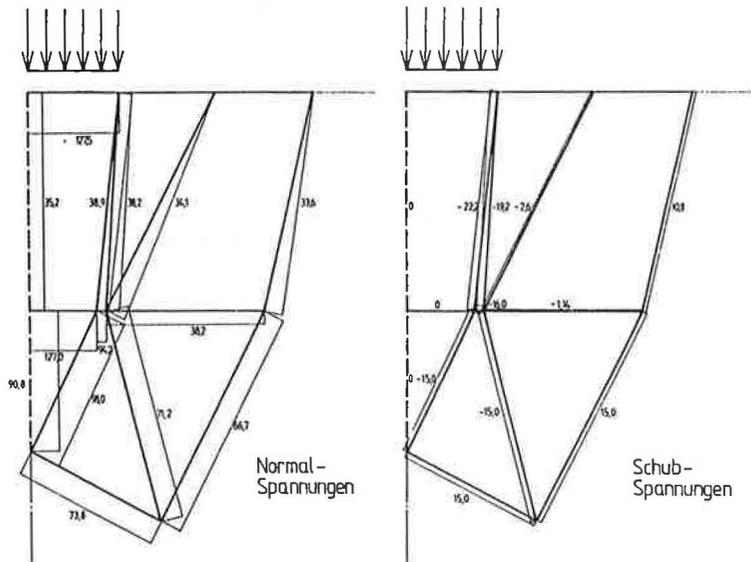


Abb. (2.15) - Mittlere Randspannungen entlang der Diskontinuitätsflächen

Neben den aus den äußeren Kräften direkt ableitbaren Randspannungen wirkt parallel zum Rand die tangentielle Randspannung σ^* . Für den Anfangs- und Endpunkt des Elementrandes läßt sich bei bekannten Normal- und Schubspannungen die tangentielle Randspannung aus dem Gleichgewicht am Eckelement berechnen und über den Rand verteilen.

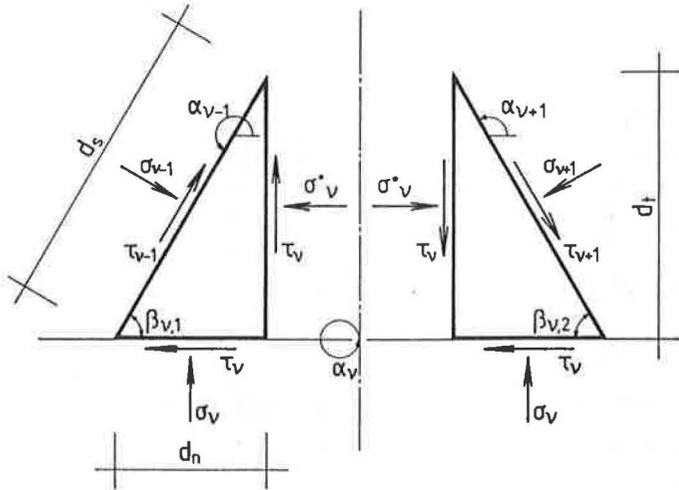


Abb. (2.16) - Schnittführungen an infinitesimalen Eckelementen

- Seitenanfang

$\Sigma K = 0$ (parallel zum Elementrand):

$$\sigma_{v,1}^* dt - \tau_v dn + \sigma_{v-1}^t ds + \tau_{v-1}^t ds = 0 \quad (2.40a)$$

mit den randparallelen Komponenten

$$\sigma^t = \sigma \sin \beta \quad \dots \text{ Randnormalspannung}$$

$$\tau^t = \tau \cos \beta \quad \dots \text{ für Randtangentialspannung}$$

Es ergibt sich

$$\sigma_{v,1}^* ds \sin \beta_{v,1} - \tau_v ds \cos \beta_{v,1} + \sigma_{v-1} \sin \beta_{v,1} ds + \tau_{v-1} \cos \beta_{v,1} ds = 0$$

$$\sigma_{v,1}^* \sin \beta_{v,1} - \tau_v \cos \beta_{v,1} + \sigma_{v-1} \sin \beta_{v,1} + \tau_{v-1} \cos \beta_{v,1} = 0$$

$$\sigma_{v,1}^* = (\sigma_{v,1} \sin \beta_{v,1} + \tau_{v-1} \cos \beta_{v,1} + \tau_v \cos \beta_{v,1}) \frac{1}{\sin \beta_{v,1}}$$

$$\sigma_{v,1}^* = \sigma_{v-1} + (\tau_{v-1} - \tau_v) \cot \beta_{v,1}$$

- Seitenende

$\Sigma K = 0$ (parallel zum Elementrand)

$$\sigma_{v,2}^* dt - \tau_v dn - \sigma_{v+1}^* ds + \tau_{v+1}^* ds = 0 \quad (2.40b)$$

$$\sigma_{v,2}^* ds \sin \beta_{v,2} - \tau_v ds \cos \beta_{v,2} - \sigma_{v+1} \sin \beta_{v,2} ds + \tau_{v+1} \cos \beta_{v,2} ds = 0$$

$$\sigma_{v,2}^* \sin \beta_{v,2} = \tau_v \cos \beta_{v,2} + \sigma_{v+1} \sin \beta_{v,2} - \tau_{v+1} \cos \beta_{v,2}$$

$$\sigma_{v,2}^* = \sigma_{v+1} + (\tau_v - \tau_{v+1}) \cot \beta_{v,2}$$

mit

$$\beta_{v,1} = \alpha_{v-1} - \alpha_v \quad \text{und} \quad \beta_{v,2} = \alpha_v + 180 - \alpha_{v+1}$$

Im Kräftegleichgewicht senkrecht zum Elementrand kommt die gesuchte randparallele Druckspannung nicht vor. Aufgrund der vereinfachenden Annahme konstanter Spannungsverläufe entlang der Ränder wird dieses Gleichgewicht zu einem Widerspruch führen. Die somit nachgewiesene Ungenauigkeit dieses rechnerischen Vorgehens wird durch die später erfolgende Mittelung wieder weitgehend ausgeglichen.

KOORDINIERT E SPANNUNGEN

Zur Umrechnung der Randspannungen in koordinierte Elementspannungen wird das Gleichgewicht an konjugierten infinitesimalen Elementen längs einer Seite betrachtet.

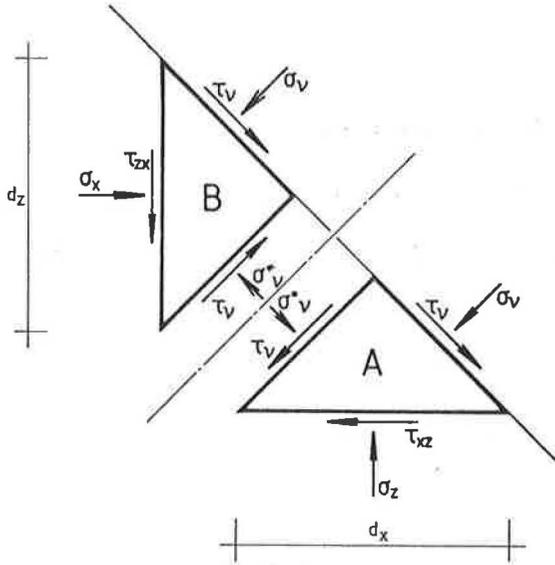


Abb. (2.17) - Konjugierte infinitesimale Schnittelemente am Elementrand

- Element A

$$\Sigma H = 0 \quad (\sigma^x + \tau^x) dn + (\sigma^* + \tau^*) dt + \sigma^z dz = 0 \quad (2.41a)$$

$$\Sigma V = 0 \quad (\sigma^z + \tau^z) dn - (\sigma^{*z} + \tau^{*z}) dt + \tau_{xz} dz = 0 \quad (2.41b)$$

mit den Komponenten in Richtung der Koordinatenachsen

$$\sigma^x = -\sigma \sin \alpha; \quad \sigma^z = \sigma \cos \alpha \quad \dots \text{für Randnormalspannung}$$

$$\tau^x = -\tau \cos \alpha; \quad \tau^z = -\tau \sin \alpha \quad \dots \text{für Randschubspannung}$$

$$\sigma^{*x} = -\sigma^* \cos \alpha; \quad \sigma^{*z} = -\sigma^* \sin \alpha \quad \dots \text{für randparallele Spannung}$$

$$\tau^x = -\tau \sin \alpha; \quad \tau^z = \tau \cos \alpha \quad \dots \text{für randnormale Schubspannung}$$

- Element B

$$\Sigma H = 0 \quad (\sigma^{*x} + \tau^x) dt + (\sigma^x + \tau^x) dn - \tau_{x\alpha} dx = 0 \quad (2.42a)$$

$$\Sigma V = 0 \quad (\sigma^{*y} + \tau^y) dt + (\sigma^y + \tau^y) dn - \sigma_z dx = 0 \quad (2.42b)$$

mit

$\sigma^x, \sigma^y, \tau^x$ und τ^y wie oben und

$\sigma^{*x} = \sigma^x \cos \alpha; \sigma^{*y} = \sigma^y \sin \alpha \dots$ für randparallele Spannung

$\tau^x = \tau \sin \alpha; \tau^y = -\tau \cos \alpha \dots$ für randnormale Schubspannung

- Spannungstransformationsfunktionen

aus Element A

$$\sigma_x = \sigma \sin^2 \alpha + \sigma^* \cos^2 \alpha + 2 \tau \sin \alpha \cos \alpha \quad (2.43a)$$

$$\tau_{x\alpha} = (-\sigma + \sigma^*) \sin \alpha \cos \alpha + \tau (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) \quad (2.43b)$$

aus Element B

$$\tau_{x\alpha} = (-\sigma + \sigma^*) \sin \alpha \cos \alpha + \tau (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) \quad (2.43c)$$

$$\sigma_y = \sigma \cos^2 \alpha + \sigma^* \sin^2 \alpha - 2 \tau \sin \alpha \cos \alpha \quad (2.43d)$$

CHARAKTERISTISCHE INNERE ELEMENTSPANNUNGEN

In den Mitten der Elementränder wurden mit den obigen Beziehungen koordinierte Spannungen errechnet. Unter Zugrundelegung der Annahme der linearen Spannungsverteilung im Element kann durch Mittelung der Spannungen der Ränder ein Spannungszustand im Elementinnern abgeleitet werden.

- Gemittelte Elementspannungen

$$\sigma_{x_k} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_{x_i} \quad (2.44a)$$

$$\sigma_{z_k} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_{z_i} \quad (2.44b)$$

$$\tau_{xz_k} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tau_{xz_i} \quad (2.44c)$$

mit $n = 3$ Dreieck
 4 Viereck

- Elementspannungsbezugspunkt

$$x_k = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j \quad (2.45a)$$

$$z_k = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n z_j \quad (2.45b)$$

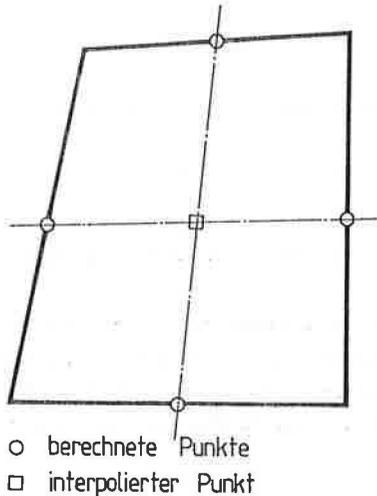


Abb. (2.18) - Interpolation der koordinierten Spannungen

HAUPTSPANNUNGEN UND AUSNUTZUNGSGRAD

Aus den koordinierten Spannungen errechnen sich die Elementhauptspannungen und der Ausnutzungsgrad (durch Anwendung der Bruchhypothese).

- Elementhauptspannungen

$$\sigma_{1k} \text{ bzw. } \sigma_{3k} = \frac{\sigma_{xk} + \sigma_{yk}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xk} - \sigma_{yk}}{2}\right)^2 + \tau_{xyk}^2} \quad (2.46)$$

- Ausnutzungsgrad

$$AG = \frac{\sigma_{1k} - \sigma_{3k}}{\sigma_{1k} - \sigma_{3k}} \quad (2.47)$$

mit

$$\sigma_{3k} = \sigma_{1k} \tan^2(45 - \varphi/2) - 2c \tan(45 - \varphi/2)$$

Gemäß dieser Definition befindet sich das plastische Element je nach der Größe des Wertes AG (für den Ausnutzungsgrad) in folgenden Zuständen:

AG < 1 Grenzzustand nicht erreicht

AG = 1 Element im Grenzzustand

AG > 1 Element überbeansprucht

Mit dem Vorliegen dieser Information kann die Systemoptimierung so gesteuert werden, daß sich das plastische Element exakt im Grenzzustand befindet. Damit haben die Randkräfte am plastischen Element eine Verteilung, welche dem plastischen Zustand entspricht und sich mit dem umgebenden System im Gleichgewicht befindet. An unterschiedlichen bekannten Einschichtenbruchsystemen wurde die Verwendung des plastischen Elementes überprüft. Es ergab sich jeweils eine exakte Übereinstimmung mit den bekannten Rechenergebnissen.

3. KINEMATISCHE ANALYSE DER GESAMTTRAGFÄHIGKEIT FÜR DAS UNBEWEHRTE UND UNVERFORMTE ZWEISCHICHTENSYSTEM

3.1 Berechnungsgrundlagen

Wie aus dem vorgesagten deutlich wird, empfindet das gewählte Berechnungsverfahren unter Zugrundelegung von kinematischen Diskontinuitätsflächen den Versagensvorgang mit Starrkörperelementen modellartig nach, wobei die Lagen aller Scherfugen solange variiert werden, bis das kritische System gefunden ist. Der Lösungsweg ist nach ingenieurmäßigen Gesichtspunkten anwendungsgerecht, da die Diskretisierung des Systems exakt erfolgt, der Kräftezustand durch die beiden Gleichgewichtsbedingungen ausreichend beschrieben ist und die abdingbaren Größen des Verformungsverhaltens rechnerisch außer Betracht bleiben. Der Bruchzustand ist durch die linienförmigen plastischen Bereiche (Flächenbrüche) hinreichend exakt beschrieben und wird durch den Optimierungsvorgang gefunden. Da in Abhängigkeit von der Tragschichthöhe entweder das Gesamtversagen (Durchstanzen der Tragschicht mit Grundbruch im Untergrund) bzw. das Mehrschichtversagen maßgeblich ist, sind diese Fälle mit getrennten Modellen zu erfassen. In diesem Abschnitt wird nur das 'Gesamtversagen' diskutiert. Auf das Mehrschichtenversagen wurde bereits unter Ziffer 2.2 kurz eingegangen.

Ein wesentliches Problem des Verfahrens liegt in der Findung des von vielen Freiheitsgraden abhängigen Minimums der Zielfunktion mittels Optimierung begründet. Diese Thematik ist rein mathematischer Natur und soll in dieser Arbeit nicht diskutiert werden, obwohl sie für die Richtigkeit der Lösung gleichermaßen beeinflussend ist, wie die vorgenannten Zusammenhänge.

Das Ergebnis einer kinematischen Berechnung beinhaltet folgende Informationen:

- Kraftgröße der Tragfähigkeit oder Standsicherheitszustand des Systems
- Bruchgeometrie mit kritischer Lage der kinematischen Diskontinuitätsflächen
- Elementrandkräfte sowie näherungsweise Elementrandspannungen und koordinierte Spannungen im Elementinneren

Die Informationen sind ausreichend, um ingenieurmäßige Untersuchungen mit Plausibilitätskontrolle ausführen zu können.

SCHERVORGÄNGE IN DER SCHICHTFUGE BEIM UNBEWEHRTEN ZWEISCHICHTENSYSTEM

Bei unbewehrten Zweischichtensystemen wird bei der Modellierung zwischen Tragschicht und Untergrund eine Scherfuge vorgesehen. Es ist dabei nicht klar, ob der Abschervorgang oberhalb oder unterhalb der Schichtgrenze erfolgt (Maßgeblichkeit der Festigkeitsparameter der Tragschicht oder des Untergrundes). Die Berechnung erfordert deshalb an den Schichtübergangsseiten jeweils eine Überprüfung, welche Parameter zum Minimum der Schubkräfte führen.

PARAMETERSTUDIEN

Bei der rechnerischen Bruchuntersuchung mit kinematischen Traglastverfahren sind nur bodenmechanische Festigkeitsparameter verwendbar, die bei der gewählten Systemgeometrie (Elementeinteilung) ein Versagen des Systems zulassen. Widersprüche können sich darin äußern, daß z.B. bei zu hohen Werten des Reibungswinkels oder der Kohäsion die rechnerischen Widerstandskräfte in den Scherfugen größer sind, als die abtreibenden Kräfte, was das Auftreten von Zugkräften an anderer Stelle zur Folge hat. Bei Grundbruchproblemen treten diesbezüglich grundsätzlich keine Probleme auf.

Um einen Überblick über die Entwicklung der Tragfähigkeiten zu erhalten, wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit einige ingenieurmäßig relevante Variationen von bodenmechanischen Systemgrößen vorgenommen, um daraus praxisingerechte Berechnungsansätze abzuleiten, welche eine fallbezogene kinematische Berechnung nicht mehr notwendig machen.

Tab. (3.1) - Bodenmechanische Systemgrößen der Parameterstudie

Systemkenngröße	Variationsbereich
WICHTE DES BODENS	
* Tragschicht	$\gamma = 19 \text{ kN/m}^3$
* Untergrund	$\gamma' = 9 \text{ kN/m}^3$
FESTIGKEIT DES BODENS	
* Tragschicht	$\varphi_{TR} = 32,5^\circ; 35,0^\circ; 37,5^\circ$ $c_{TR} = 0 \text{ kN/m}^2$
* Untergrund	$\varphi_{UN} = 0^\circ; 5^\circ; 10^\circ; 15^\circ$ $c_{UN} = 5,0; 10,0; 15,0 \text{ kN/m}^2$
GEOMETRIE	
* bezogene Tragschichthöhe	$h/b = 0,25; 0,50; 0,75; 1,0$

Sinnvoll können Abhängigkeiten von 3 variablen Größen mit Traglastfaktoren ausgewertet werden. Bei unbewehrten Systemen werden Abhängigkeiten vom Verhältnis der Tragschichthöhe zur Belastungsbreite, vom Reibungswinkel der Tragschicht und von den Festigkeitsparametern des Untergrundes beobachtet. Es wurde deshalb in dieser Arbeit beim unbewehrten Zweischichtensystem der Reibungswinkel des Untergrundes nicht in die Betrachtung einbezogen und rein kohäsiver Untergrund zugrundegelegt. Die Untersuchung der Abhängigkeiten vom Reibungswinkel φ_{UN} des Untergrundes bleibt zukünftigen Untersuchungen vorbehalten.

Bei der Untersuchung des Gesamtversagens für ein bewehrtes Zweischichtensystem erweist sich der Tragschichtreibungswinkel als nicht relevant, weshalb in diesem Fall auch der Reibungswinkel des Untergrundes mit berücksichtigt werden konnte.

3.2 Exemplarische Berechnungsergebnisse für unbewehrte Zweischichtensysteme

Zum Verständnis der im Zusammenhang mit der Tragfähigkeitserhöhung maßgeblichen Vorgänge seien hier exemplarisch für einige Systeme die Bruchkörpergeometrien und Spannungen zusammengestellt. Da die Bruchkörper symmetrisch zur Mitte der Belastung sind, genügt es, immer nur eine Hälfte des Systems zu betrachten.

BRUCHKÖRPERGEOMETRIE

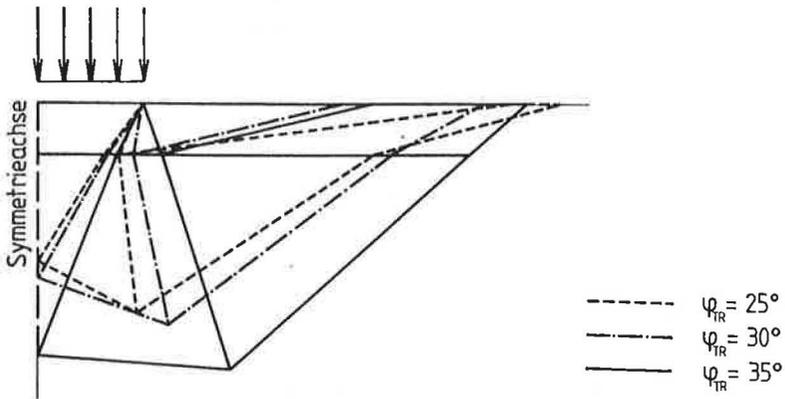


Abb. (3.1) - Bruchgeometrie als Funktion der Tragschichtfestigkeit
($c_{UN} = 10 \text{ kN/m}^2$; $h/b = 0,5$)

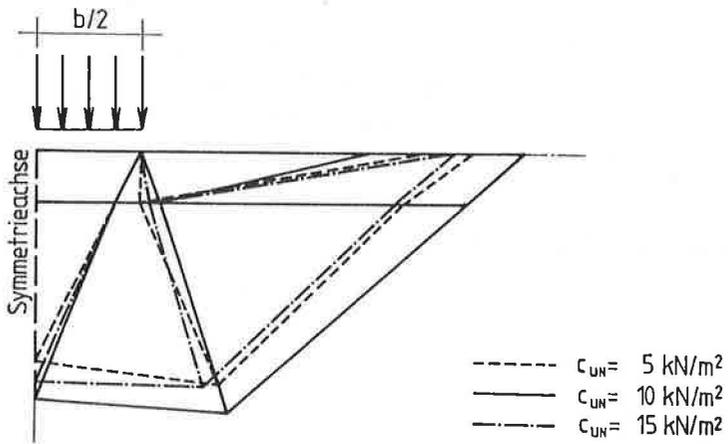


Abb. (3.2) - Bruchgeometrie als Funktion der Untergrundfestigkeit
 ($\varphi_{TR} = 35$; $h/b = 0,25$)

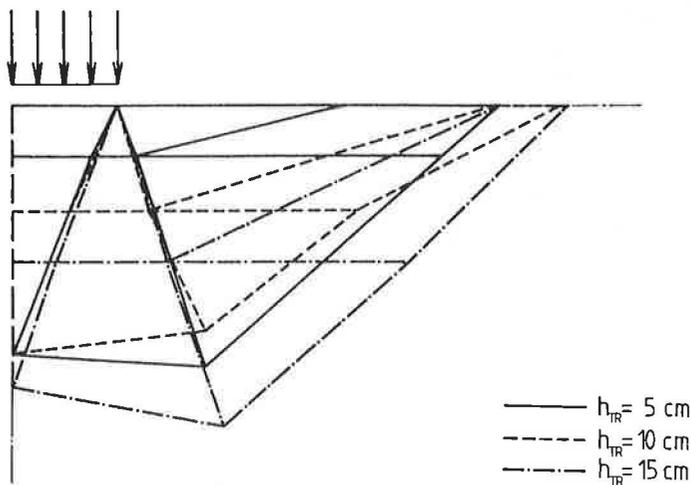


Abb. (3.3) - Bruchgeometrie als Funktion der Tragschichthöhe
 ($\varphi_{TR} = 35$; $c_{UN} = 10 \text{ kN/m}^2$)

SPANNUNGEN AN DEN ELEMENTRÄNDERN UND IM ELEMENTINNERN

Die Auftragung der Kräfte und Spannungen entlang Elementrändern dient der Plausibilitätskontrolle. Die Qualität der Aussagen ist nicht vergleichbar mit denjenigen einer elastischen Berechnung.

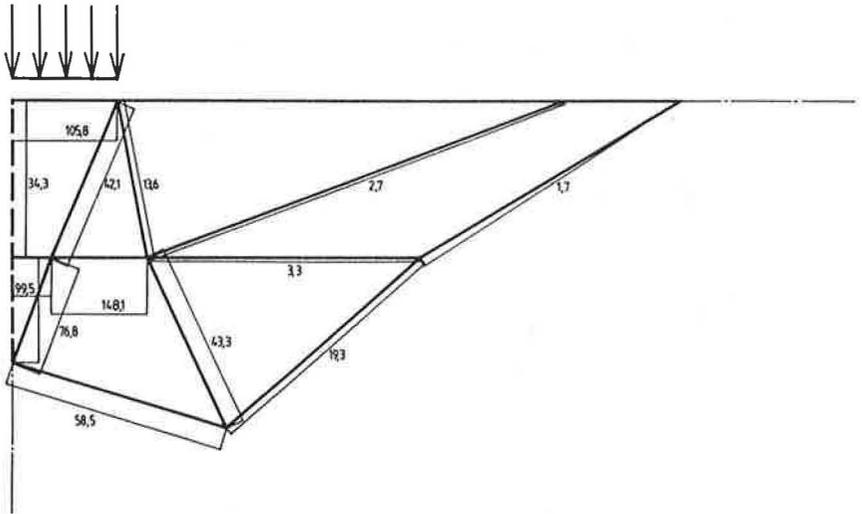


Abb. (3.4) - Randnormalspannungen

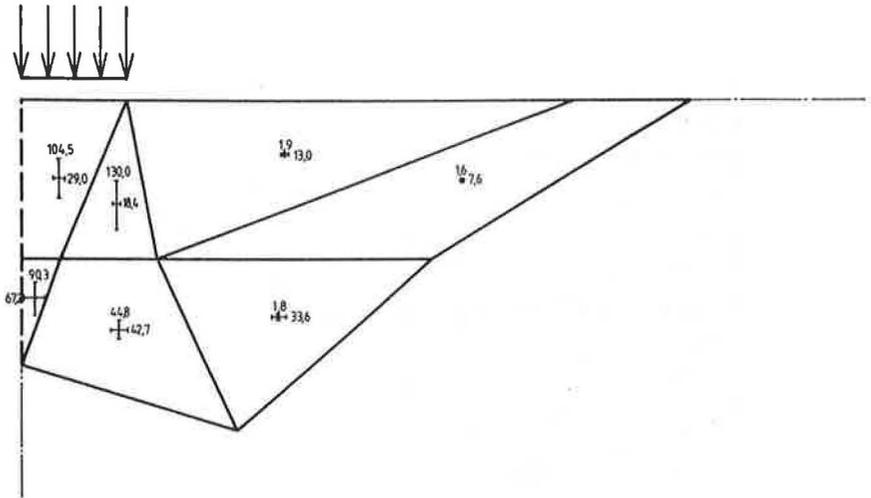


Abb. (3.5) - Koordinierte Spannungen σ_x und σ_y

3.3 Praxisgerechte Bemessungsgleichung für unbewehrte Zweischichtensysteme

ANSATZ

Die Aufbringung einer Tragschicht auf wenig tragfähigen Untergrund hat im Prinzip die Wirkung einer Veränderung der Schubwiderstände im Bereich der äußeren Scherfuge des Bruchkörpers. Es besteht demnach grundsätzlich die Möglichkeit, basierend auf den Traglastgrößen des Einschichtenversagens des Untergrundes (bei horizontaler Belastung an der Schichtoberfläche), in die bekannte Grundbruchgleichung die mit dem Verfahren der kinematischen Elemente errechneten verbesserten Tragfähigkeiten durch multiplikative Koeffizienten einzuführen. Die solchermaßen in vereinfachter Weise angepaßten Tragfähigkeitskoeffizienten charakterisieren den Einfluß der Tragschicht.

Die Erhöhungskoeffizienten müssen notwendigerweise alle Kenngrößen der Tragschicht und des Untergrundes (Festigkeit von Tragschicht und Untergrund; bezogene Tragschichthöhe) einbeziehen.

Der um den Erhöhungskoeffizient α_c erweiterte Berechnungsansatz für die Grundbruchspannung soll wie folgt lauten:

$$\sigma_{or} = c_{uR,u} N_c v_c \alpha_c = c N_c v_c (1 + s_c h/b) \quad (3.1)$$

mit

$c_{uR,u}$... undrainierte Kohäsion des Untergrundmaterials

$N_c = (2+\pi)$... Tragfähigkeitsbeiwert für undrainiertes Untergrundmaterial

$v_c = 1 + 0,2 b/a$... Formbeiwert für undrainiertes Untergrundmaterial

$\alpha_c = 1 + s_c (\varphi_{TR}, c_{uR}) h/b$... Erhöhungsfaktor für Zweischichtensystem

ERHÖHUNGSFAKTOR

Aus den durchgeführten Serienberechnungen leitet sich ein näherungsweise linearer Verlauf der Erhöhungskoeffizienten α_c (siehe Abb. (3.6a)) ab. Aufgrund der Einflüsse aus der Optimierung muß mit Ungenauigkeiten von 10 - 15 % gerechnet werden, welche in der Auswertung ausgeglichen werden können.

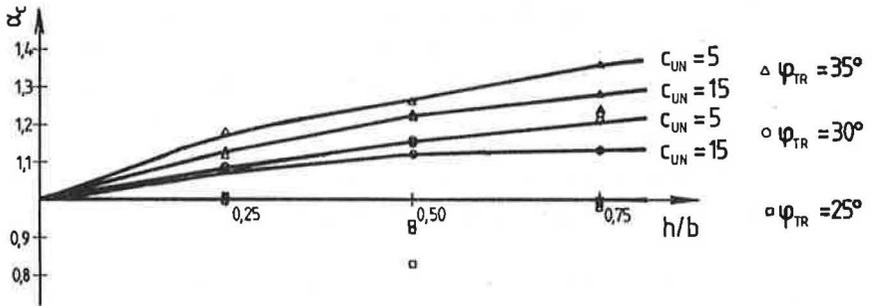


Abb. (3.6a) - Tragfähigkeitskoeffizient α_c als Funktion der Trag-schichthöhe

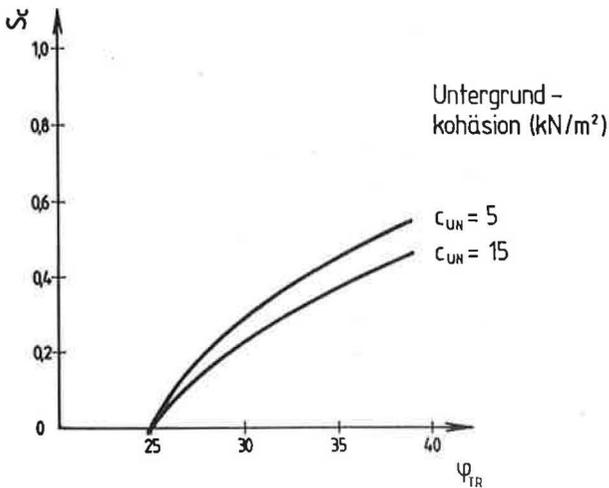


Abb. (3.6b) - Tragfähigkeitskoeffizient s_c (als Funktion der Trag-schichtreibung)

Die Funktion des Tragfähigkeitskoeffizienten s_c läßt sich wie folgt schreiben

$$s_c = \frac{\varphi^*}{10 + 0,45 c_{t/N} + \varphi^*} \quad (3.2)$$

mit

$$\varphi^* = \varphi_{TR} - 25$$

FORMBEIWERT

Entsprechend der Auftragung der Bruchkörpergeometrien wurde oben bereits davon ausgegangen, daß das Verhalten eines Zweischichtensystems weitgehend demjenigen eines homogenen Einschichtensystems mit angepaßtem virtuellem Reibungswinkel (passend zu einem äquivalenten Tragfähigkeitskoeffizient $N_c \alpha_c$) entspricht. Für diesen Wert könnte auch der Formbeiwert des Bruchvorganges nach Abb. (3.7) bestimmt werden.

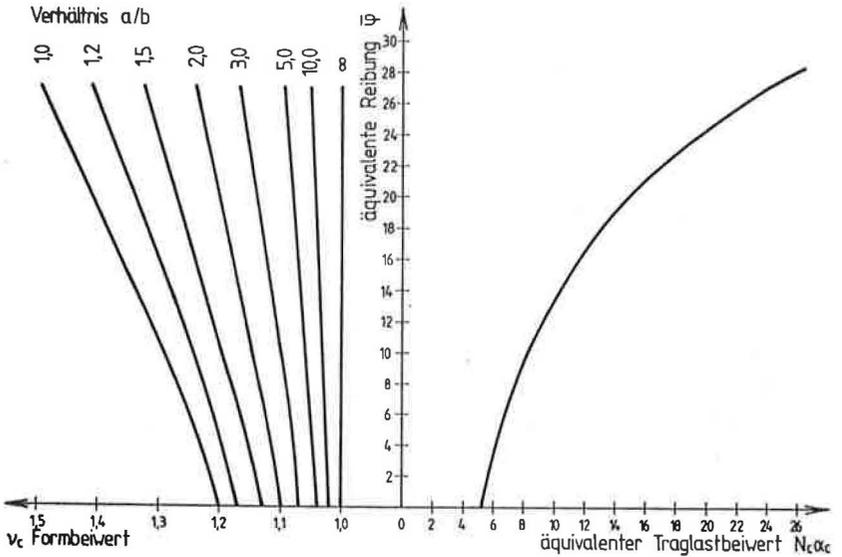


Abb. (3.7) - Formbeiwerte in Abhängigkeit vom erhöhten Tragfähigkeitsbeiwert

Da die Tragfähigkeitsveränderung und damit die Veränderung des Formbeiwertes für das unbewehrte Zweischichtensystem gering ist, kann auf eine diesbezügliche differenzierte Betrachtung verzichtet werden und der Formbeiwert für $\varphi = 0$ generell zugrundegelegt werden.

3.4 Beispiele für die Gesamttragfähigkeit unbewehrter Zweischichtensysteme und Vergleichsbetrachtung mit bekannten Ansätzen

Im Gegensatz zu den unter Ziffer (2.2) dargestellten Berechnungen mit dem Ansatz des Mehrschichtengrundbruchs beziehen die hier ermittelten Werte, wie auch diejenigen, welche mit dem Kombinationsverfahren Grundbruch-/Durchstanzanalyse (Ziffer 2.3) ermittelt wurden, die Vorgänge des Durchstanzens und die Lastverteilungswirkung in der Tragschicht mit ein.

Es sei darauf hingewiesen, daß der Mehrschichtengrundbruch als getrennter Versagensfall, insbesondere bei großen Verhältniswerten h/b maßgeblich ist und deshalb bei unbewehrten Zweischichtensystemen ebenfalls nachgewiesen werden muß (siehe auch Ziff. 2.3). Dies gilt in gleicher Weise für den Ansatz von GRAF et al.

Tab. (3.2) - Tragfähigkeiten σ_{or} des unbewehrten Zweischichtensystems unter Verwendung von Lasterhöhungskoeffizienten

Festigkeitsparameter		Gesamttragfähigkeit σ_{or} (kN/m ²)				
Tragschicht	Untergrund	für bezogene Tragschichthöhe h/b				
$\varphi_{TR} / c_{TR}=0$	c_{UN} (kN/m ²)	0,0	0,25	0,5	0,75	1,0
	$\varphi_{UN} = 0$					
25	5	25,7	25,7	25,7	25,7	25,7
	10	51,4	51,4	51,4	51,4	51,4
	15	77,1	77,1	77,1	77,1	77,0
30	5	25,7	27,5	29,4	31,3	33,1
	10	51,4	55,1	58,8	62,6	66,3
	15	77,1	81,5	86,0	90,4	94,8
35	5	25,7	28,6	31,5	34,4	37,3
	10	51,4	57,2	63,0	68,7	74,2
	15	77,1	84,4	91,7	99,1	106,4

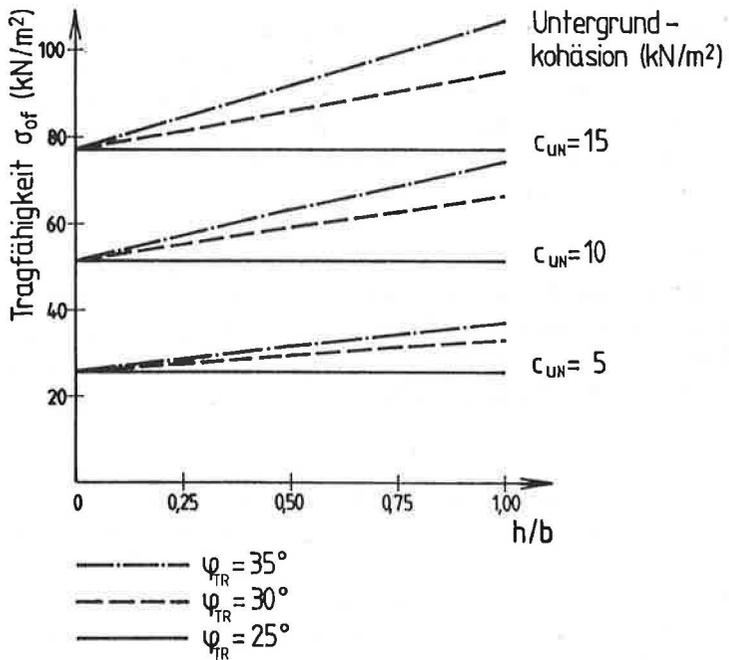


Abb. (3.8) - Tragfähigkeiten des unbewehrten Zweischichtensystems bei Verwendung von Lasterhöhungskoeffizienten (für Streifenbelastung)

VERGLEICHSBETRACHTUNG ZWISCHEN DEN GESAMTTRÄGFÄHIGKEITEN DES KINEMATISCHEN ANSATZES UND DES GRENZGLEICHGEWICHTS- VERFAHRENS MIT DURCHSTANZANALYSE

Aus Vergleich der Tabellen (3.2) mit (2.5) könnte der Schluß gezogen werden, daß die mit der Durchstanzbetrachtung von GRAF et al. ermittelte Tragfähigkeitserhöhung derjenigen aus dem kinematischen Ansatz entspricht. Tatsächlich stimmen die maßgeblichen Faktoren α_c (aus Gleichung 3.1) und $2/F1$ (aus Gleichung 2.18) sehr gut überein (Unterschied etwa 4 %) und der Traglastanteil $F2 \times \gamma \times h$ (aus Gleichung 2.18) ist vernachlässigbar klein (< 2 % der gesamten Bruchlast). Die Ergebnisse des kinematischen Ansatzes und des Grenzgleichgewichtsverfahrens mit Durchstanzanalyse unterscheiden sich geringfügig darin, daß beim kinematischen Ansatz die Tragfähigkeit nahezu linear mit der bezogenen Tragschichthöhe zunimmt, während beim Durchstanzansatz nach GRAF ein leicht überlinearer Anstieg abgeleitet wird. Aufgrund der geometrischen Annahmen sind die Ergebnisse des letztgenannten Ansatzes wohl etwas zu hoch.

Bei der Auswertung der kinematischen Berechnungen bezüglich der Belastungsform wurde vom ebenen System (Streifenbelastung) über einen "virtuellen" Reibungswinkel ein Formbeiwert für gedrungene Belastungskörper abgeleitet. Durch Aufbringung einer Tragschicht, mit Erhöhung der Tragfähigkeit um bis zu 40 %, steigt beispielsweise die virtuelle Reibung im System von 0 auf 5° bis 7° an (Formbeiwert 1,2 bzw. 1,25). Auf der sicheren Seite wurde die Anwendung des Formbeiwertes für $\varphi = 0$ empfohlen, was zu Ergebnissen führt, welche auf der sicheren Seite (≤ 5 %) liegen. Die aus den Untersuchungen von GRAF et al. ableitbaren Formbeiwerte sind in ihrem Aufbau relativ komplex, führen jedoch zu vergleichbaren Größenordnungen.

Abschließend kann festgestellt werden, daß beide Ansätze für die praktische Anwendung gleichermaßen brauchbar sind.

4. KINEMATISCHE ANALYSE DER GESAMTTTRAGFÄHIGKEIT DES EINLAGIG BEWEHRTEN ZWEISCHICHTENSYSTEMS

4.1 Berücksichtigung des kinematischen Verhaltens von Bewehrungseingen bei der Versagensanalyse

Wie aus der Praxis bekannt ist und auch unter Abschnitt 2 erläutert wurde, zeichnet sich die Bruchkinematik von belasteten Bodensystemen durch ein Einsinken von aktiven Bodenzonen in den Untergrund aus, mit gleichzeitiger Verdrängung von passiven Bodenzonen. Die wiederstehenden Bodenzonen weichen vertikal und horizontal bezogen auf die ursprüngliche Lage aus und weisen die Form einer Scholle auf. Die horizontalen und vertikalen Verschiebungen können bei diesen Vorgängen verglichen mit den Systemabmessungen als klein angenommen werden.

Wird nun in eine Schichtgrenze des Bodensystems eine Bewehrungseinge eingebaut, so bleibt die Gesamtkinematik des Bruchvorganges hiervon unbeeinflusst. Es kann davon ausgegangen werden, daß eine wirksame Bewehrung die Verformungen des Bruchsystems in Bewehrungsrichtung nicht mitmacht, sich jedoch senkrecht zur Bewehrungsrichtung ohne Widerstände mitverformt. Dies hat zur Konsequenz, daß die an die Bewehrung angrenzenden Bodenbereiche eine Relativverschiebung in Bewehrungsrichtung vollführen und damit Schubkräfte, welche in Richtung der Verschiebung gerichtet sind, in die Bewehrung eintragen. Im Bereich der Bewehrungszone verändert sich so die Richtung und Größe der übertragenen Randkräfte auf die Bodenbereiche. Die Summe der im System aufnehmbaren Horizontalkräfte erhöht sich entsprechend der Verlängerung der neutralen (d.h. unverschieblichen) Berandung deutlich.

Bezüglich der Kinematik bei der rechnerischen Behandlung gilt, daß die absoluten Verschiebungen der Bodenbereiche in Bewehrungslängsrichtung als Relativverschiebungen entlang der Bewehrung wirksam sind. Die Verschiebungen seien dabei so groß, daß Reibungsfestigkeit und Adhäsion zwischen Boden und Bewehrung vollständig aktiviert werden.

VERSCHIEBUNGEN LÄNGS DER BEWEHRUNG

Bezüglich des rechnerischen Vorgehens im Rahmen der Methode der Kinematischen Elemente (KEM) ist nur eine Ergänzung zur Einbeziehung der Absolutverschiebungen als Relativverschiebungen längs der Bewehrung anzuführen. Als Absolutverschiebung eines Elements wird die Gesamtverschiebungsgröße eines Elements aus seiner Ausgangslage heraus bezeichnet. Da das Berandungsmedium unverschieblich ist, entsprechen die Relativverschiebungen von Bruchkörperelementen gegenüber dem unverschieblichen Berandungsmedium einer Absolutverschiebung. Bei Elementen, die nicht an das unverschiebliche Berandungsmedium anstoßen, ist die Absolutverschiebung gleich der Absolutverschiebung des nächstliegenden inneren Elements zuzüglich der Relativverschiebung, die das betrachtete Element gegenüber diesem Element ausführt.

- Absolutverschiebungen eines inneren Elements welches an das Berandungsmedium angrenzt

$$\text{abs}v_{i,x} = v_{i/o} \cos \alpha_{i/o} \quad (4.1a)$$

$$\text{abs}v_{i,z} = v_{i/o} \sin \alpha_{i/o} \quad (4.1b)$$

- Absolutverschiebungen eines inneren Elements welches nur von verschieblichen Elementen umgeben ist

$$\text{abs}v_{i,x} = \text{abs}v_{j,x} + v_{j/j} \cos \alpha_{i/j} \quad (4.2a)$$

$$\text{abs}v_{i,z} = \text{abs}v_{j,z} + v_{j/j} \sin \alpha_{i/j} \quad (4.2b)$$

- Relativverschiebung eines Elements in Bewehrungsrichtung

$$v_{i/bew} = \text{abs}v_{i,x} / \cos \alpha_{bew} \quad (4.3)$$

GRÖSSE DER REIBUNGSKRÄFTE AN DER BEWEHRUNG

Wie durch Scher- bzw. Herausziehversuche, welche auch im Rahmen der hier beschriebenen Untersuchungen ausgeführt wurden, festgestellt werden konnte, unterschreitet die Schubkraft zwischen Boden und einer flächigen Bewehrungslage die Schubfestigkeit des Bodens meist geringfügig. Diese Tatsache muß auch im Rahmen der rechnerischen Untersuchung berücksichtigt werden, was durch die Abminderung der Bodenfestigkeitswerte auf die Boden-Bewehrungs-Interaktionsparameter erfolgt.

- Wirksame Reibung und Kohäsion zwischen Boden und Bewehrung

$$\varphi_v = \varphi_i \psi_{\varphi_v} \quad (4.4a)$$

$$c_v = c_i \varphi_{c_v} \quad (4.4b)$$

φ_i, c_i ... Festigkeitsparameter des Elementes

φ_v, c_v ... Festigkeitsparameter am Rand der Bewehrung

ψ_{φ}, ψ_c ... Abminderungsfaktoren

Die Abminderung der Bodenfestigkeit an der Bewehrung wird im Rahmen der nachfolgenden Serienberechnungen konstant auf 80 % für Reibungseffekte und 90 % für Kohäsionseffekte festgelegt.

SUPERPOSITION DER MEMBRANTRAGWIRKUNG

Bei vorhandenen Vertikalverformungen werden sich veränderte Bruchmechanismen einstellen, welche mehr in Richtung eines senkrechten Durchstanzens tendieren. Dieser Einfluß auf das Tragverhalten des bewehrten verformten Zweischichtensystems wird hier nicht untersucht. Stattdessen werden die Zusammenhänge vereinfacht in nachfolgende Vorgänge zerlegt:

- (a) Interaktion von Boden und Bewehrung über Schubkräfte bei vertikal unverformtem System und
- (b) Membrantragwirkung bei vertikal verformtem System

Wie erwähnt, lassen sich diesen beiden Effekte superponieren, da sich mit zunehmender Vertikalverformung des Systems die rücktreibenden Kräfte (durch Verschiebung von aktiven Bodenzonen auf die passive Seite) auch ohne Ansatz eines Membraneffektes erhöhen (vgl. auch Tiefenglied der Grundbruchgleichung). Die Superposition führt damit zu Ergebnissen, welche auf der "sicheren" Seite liegen, wenn gleich mit geringfügigen Verfälschungen der Bruchgeometrie gerechnet werden muß.

VORVERSUCHE ZUR BRUCHKINEMATIK

Die Bruchkinematik wurde, wie beim unbewehrten Zweischichtensystem zunächst mit Hilfe von Schneebeli-Modellversuchen erkundet. Es zeigte sich dabei, daß sich die Scherzonen im Bruchkörper nicht wesentlich von denjenigen des unbewehrten Zweischichtensystems unterscheiden. Die Problematik der Plastifizierung im Durchstanzkörper stellt sich ebenfalls in der bereits beschriebenen Form dar.

Somit unterscheidet sich der bewehrte Vorgang vom unbewehrten nur im Zusammenhang mit den Kräfteumlagerungen entlang der Bewehrungseinslage.

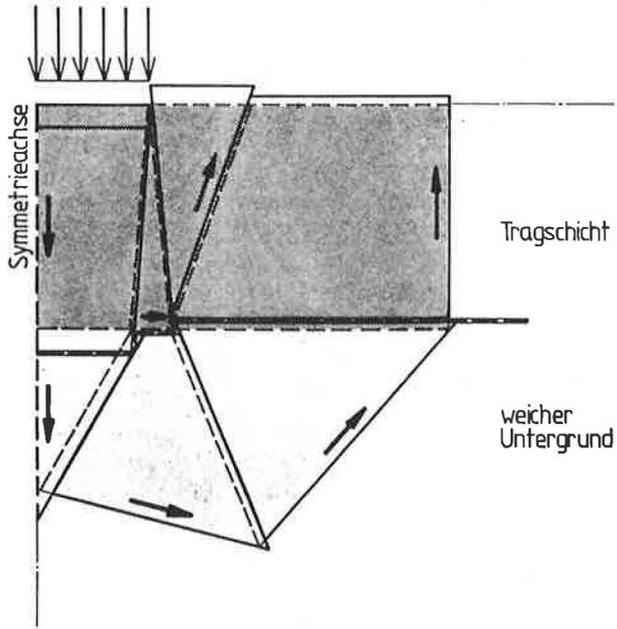


Abb. (4.1) - Versagensmechanismus für das bewehrte Zweisechichtensystem

4.2 Praxisgerechte Bemessungsgleichung für bewehrte unverformte Zweischichtensysteme

ANSATZ

Für das bewehrte Zweischichtensystem wurde neben den Einflüssen der bezogenen Tragschichthöhe und der Untergrundkohäsion auch die Wirkung der Untergrundreibung berücksichtigt. Dies war deshalb möglich, da die durchgeführten Serienberechnungen ergaben, daß die Tragfähigkeit (Gesamtversagen) praktisch nicht von der Tragschichtfestigkeit abhängig ist. Bezüglich des hier ebenfalls zu berücksichtigenden Tragschichtversagens ist der Reibungswinkel des Tragschichtmaterials jedoch von ausschlaggebender Bedeutung.

Es kann bezüglich der Wirkungsweise vereinfachend davon ausgegangen werden, daß die Aufbringung einer Tragschicht und der Einbau einer Bewehrung hauptsächlich eine Verlängerung der neutralen (unverschieblichen) Scherfuge des Bruchkörpers im Untergrundmedium mit sich bringt. Die Erhöhung der Tragfähigkeit kann deshalb auch hier sinnvoll durch einen multiplikativen Koeffizienten im Kohäsionsglied des Einschichtenversagens des Untergrundes beschrieben werden. Eine Erhöhung im Breitenglied des Grundbruchansatzes sei bei vorwiegend kohäsivem Untergrund mit niedrigem Reibungswinkel vernachlässigbar.

Die Form der rechnerischen Bruchkörper des bewehrten Zweischichtensystems unterscheidet sich gemäß Abb. 4.1 deutlich von derjenigen des unbewehrten Systems. Eine Veränderung des Formbeiwertes (gegenüber dem Einschichtenversagen des Untergrundes) im Zusammenhang mit einer virtuellen Festigkeitszunahme ist bei den hier dominanten Vorgängen im Untergrund nicht realistisch. Die Verteilung der Spannungen unterscheidet sich nur unwesentlich von den Verhältnissen des unbewehrten Systems.

Der somit wiederum nur um einen Erhöhungskoeffizienten α_c erweiterte Berechnungsansatz lautet:

$$\sigma_{of} = c N_c v_c \alpha_c + \gamma b N_b v_b \quad (4.5)$$

mit

N_c, N_b ... Traglastkoeffizienten gemäß DIN 4017

v_c, v_b ... Formbeiwerte gemäß DIN 4017 (als Funktion von φ_{UN})

$\alpha_c = 1 + s_c (\varphi_{UN}, c_{UN}) h/b$... Tragfähigkeitserhöhungsfaktor

TRAGFÄHIGKEITSERHÖHUNGSFAKTOR

Im Gegensatz zu den Untersuchungen für das unbewehrte Zweischichtensystem ergaben die Auswertungen am bewehrten Zweischichtensystem wie erwartet, daß praktisch keine Abhängigkeit der Tragfähigkeitsgrößen beim Gesamtversagen mit Durchstanzen der Tragschicht vom Reibungswinkel der Tragschicht (< 10 %) gegeben ist. Für den Bruch des Systems oberhalb der Bewehrung (2. Versagensfall), wie unter Abschnitt (5) beschrieben, ist jedoch eine sehr ausgeprägte derartige Abhängigkeit gegeben, weshalb die Tragschichtreibung keinesfalls vernachlässigt werden kann.

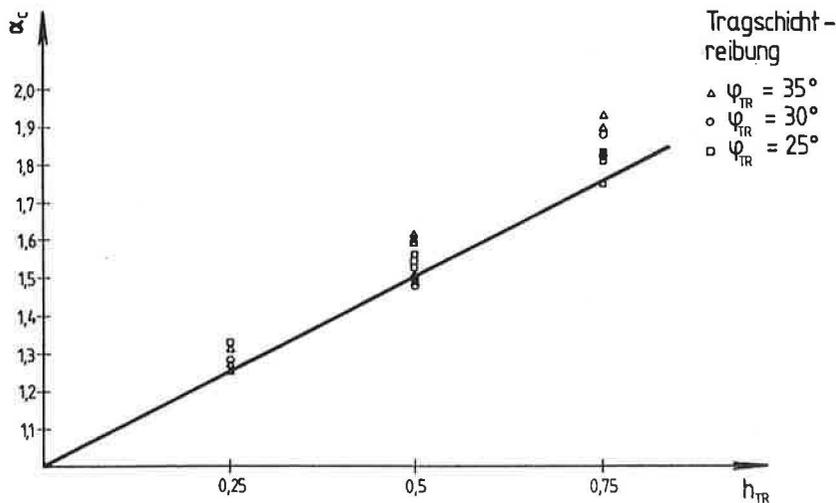


Abb. (4.2) - Tragfähigkeitskoeffizient α_c als Funktion der Höhe und des Reibungswinkels der Tragschicht bei undrainiertem Untergrund ($\varphi_{UN} = 0$, $c_{UN} = 5 \text{ kN/m}^2$)

Die Serienberechnungen mit unterschiedlichen Werten für die Festigkeitsparameter des Untergrundes ergeben gleichmäßige Entwicklungen der Tragfähigkeitserhöhungsfaktoren.

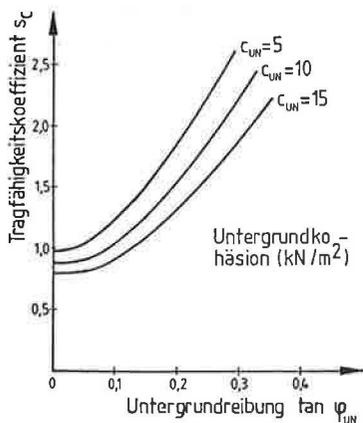


Abb. (4.3) - Tragfähigkeitskoeffizient s_c .

Die funktionale Approximation der Traglastfaktoren ergibt die Form:

$$s_{\sigma} = 1,1 - 0,02 c_{UN} + (24 - 0,8 c_{UN}) \tan^2 \varphi_{UN} \quad (4.6)$$

BEWEHRUNGSZUGKRÄFTE

Im Rahmen der zur Tragfähigkeitserhöhung erforderlichen Vorgänge werden über Schubspannungen Zugkräfte in die Bewehrung eingeleitet. Gemäß den für die Streifenlast durchgeführten Untersuchungen, zeigen die Zugkräfte eine Proportionalität zu den Vertikallasten.

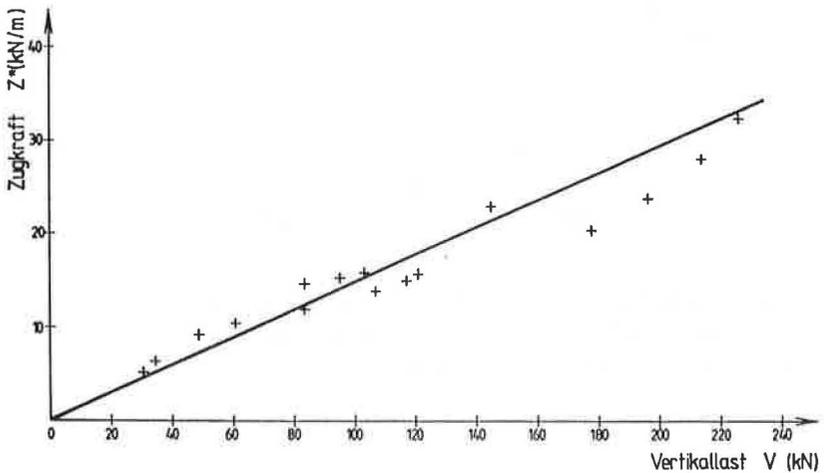


Abb. (4.4) - Bewehrungszugkräfte

Der aus den kinematischen Berechnungen ableitbare empirische Ansatz für die Zugkräfte in einem Gewebe mit biaxialer Krafteintragung läßt sich damit wie folgt schreiben:

$$Z = \frac{Z^*}{1 + b/a} \quad (4.7)$$

$$= \frac{0,15 V}{1 + b/a} = \frac{0,15 \sigma_{or} a b}{1 + b/a}$$

Z* ... Zugkraft für ebene Belastungsbedingungen (Streifenlast)

VARIATIONSRECHNUNG

In den zurückliegenden Abschnitten wurde die Tragfähigkeitsentwicklung von unbewehrten Zweischichtensystemen in Abhängigkeit von einigen wesentlichen Parametern exemplarisch durchgerechnet. Dies soll nun auch für das bewehrte Zweischichtensystem unter Verwendung der oben angegebenen Lasterhöhungskoeffizienten durchgeführt werden.

Tab. (4.1) - Gesamttragfähigkeit des bewehrten Zweischichtensystems ($\varphi_{TR} = 35^\circ$)¹⁾

Festigkeitsparameter		Gesamttragfähigkeit σ_{or} [kN/m ²]				
Untergrund		für bezogene Tragschichthöhe h/b				
φ_{UN}	c_{UN}	0,0	0,25	0,5	0,75	1,0
°	kN/m ²					
5	5	32,4	40,5	48,6	56,7	64,8
	10	64,9	79,5	94,1	108,7	123,3
	15	97,4	116,9	136,4	155,8	175,3
10	5	41,7	59,4	77,1	94,8	112,6
	10	83,4	112,6	141,8	171,0	200,2
	15	125,1	162,6	200,2	237,7	275,2
15	5	54,9	87,8	120,8	153,7	186,7
	10	109,8	164,7	219,6	274,5	329,4
	15	164,7	234,7	304,7	374,7	444,7

¹⁾ unter Vernachlässigung des Breiteneinflusses

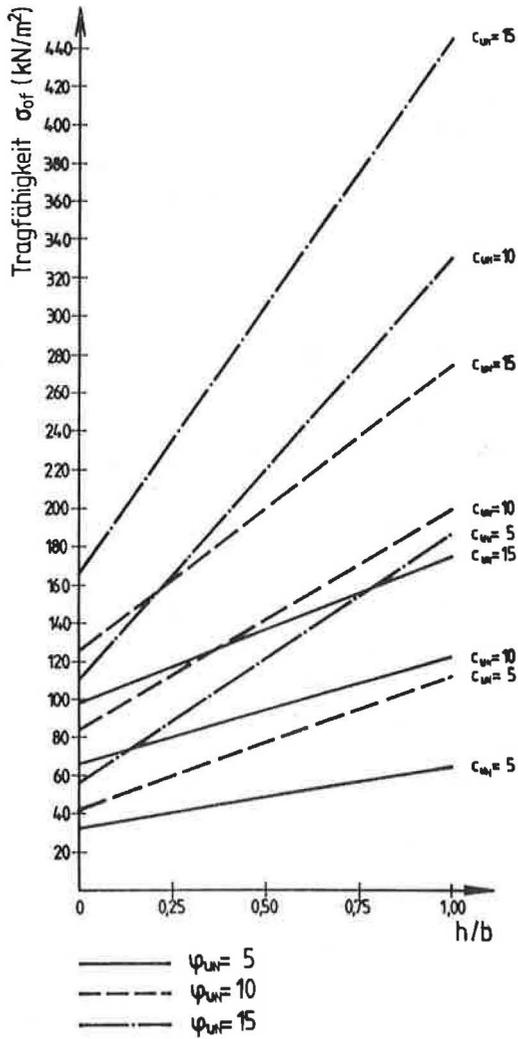


Abb. (4.5) - Tragfähigkeiten des bewehrten Zweischichtensystems

5. TRAGSCHICHTVERSAGEN ÜBER EINER BEWEHRUNG

Neben dem Versagen des Gesamtsystems mit Durchstanzen der Tragschicht und Grundbruch unterhalb der Bewehrung ist beim bewehrten Zweischichtensystem als 2. Versagensfall der Tragschichtbruch oberhalb der Bewehrung gesondert zu untersuchen. Dieser Versagensfall benötigt ein eigenes Bruchmodell.

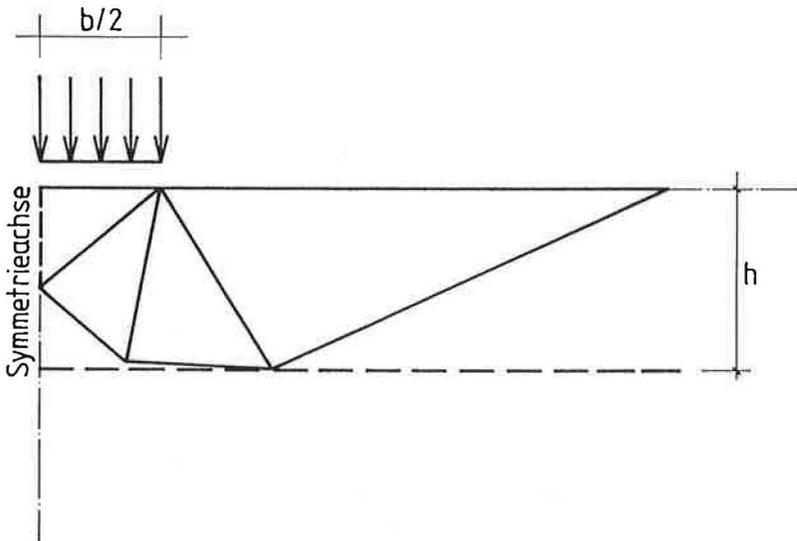


Abb. (5.1) - Bruchmodell für das Versagen der Tragschicht

Es zeigt sich bei den diesbezüglich durchgeführten Serienberechnungen, daß sich das Vorhandensein der Bewehrung mit zunehmender Tragschichthöhe geringer auswirkt. Ab einer bezogenen Tragschichthöhe von $h/b > 1,35$ ist bei den hier zu betrachtenden Tragschichtreibungen die aus der DIN 4017 bekannte Grundbruchfestigkeit maßgeblich.

Unter Einbeziehung eines geometrieabhängigen Lasterhöhungsfaktors kann die Versagenskraft der Tragschicht über einer Bewehrung durch einen multiplikativen Faktor im Breitenglied der Grundbruchgleichung sinnvoll berechnet.

$$\sigma_{TRf} = \gamma_{TR} b N_b v_b \alpha_b \quad (4.4)$$

σ_{TRf} ... Sohlspannung beim Tragschichtversagen

N_b ... Tragfähigkeitsbeiwert für Breiteneinfluß

$v_b = 1 - 0,3 b/a$... Formbeiwert (DIN 4017)

$\alpha_b = f(h/(b \tan\varphi_{TR}))$... Tragfähigkeitserhöhungsfaktor

Tab. (5.1) - Lasterhöhungsfaktor α_b

$\frac{h}{b \tan\varphi_{TR}}$	α_b	$\frac{h}{b \tan\varphi_{TR}}$	α_b
0,75	>10	1,20	1,3
0,80	10	1,25	1,25
0,85	6,75	1,30	1,16
0,90	4,0	1,35	1,12
0,95	2,75	1,40	1,10
1,00	2,25	1,45	1,08
1,05	1,8	1,50	1,06
1,10	1,6	1,55	1,04
1,15	1,4	1,60	1,03

Der Lasterhöhungsfaktor steigt mit kleiner werdender bezogener Tragschichthöhe exponentiell an und kann somit als Funktion wie folgt geschrieben werden:

$$\alpha_b = 1 + \frac{0,4}{h^*} e^{-0,4h^*}$$

mit

$$h^* = \frac{h}{b \tan\varphi_{TR}} - 0,8$$

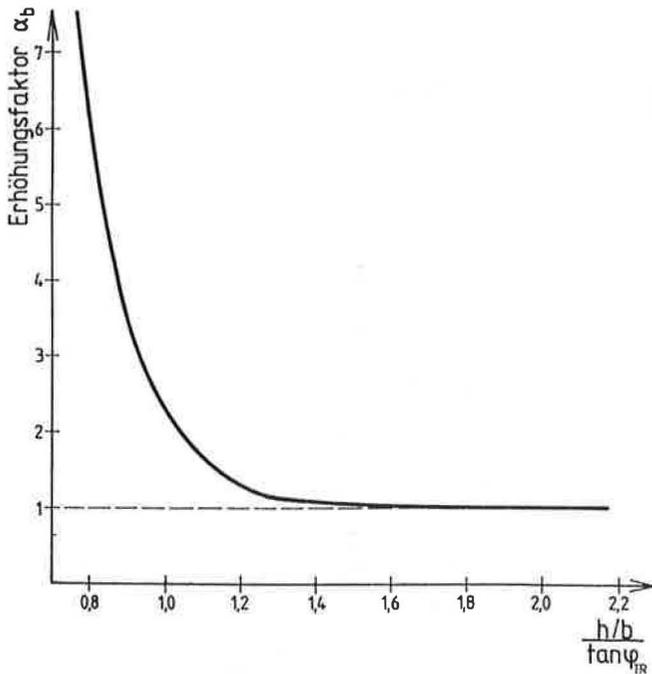


Abb. (5.2) - Lasterhöhungsfaktor α_b

VARIATIONSBERECHNUNG

Tab. (5.2) - Tragfähigkeit einer Tragschicht mit Bewehrung an der Unterseite

Festigkeitsparameter		Tragfähigkeit der Tragschicht [kN/m ²]			
Tragschicht	Lastbreite	bezogene Tragschichthöhe h/b			
φ_{TR}	b	0,25	0,5	0,75	1,0
(°)	(m)				
30	0,2	>600	198	46	38
	0,4	>600	396	91	76
	0,6	>600	594	137	114
35	0,2	>600	>600	148	96
	0,4	>600	>600	297	192
	0,6	>600	>600	446	288

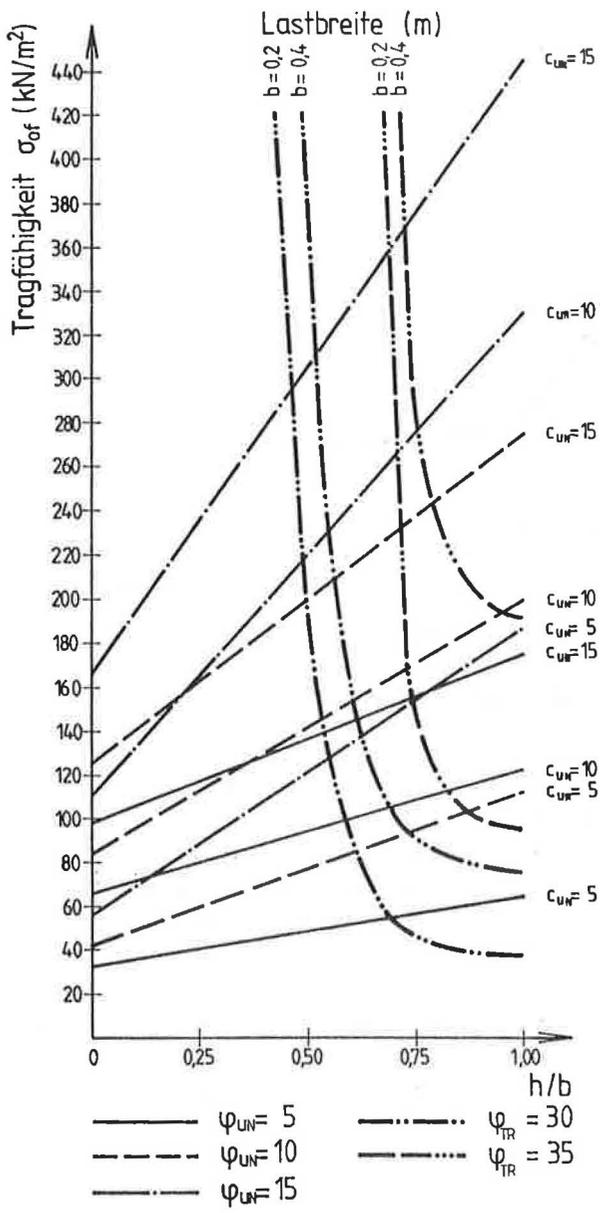


Abb. (5.3) - Tragfähigkeiten des bewehrten Zweischichtensystems

6. MEMBRANTRAGWIRKUNG IM BEWEHRTEN ZWEISCHICHTENSYSTEM

6.1 Vorschlag für ein Berechnungsverfahren

GRUNDLAGEN

In der internationalen Literatur existieren eine Reihe von brauchbaren Berechnungsansätzen, welche die Membrantragwirkung in einem bewehrten Zweischichtensystem berücksichtigen (z.B. GIROUD (1984), GOURC (1986)). Ein Interesse an derartigen Vorgängen besteht dann, wenn größere vertikale Verformungen ohne nachteilige Wirkungen in Kauf genommen werden können.

Infolge einer vertikalen Verformung des Systems hat die unter Zug stehende Bewehrung eine gekrümmte Lage, so daß eine vertikal gerichtete Tragkomponente wirksam wird. Die Wirkung einer derartig verformten Membran liegt nun darin, daß der Untergrund unterhalb der Lasteintragung entlastet und neben der äußeren Lasteintragung stärker belastet wird. Mit Hilfe der sog. Kesselgleichung ergäbe sich die vertikale Entlastung $\sigma_{e,v}$ vereinfacht zu

$$\sigma_{e,v} = \frac{Z}{r} \cos \alpha_{\kappa} \quad (6.1)$$

mit

$$r = \frac{s^2 + b^2/4}{2s} \quad \dots \text{ Krümmungsradius für kreisförmige Verformungsfunktion}$$

Z Zugkraft in der Membran

b^* Breite der Verformungsmulde

α_{κ} Neigung der Bewehrung in beliebigem Punkt

s Tiefe der Verformungsmulde

Vereinfacht können die vertikalen Spannungskomponenten aus der Kesselgleichung zu einer Kraftkomponente der Membran im Wendepunkt zusammengefaßt werden.

$$\text{mittl. } \sigma_{e,v} = 2 Z \sin \alpha_{\kappa w} / b$$

$\alpha_{\kappa w}$ Neigung der Bewehrung im Wendepunkt

b^* Breite der Verformungsmulde in der Schichtgrenze

Die vertikalen Verformungen können sowohl elastischen, als auch elastoplastischen Ursprungs sein. Die Membran erfährt aufgrund der Vertikalverformung eine Längenänderung (Dehnung), welche Zugkräfte hervorruft. Damit wirkt eine Setzung mit einer Membran solange tragfähigkeitssteigernd, bis die aktivierten Zugkräfte mit der vorhandenen Einbindelänge der Bewehrung im Boden nicht mehr aufnehmbar sind oder die Bewehrung reißt.

Der Vorgang ist einfach und kann mit ingenieurmäßigen Modellen sinnvoll beschrieben werden, wobei ausschließlich die Form der Verformungsmulde realitätsgerecht zu wählen ist.

Für den hier gewählten Ansatz zur Auffindung der maßgeblichen Verformungsfigur gelte nachfolgendes Prinzip:

"Zu jeder Vertikalverformung des Systems sei eine Form der Verformungsmulde mit Lage der Wendepunkte zwischen den Grenzbreiten des Durchstanzkörpers definierbar, welche eine minimale Größe der Summe der Tragkräfte aus Untergrundreaktion und Membrantragwirkung liefert."

Die Notwendigkeit der Variation wird durch die Vertikalverformung begrenzt, bei der, für eine gegebene Lastbreite und Tragschichthöhe, die Muldenbreite einer Grenzbreite des Durchstanzkörpers der Tragschicht (senkrecht durchstanzen oder trichterförmiges Durchstanzen) entspricht. Bei großen Verformungen ist generell das senkrechte Durchstanzen maßgeblich. Nur bei sehr geringen Verformungen ist die trichterförmige Lastausbreitung zugrunde zu legen.

Aus Vereinfachungsgründen für die Berechnung wird die Untergrundtragreaktion als Bettungsreaktion mit Begrenzung durch die Grundbruchspannung des Untergrundes (mit Berücksichtigung eines Spreizkrafteffektes) angenommen. Ohne Ansatz von Schubkräften in der Tragschicht wird davon ausgegangen, daß sich die maßgebliche Lage der Scherzonen in der Tragschicht nur gemäß der Minimalbedingung für die Traglastanteile aus Untergrundreaktion und Membrantragkraft ausbildet.

Das Maß einer trichterförmigen Lastausbreitung in der Tragschicht stellt eine sinnvolle Größenordnung dar, die Einfluß für die maßgebliche minimale Grenzsetzung hat. Sie wird durch sinnvolle Abschätzung vorab ermittelt.

Im vorliegenden Bericht wird für den Membraneffekt nur ein möglicher Ansatz vorgestellt und dessen statische Wirkung erläutert. Eine Auswertung im Hinblick auf die vielseitigen konstruktiven Gesichtspunkte soll weiteren Arbeiten zu dieser Thematik vorbehalten bleiben.

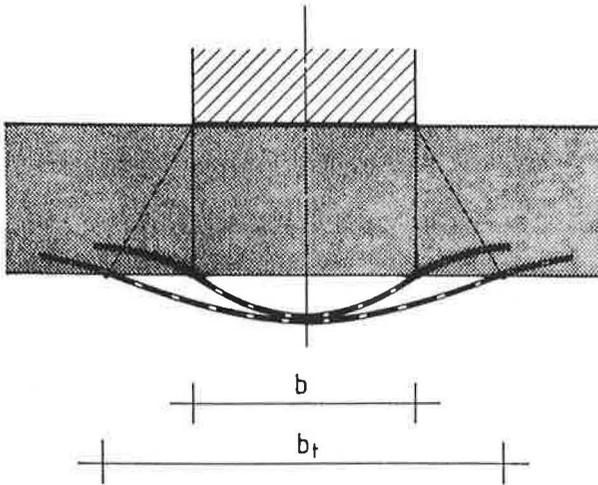


Abb. (6.1) - Variationsmöglichkeiten des plastischen, stark verformten Tragsystems

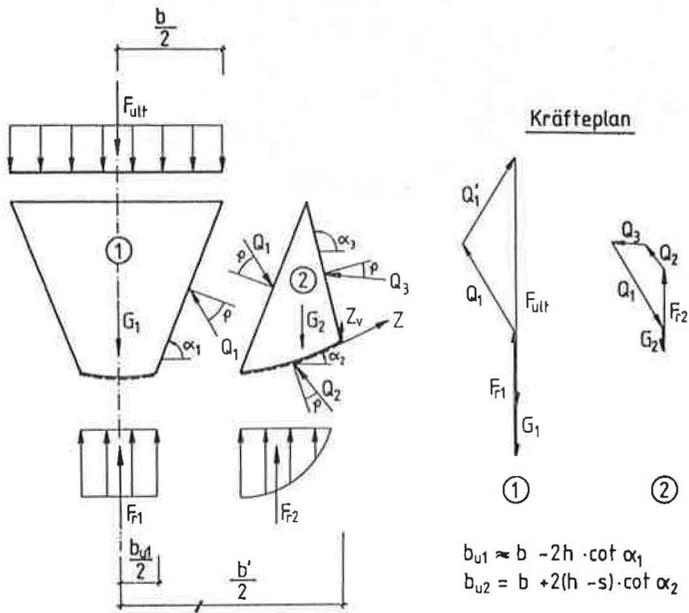
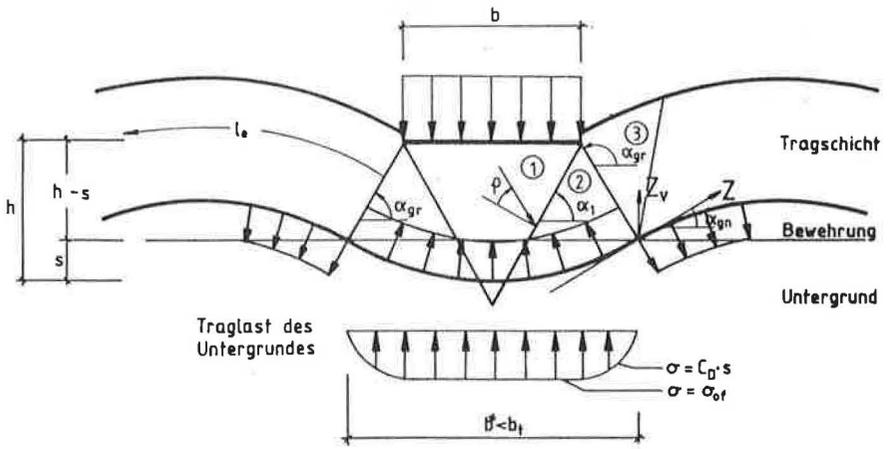


Abb. (6.2) - System des Membranmodells bei kleinen Verformungen

LASTAUSBREITUNG IN DER TRAGSCHICHT

Unterhalb der Lasteintragung bildet sich ein aktives Plastifizierungsfeld aus, dessen Berandung gemäß der Rankine'schen Erddrucktheorie etwa den Winkel

$$\alpha_1 = 45^\circ + \varphi/2 \quad (6.2)$$

zur Horizontalen einschließt. Die resultierende Kraft, die von dem aktiven Plastifizierungsfeld auf die benachbarten passiven Bereiche übertragen wird, weicht vom Lot auf diese Berandung um den Winkel φ ab.

Im Rahmen einer elementeorientierten Betrachtungsweise der Lastausbreitung ermittelt sich die Geometrie des angrenzenden passiven Elementes (2) so, daß die daran wirksamen Kräfte im Gleichgewicht stehen. Ein Grenzzustand wird erreicht, wenn die Kraft des Erdwiderstandes von Element (3) gleich 0 wird (aktive Kraft parallel zur Randkraft an der Bewehrung). Weiter gilt, daß eine Übertragung der aktiven Kraft auf das Element (3) nur dann stattfindet, wenn die Scherzone zwischen Element (2) und (3) steiler ist, als die Neigung der aktiven Kraft.

Da die wirksame Vertikalkraft aus äußerer Belastung über die Elemente (1) und (2) in den Untergrund eingetragen wird, läßt sich der Grenzwinkel der Lastausbreitung α_{gr} für diese Fälle wie folgt schreiben.

(a) Scherfuge (2) / (3) parallel zur aktiven Kraft

$$\alpha_{gr} > 45 + \varphi/2 \quad (\text{oder } \alpha_{gr} > 135 - \varphi/2) \quad (6.3)$$

(b) Scherfuge (2) / (3) parallel zur resultierenden Randkraft an der Bewehrung

$$\alpha_{gr} > \alpha_2 - 90 + \varphi \quad (6.4)$$

(c) Scherfuge (2) / (3) senkrecht zur Bewehrungsrichtung

Für größere Verformungen des Systems ist die Berandung des passiven Elements Nr. (2) so zu begrenzen, daß sie auf der Tangente der Bewehrung senkrecht stehen kann.

$$\alpha_{gr} > \alpha_{grv} - 90 \quad (6.5)$$

Das Maximum der errechneten Grenzwinkel ist maßgeblich und führt zu einer Minimierung der größten Lastübertragungsbreite in der Schichtgrenze:

$$b_i = b + 2 (h - s) \cot \alpha_{gr} \geq b \quad (6.6)$$

VARIATION DER BEWEHRUNGSVERFORMUNG UND MEMBRANKRÄFTE

Die Bewehrung sei zwischen den Wendepunkten, deren Abstand immer kleiner als die Grenze der Lastausbreitung ist, stetig verformt. Die Verformungsfigur der Membran wird durch eine quadratische Funktion beschrieben. Alternativ werden in der Literatur auch die Winkel-funktion (Cosinus) oder die Kreisfunktion gewählt.

- Funktion der Membranverformungsfigur

$$f(x) = z = mx^2 + c \quad (6.7)$$

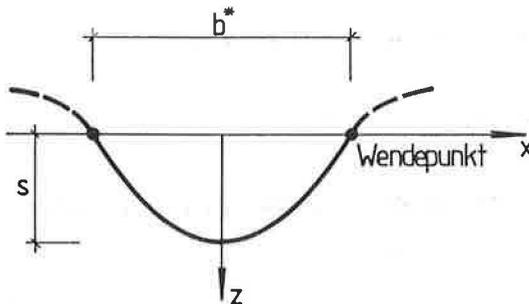


Abb. (6.3) - Membranverformungsfigur in der Schichtfuge

Aufgrund der Randbedingungen

$$x = 0 \quad z = s$$

und

$$x = \frac{b^*}{2} \quad z = 0$$

ergibt sich die Verformungsfunktion zu

$$f(x) = z = -\frac{4s}{b^{*2}} x^2 + s \quad (6.8)$$

Durch Integration errechnet sich die verformte Bogenlänge b^* der Bewehrung zu

$$b = 2 \int_0^{b^*/2} \sqrt{1 + (f')^2} \, dx \quad (6.9)$$

$$= 2s \left(\frac{b^*}{4s} \right)^2 + 1 + \frac{b^{*2}}{8s} \ln \frac{4s}{b^*} + \left(\frac{4s}{b^*} \right)^2 + 1$$

Die Dehnung und die Zugkraft ergeben sich in Abhängigkeit von der Verformung des Bewehrungsmaterials, wobei für Vliese die Auflastabhängigkeit der Verformungskoeffizienten bei Bodeneinbettung zu berücksichtigen ist

$$\varepsilon = \frac{b-b^*}{b^*} \quad (6.10)$$

hyperbolische Zugkraftverformungsfunktion von geotextilen Vliesen

$$Z = \frac{\varepsilon}{a+b\varepsilon} \quad (6.11)$$

mit

$$a = a_0 + a_1 \sigma$$

$$b = b_0 + b_1 \sigma$$

a_0, a_1, b_0, b_1 ... Koeffizienten aus Zugversuch bei Bodeneinbettung

σ ... Bodennormalspannung

lineare Zugkraftverformungsfunktion von geotextilen Geweben

$$Z = K \quad \epsilon = \frac{1}{a} \quad \epsilon \quad (6.12)$$

K ... Dehnungskoeffizient der Membran

Der Neigungswinkel α_{gw} der Membran im Wendepunkt ($x = b/2$) beträgt

$$\tan \alpha_{\text{gw}} = \frac{df(b^*/2)}{dx} = -\frac{4s}{b^*} \quad (6.13)$$

$$\alpha_{\text{gw}} = \text{atan} \frac{4s}{b^*} \quad (6.14)$$

Die Membrantragkraft F_m ergibt sich als Summe der Vertikalkomponenten der Membranzugkraft in den beiden Wendepunkten:

$$F_m = 2 Z \sin \alpha_{\text{gw}} \quad (6.15)$$

UNTERGRUNDREAKTION

Die Untergrundreaktion wird nur als sinnvolle Größenordnung einbezogen. Die tatsächlichen Größen finden später Berücksichtigung, wenn die Membrantragkraft mit der Systemtragfähigkeit, welche im Rahmen der kinematischen Berechnung ermittelt wurde, überlagert wird.

Für den ebenen Fall und rein kohäsiven Untergrund kann die Untergrundreaktion im Grenzzustand vereinfacht geschrieben werden

$$\sigma_{\text{UNF}} = N_c c \alpha_c + \gamma_{\text{TR}} b N_b \quad (6.16)$$

N_c, N_b ... Tragfähigkeitsbeiwerte (DIN 4017)

α_c ... Lasterhöhungsfaktor infolge Spreizkrafteffekt

Die äußere Belastbarkeit des verformten ebenen Systems beträgt damit

$$\sigma_{KR} = \frac{1}{b} (\sigma_{UN} b + F_m - G_n) \quad (6.17)$$

mit

F_m ... vertikale Membrankraftkomponenten

$$G_n = \frac{1}{2} (b + b^*) h \gamma_{TR}$$

Es gibt nun genau eine Lage der Wendepunkte innerhalb der Grenzen der Lastausbreitung

$$b \leq b^* \leq b_i$$

bei der die Gesamttragfähigkeit das gesuchte Minimum wird. Diese Lage ist durch iterative Berechnung zu finden.

VERANKERUNGSLÄNGE

Der Membrantragvorgang funktioniert im Gegensatz zum Spreizkrafteffekt nur dann, wenn die Verankerungslänge der Bewehrung außerhalb des Durchstanzkörpers ausreichend groß ist, um die Bewehrungskräfte in den Boden einleiten zu können. Die erforderliche Verankerungslänge bestimmt sich demnach wie folgt

$$l_v (\gamma_{TR} h (\tan\varphi_{TR}^* + \tan\varphi_{UN}^*) + c_{UN}^*) \geq Z \eta \quad (6.18)$$

$$l_v \geq \frac{Z \eta}{\gamma_L h_L (\tan\varphi_{TR}^* + \tan\varphi_{UN}^*) + c_{UN}^*}$$

mit $\varphi_{TR}^* = \psi_{\varphi} \varphi_{TR}$ effektive Reibung des Tragschichtmaterials

$\varphi_{UN}^* = \psi_{\varphi} \varphi_{TR}$ effektive Reibung des Untergrundmaterials

$c_{UN}^* = \psi_c c_{UN}$ effektive Kohäsion des Untergrundmaterials

η Sicherheit gegen Herausziehen

6.2 Ermittlung von Membrantragkräften

Mit Hilfe des oben beschriebenen einfachen Modells läßt sich für eine gegebene Systemgeometrie das Tragverhalten des bewehrten Zweischichtensystem für den Zustand großer Vertikalverformungen untersuchen, wobei die maßgeblichen Effekte

- Muldenform gemäß dem Minimalprinzip
- Durchstanzen mit und ohne Lastausbreitung
- Untergrundreaktion als Bettung oder Grundbruchreaktion (unter Berücksichtigung möglicher Spreizkrafteffekte)
- Geotextil mit hypoelastischem Lastverformungsverhalten

berücksichtigt werden können.

Aufgrund der großen Anzahl von Eingangsparametern ist eine verallgemeinernde Auswertung wenig sinnvoll, weshalb hier für eine vorgegebene Systemgeometrie (Verhältnisse der Modellversuche) bei variabler Untergrundreaktion und Geotextilsteifigkeit die Entwicklung der maßgeblichen Größen dargestellt wird. Die letztlich maßgebliche Zusatztragfähigkeit infolge Membraneffekt ist meist abhängig von der vorhandenen Einbindelänge. Bis zu der Grenze des Herausziehens entwickeln sich die Zugkräfte und mögliche Zusatzbelastbarkeiten in Abhängigkeit von den auftretenden Setzungen. Für die Bemessung kann der ebene Fall wie folgt auf räumliche Verhältnisse übertragen werden.

$$\sigma_{mem} = \sigma_{mem}^* (1 + b/a) \quad (6.19)$$

$$\sigma_{mem}^* = \sigma_{grf} - \sigma_{UNF}$$

σ_{mem}^* ... Bezugsgröße der zusätzlichen Belastbarkeit infolge Membraneffekt für Streifenlast

σ_{mem} ... zusätzliche Belastbarkeit bei gegebener Form des Lastkörpers

Es wird darauf hingewiesen, daß im Rahmen der Berechnung auch der Erhöhungsfaktor für die Grundbruchreaktion des Untergrundes infolge von Spreizkrafteffekten entlang der Bewehrung miteingeht. Dennoch zeigt sich für die zusätzliche Membrantragwirkung keine signifikante Abhängigkeit von der Tragschichthöhe.

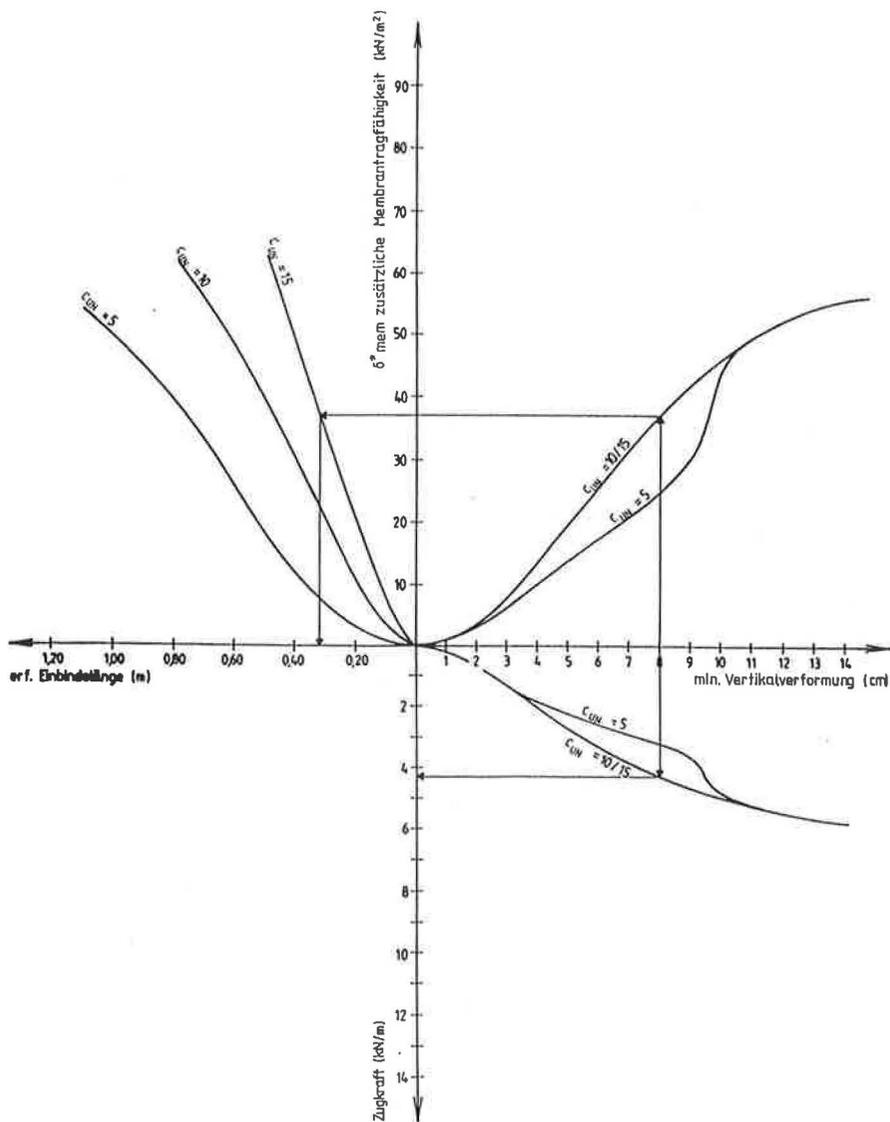


Abb. (6.4a) - Zusammenhänge der Membrantragwirkung im bewehrten Zweischichtensystem mit Lastbreite $b = 0,2 \text{ m}$ (Vlies $K_1 = 30 \text{ kN/m}$; $Z_F = 8 \text{ kN/m}$)

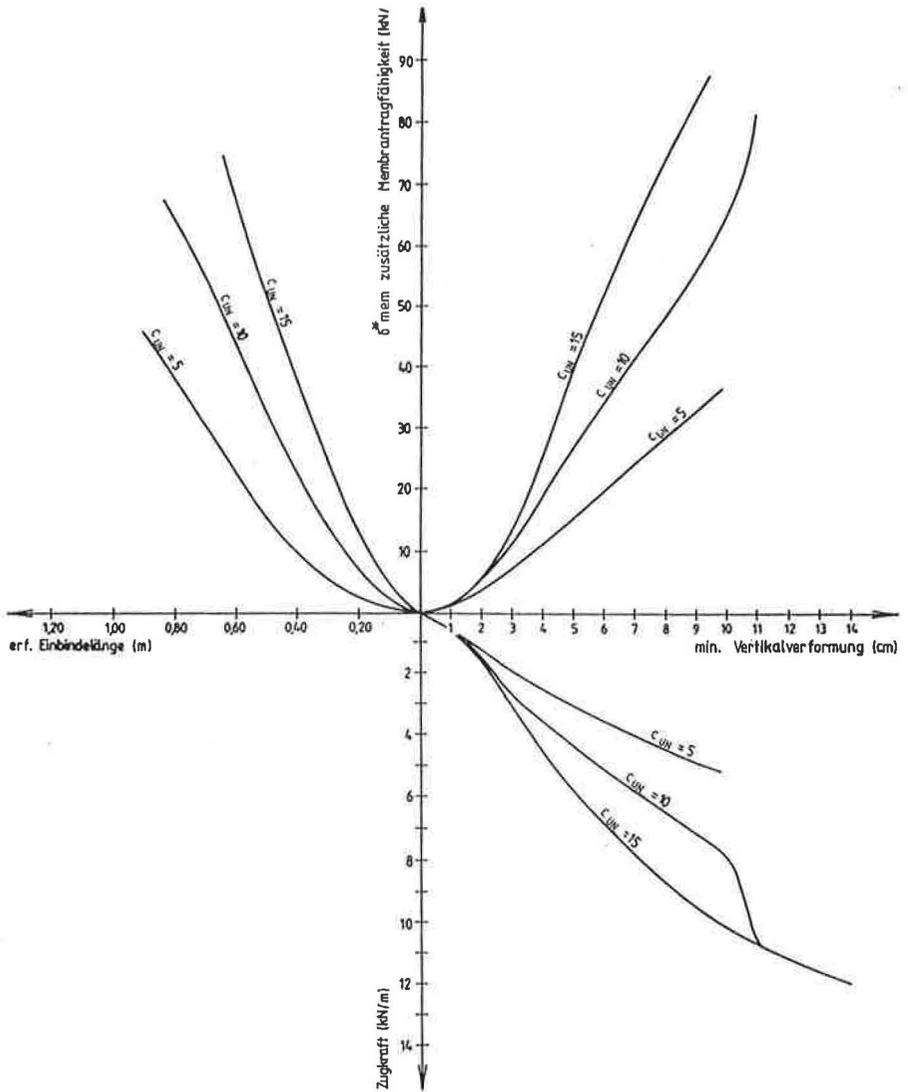


Abb. (6.4b) - Zusammenhänge der Membrantragwirkung im bewehrten Zweischichtensystem mit Lastbreite $b = 0,2 \text{ m}$ (Vlies $K_f = 60 \text{ kN/m}$; $Z_{ef} = 16 \text{ kN/m}$)

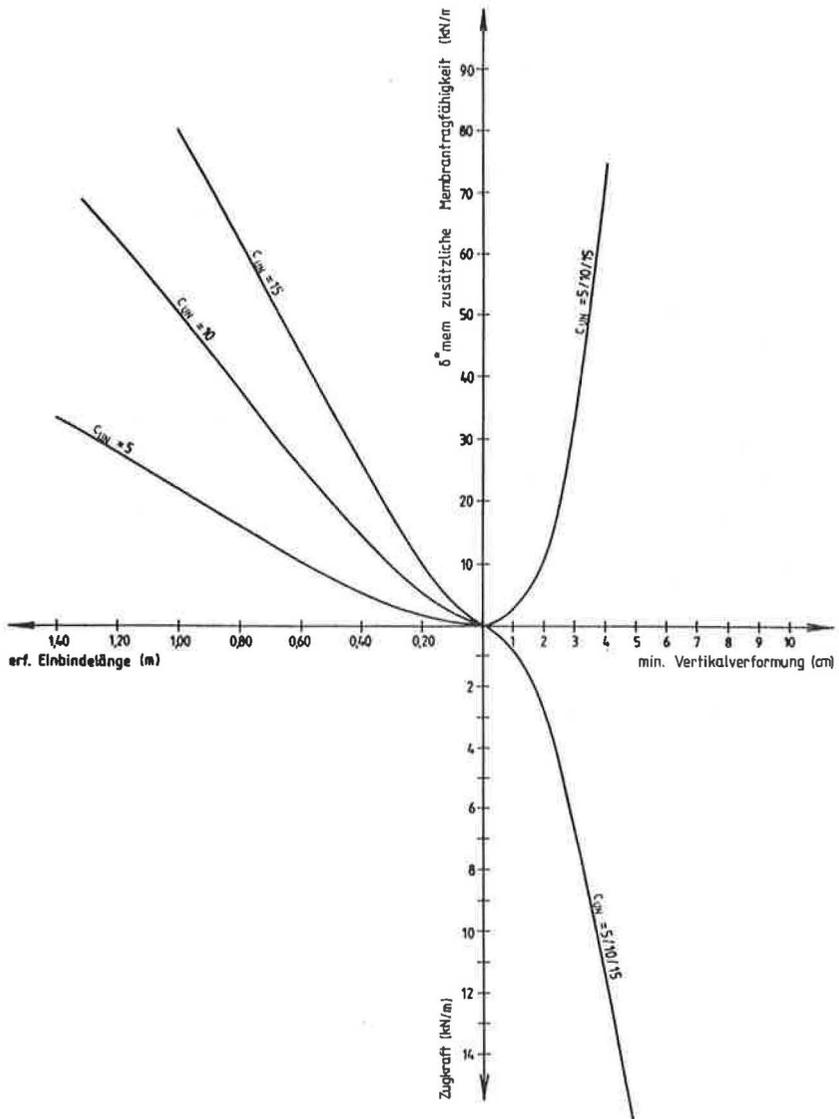


Abb. (6.4c) - Zusammenhänge der Membrantragwirkung im bewehrten Zweischichtensystem mit Lastbreite $b = 0,2 \text{ m}$ (Gewebe $K_r = 120 \text{ kN/m}$; $Z_r > 200 \text{ kN/m}$)

7. STARR PLASTISCHE MODELLVERSUCHE ZUM TRAGVERHALTEN

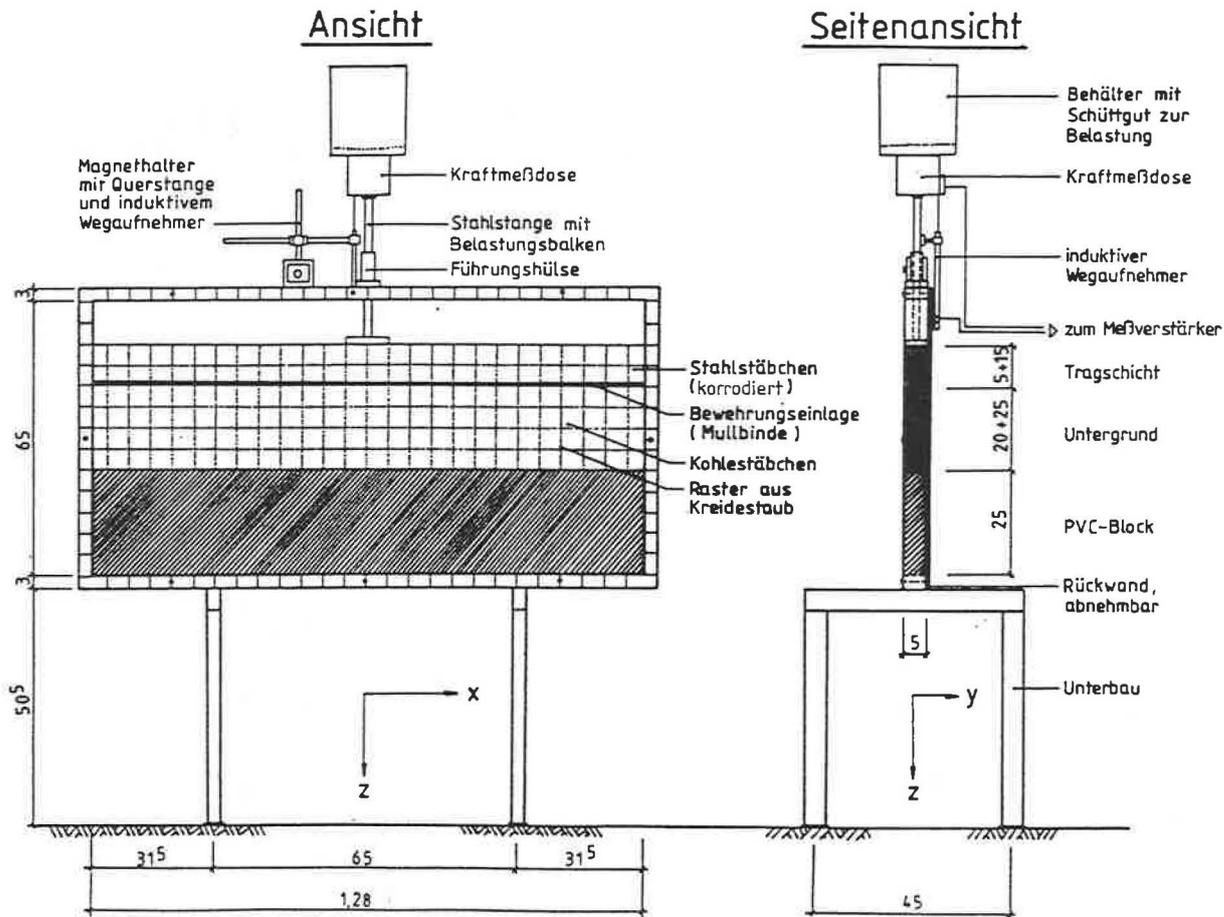
7.1 Versuchsdurchführung

Wie unter den Abschnitten (2) bis (4) ausgeführt wurde, ist es für die Aufstellung sinnvoller kinematischer Rechenmodelle wichtig, die Versagenskinematik aus Versuchen zu kennen. Weiterhin bedürfen neu entwickelte Berechnungsverfahren bzw. neue Anwendungen der Überprüfung durch Versuche, welche in ihrem Charakter den Vorgaben des Rechenansatzes entsprechen.

Bezüglich der genannten Anforderungen eignet sich im Zusammenhang mit den kinematischen Versagensuntersuchungen der Modellversuch nach SCHNEEBELI in idealer Weise. Die Modellierung von Bodenmedien findet mit zylindrischen Stäben statt, so daß ein starrplastisches ebenes System ohne Berandungsspannungen entsteht. Der 'Schneebeli'-Versuch ist in seiner Aussage sehr anschaulich, wenn durch phototechnische Maßnahmen, wie z.B. mehrfach belichtete Aufnahmen des Versuches die unterschiedlichen Belastungs- und Verschiebungsstadien des Bruchvorganges aufgezeichnet werden.

Trotz seiner Einfachheit liefert der Schneebeli-Versuch auch physikalisch brauchbare Aussagen in Form von Tragfähigkeitsgrößen, wobei jedoch infolge der groben Struktur der Medien Streuungen der Ergebnisse in Kauf genommen werden müssen.

Abb. (7.1) - Aufbau des Schneebeli-Modells



MODELLIERUNG VON BODENMEDIEN

Bodenmedien werden im Schneebedi-Versuch mit Hilfe von zylindrischen Stäbchen idealisiert. Üblicherweise werden entweder Stahlstäbchen (aus Rollenlagern) oder Kohlestäbchen (aus Stabbatterien) eingesetzt. Durch die genannten Materialien, wie sie auch in den vorliegenden Versuchen eingesetzt wurden, lassen sich Verhältnisse mit nur gering variierenden Festigkeitsparametern (Reibung) und stark unterschiedlichen Materialwichten beschreiben. Für die Klärung der grundsätzlichen Fragestellungen zur Bruchkinematik und zur Ermittlung von exemplarischen Tragfähigkeitsgrößen für starrplastische Verhältnisse sind jedoch auch diese Materialeigenschaften geeignet.

Falls geprüft werden soll, inwieweit sich adhäsives Verhalten bzw. stark unterschiedliches Reibungsverhalten auswirkt, so müßte beispielsweise das Untergrundmedium durch Stäbe, welche ggf. in Öl gelagert sind, idealisiert werden. Da am Institut im Umgang mit Schneebedi-Modellen noch keine Erfahrungen vorlagen, wurde nur mit den o.g. einfachen Materialien gearbeitet.

Der Durchmesser der Röllchen muß in gewissem Umfang variieren, da sich andernfalls der Bruch auf strukturell bedingten Vorzugsgleitflächen abspielt (Wabenefekt).

WICHTE UND REIBUNGSPARAMETER

Die Wichte der verwendeten Medien kann durch Wägung und Volumenbestimmung hinreichend genau festgelegt werden. Für die Festigkeit der Medien ist primär die Oberflächenrauigkeit des Einzelstabes verantwortlich. Für die als Tragschicht vorgesehenen Stahlstäbchen konnte somit die Reibung dadurch variiert werden, daß Stäbchen mit geringen und starker Oberflächenkorrosion zum Einsatz kamen. Da geeignete Scherversuche schwierig ausführbar sind, mußten über Tragfähigkeitsversuche mit Grundbruchauswertung die Reibungsgrößen zurückgerechnet werden.

Anhand dieser Vorversuche zur Bestimmung der Reibungsgrößen werden bereits Informationen zu den zu erwartenden Streuungen der Tragfähigkeiten, erhalten. Die Zusammenhänge zwischen der Traglast und der Bodenreibung können über das Breitenglied der Grundbruchgleichung abgeleitet werden. Da eine Auflösung der Gleichung nach φ nicht möglich ist, muß die Auswertung iterativ erfolgen.

$$P_r = a b^2 \gamma N_b \quad (6.1)$$

mit

$$N_b = (e^{2.645 \varphi} \tan^2 (45 + \varphi/2) - 1) \tan \varphi$$

$a = 0,05 \text{ m}$... Länge des Lastkörpers (senkrecht zur Ebene)

$b = 0,1 \text{ m}$... Breite des Lastkörpers

γ ... Wichte des Mediums

- für Kohlestäbchen = $13,6 \text{ kN/m}^3$

- für Stahlröllchen = $56,4 \text{ kN/m}^3$

Tab. (6.1a) - Reibungsgröße von Kohlestäbchen aus Tragfähigkeitsversuchen

Versuch	Tragfähigkeit F [N]	Traglastbeiwert N_b	Reibungswinkel φ (°)
1	84,26	4,55	25,06
2	69,60	3,76	23,88
3	84,23	4,55	25,05
4	71,64	3,87	23,95
Mittelwert	77,43	4,18	24,48

Tab. (6.1b) - Reibungsgröße von Stahlröllchen mit unterschiedlicher Oberflächenkorrosion

Versuch	Tragfähigkeit F [N]	Traglastbeiwert N_b	Reibung φ^0
STARKE OBERFLÄCHENKORROSION			
1	136,65	6,08	26,55
2	207,00	9,17	29,31
3	143,62	6,37	26,87
4	208,66	9,25	29,38
5	160,10	7,10	27,58
6	206,80	9,17	29,30
7	136,75	6,06	26,56
Mittelwert	171,50	7,60	27,93
GERINGE OBERFLÄCHENKORROSION			
1	146,10	6,48	27,00
2	110,50	4,90	25,40
3	102,80	4,56	25,06
4	97,90	4,34	24,73
5	112,82	5,00	25,50
6	114,60	5,08	25,58
Mittelwert	114,13	5,06	25,54

Die Schwankungsbreiten der Tragfähigkeiten liegen bei den Kohlestäbchen bei etwa ± 7 N (± 9 % des Mittelwertes) bei den Stahlröllchen für geringer Oberflächenkorrosion bei $\pm 24,1$ N (± 20 % des Mittelwertes) bzw. für starker Oberflächenkorrosion bei ± 36 N (± 21 % des Mittelwertes).

BEWEHRUNGSEINLAGEN

Als Bewehrungseinlagen wurden Mullbinden eingesetzt, deren Interaktion mit den Stäbchen im Herausziehversuch geprüft wurde. Die festgestellten Reibungswinkel schwanken in einem relativ großen Bereich (16 und 26°). Der im Rahmen der kinematischen Standsicherheitsuntersuchungen verwendete Abminderungsfaktor für die Reibung an der Bewehrung wurde bei der Analyse der Versuche entsprechend angepaßt.

VERSUCHSDURCHFÜHRUNG

Die Belastungsversuche im Schneebeli-Modell wurden ebenso wie die im Zweischichtenbodenmodell kraftgesteuert durchgeführt, da sich so der Spitzenwert der Belastung am exaktesten bestimmen ließ. Zum Zwecke der Meßwertaufzeichnung wurde oberhalb des Laststempels eine Kraftmeßdose montiert, über der ein Behälter befestigt war, in den zur Belastung Gewichte (Stahlröllchen) eingelegt wurden.

Die Verschiebung des Laststempels wurde mit einem induktiven Weggeber an der Belastungsplatte aufgenommen. Mit Hilfe eines Zweiwegschreibers war es so möglich, den gesamten Last-Verschiebungsvorgang kontinuierlich aufzuzeichnen.

Es zeigte sich, daß trotz eines exakten Einbaus der Stäbchen vor dem Bruch mehrfach ruckartige Verschiebungen auftraten, welche jeweils zu einer örtlichen Umlagerung von Stäbchen und damit einer Stabilisierung im Gesamtsystem führten.

VERSUCHSSYSTEME

Ausgeführt wurden Versuche für das bewehrte und unbewehrte Zweischichtensystem sowie Tragschichtversuche (Belastungsvorgang eines Mediums mit begrenzter Höhe - vgl. 2. Versagensvorgang der kinematischen Berechnungen). Im Rahmen der Tragschichtversuche wurden die Bedingungen wie sie sich in der Schichtgrenze für die Fälle mit und ohne Bewehrung darstellen, differenziert nachgebildet.

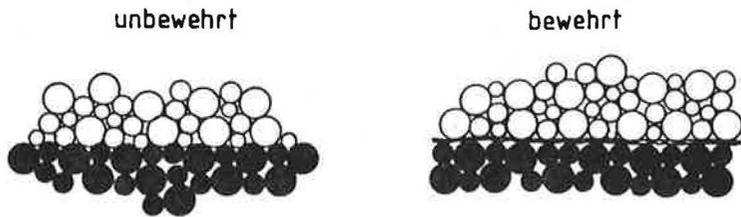


Abb. (7.2) - Detail in der Schichtgrenze

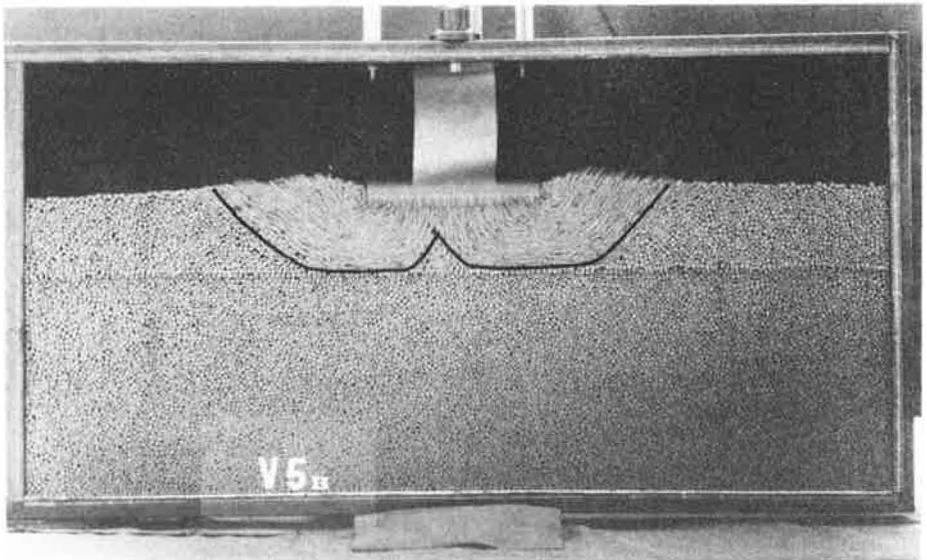
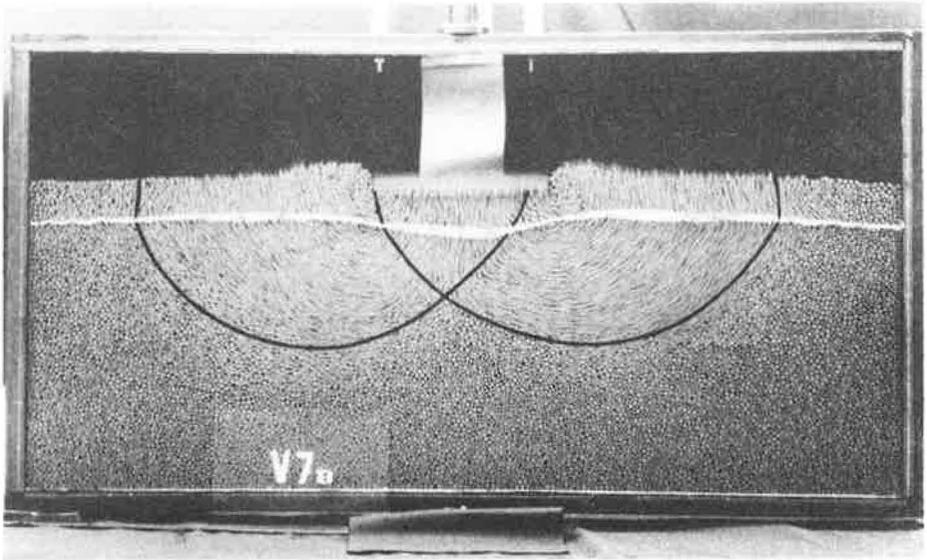


Abb. (7.3) - Gesamtversagen und Tragschichtbruch des Zweischichten-
systems im Schneebeli-Versuch

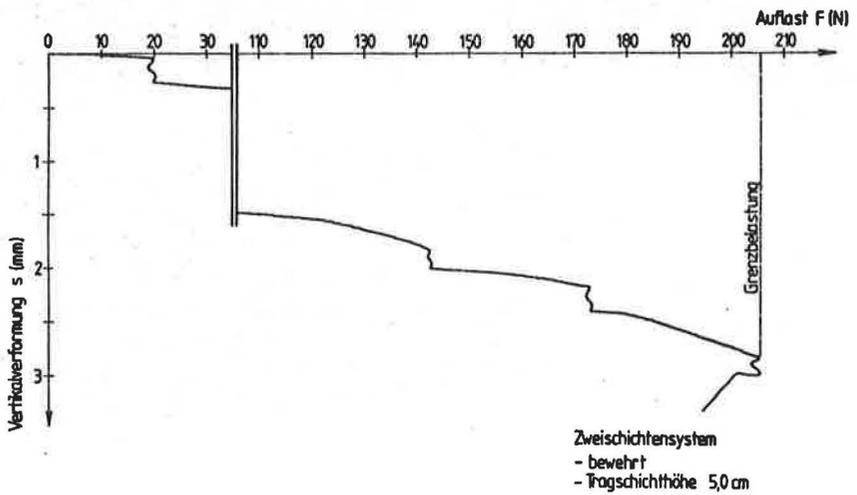
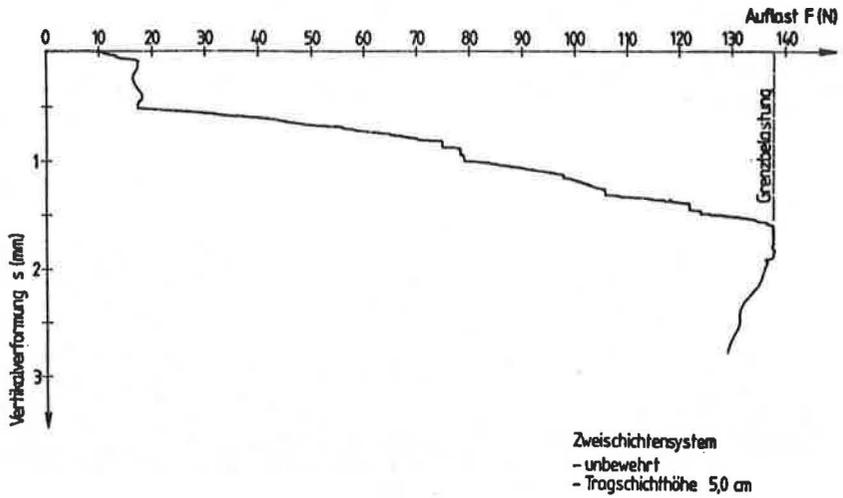


Abb. (7.4) - Lastverschiebungsverläufe

7.2 Versuchsergebnisse und Vergleich mit Berechnungsergebnissen

Es war nicht beabsichtigt, aus den Schneebeli-Versuchen allgemeine Kenngrößen für das Systemverhalten abzuleiten, da die Festigkeitsparameter und auch Wichten nicht im relevanten Bereich lagen. Umgekehrt war es jedoch möglich, zu den Versuchen Vergleichsberechnungen mit der Methode der kinematischen Elemente auszuführen, so daß eine prinzipielle Kontrolle der Richtigkeit des Berechnungsansatzes möglich war.

Im folgenden werden die Ergebnisse der Versuche zum Tragschichtversagen und Zweischichtenversagen zusammengefaßt und graphisch dargestellt. Die Versuche zum Tragschichtproblem haben dabei primär die Funktion, zu überprüfen, ob sich die Charakteristik dieses Versagens tatsächlich beim Zweischichtenversagen mit Bewehrung wiederfindet.

VERSUCHE ZUM TRAGSCHICHTVERSAGEN

Die Tragschichtversuche wurden gegen Ende des Versuchsprogramms mit dem 'Schneebeli'-Modell ausgeführt. Es hatte sich deshalb bereits ein Teil der anfänglich verursachten Oberflächenkorrosion von den Stahlröllchen abgerieben, weshalb für die Tragschichtversuche die Kenngrößen für die geringe Oberflächenkorrosion maßgeblich sind.

Tab. (7.2) - Tragfähigkeit einer nach unten begrenzten Schicht

Bezogene Tragschicht- höhe	Versuch	mit Bewehrung		ohne Bewehrung	
		P_f	σ_f	P_f	σ_f
		N	kN/m ²	N	kN/m ²
0,25	1	94,4	23,6	266,6	66,6
	2	387,8	96,9	-	-
0,50	1	97,8	24,4	87,2	21,8
	2	130,0	32,5	81,4	20,3
0,75	1	129,4	32,3	95,7	23,9
	2	105,2	26,3	112,8	28,2
1,0	1	117,7	29,4	97,2	24,3
	2	130,6	32,6	114,9	28,7
1,25	1	92,0	23,0	109,0	27,3
	2	112,2	28,0	98,6	24,6
1,50	1	110,5	27,6	102,8	25,7
	2	146,1	36,5	97,9	24,5

Wie bereits aus den Berechnungen hervorgeht, reagiert das nach unten begrenzte Tragschichtsystem bezüglich seiner Grenzlasterlast sehr empfindlich auf die bezogene Tragschichthöhe. Da das Schneebeli-Modell insbesondere bei großen Belastungen empfindlich auf örtlicher Auflockerungen und Verkantungen der Lasteintragung reagiert, lassen sich die exponentiellen Anstiege der Tragfähigkeit bei Abnahme der bezogenen Tragschichthöhe nicht hinreichend sauber eingrenzen. Deutlich erkennbar sind jedoch die Größen für die bezogenen Tragschichthöhen, bei denen der untere (quantitativ richtige) Grenzwert der Belastbarkeit erreicht wird.

Die Verläufe der Tragschichttragfähigkeit sind in Abhängigkeit von der bezogenen Tragschichthöhe in die Abb. (7.4) und (7.5) mit eingetragen.

VERSUCHE ZUM ZWEISCHICHTENVERSAGEN

Im Zusammenhang mit der versuchstechnischen Tragfähigkeitsuntersuchung des Zweischichtensystems mit Bewehrung im Schneebedeckungsmodell erwies es sich als ausschlaggebend, wie stark die Bewehrung vor dem Versuch angespannt wird. Da diese Vorspannung nicht immer gleichmäßig vorgenommen werden konnte, sind die bereits angesprochenen Vorverformungen im Zusammenhang mit der internen Stabilisierung des Systems unterschiedlich. Es kann damit auch ein frühzeitiges Versagen auftreten, wenn die Verschiebungen an der Bewehrung unwirksam bleiben, d.h. keine Schubkräfte aktivieren.

Tab. (7.3) - Tragfähigkeit des unverformten Zweischichtensystems

Bezogene Tragschichthöhe h/b	Tragfähigkeit			
	mit Bewehrung		ohne Bewehrung	
	P_r N	σ_r kN/m ²	P_r N	σ_r kN/m ²
TRAGSCHICHTMATERIAL (mit starker Oberflächenkorrosion)				
0,25	162,28	40,57	143,08	35,77
0,50	257,48	64,37	188,56	47,14
0,75	171,72	42,93	156,64	39,16
1,0	227,08	56,77	177,36	44,34
1,25	191,80	47,95	137,36	34,34
1,50	163,40	40,85	144,00	36,00
TRAGSCHICHTMATERIAL (mit schwacher Oberflächenkorrosion)				
0,25	113,92	28,48	145,32	36,33
0,50	170,20	42,55	120,56	30,14
0,75	112,84	28,21	112,40	28,10
1,00	139,76	34,94	103,32	25,83
1,25	117,60	29,40	-	-
1,50	114,56	28,64	112,80	28,20

VERGLEICHSBERECHNUNGEN

Die für das starr plastische unverformte Zweischichtensystem maßgebenden einfachen Verhältnisse wurden mit der kinematischen Elementemethode rechnerisch nachvollzogen. Unsicherheiten und Abweichungen im Zusammenhang mit den Ungenauigkeiten der Festigkeitsparameter müssen aufgrund der bereits angesprochenen Gesichtspunkte beachtet werden. Der Vergleich muß sich deshalb auf versuchstechnische Mittelwerte beziehen.

Tab. (7.4) - Rechnerische Tragfähigkeit des unverformten Zweischichtensystems

bezog. Tragschicht- höhe h/b		Tragfähigkeit σ_{of} [kN/m ²]			
		Gesamtversagen		Tragschichtversagen	
		o. Bew.	mit Bew.	$\varphi_{TR} = 28^\circ$	$\varphi_{TR} = 25,5^\circ$
0,25		98,7	156,0		
0,50		140,0	267,7	493,8	198,36
0,75		186,7	381,2	180,2	114,05
1,00		218,7	372,8	164,6	110,2
1,25		269,7	389,0	164,6	110,2

VERGLEICHENDE WERTUNG

Da die Bruchkinematik für die Berechnung in Anlehnung an die Erkenntnisse aus den Schneebedeckungsversuchen aufgestellt wurde (siehe Abschnitte 3 und 4) können diesbezügliche Abweichungen weitgehend ausgeschlossen werden.

Die aus den nachfolgenden Abbildungen (7.4) und (7.5) erkennbaren qualitativ und quantitativ guten Übereinstimmungen der Rechenergebnisse mit den Versuchsergebnissen lassen den Schluß zu, daß das gewählte Berechnungsverfahren den Vorgang adäquat beschreibt. Die Abweichungen im Zusammenhang mit der Varianz der zugrundeliegenden Parameter müssen und können akzeptiert werden.

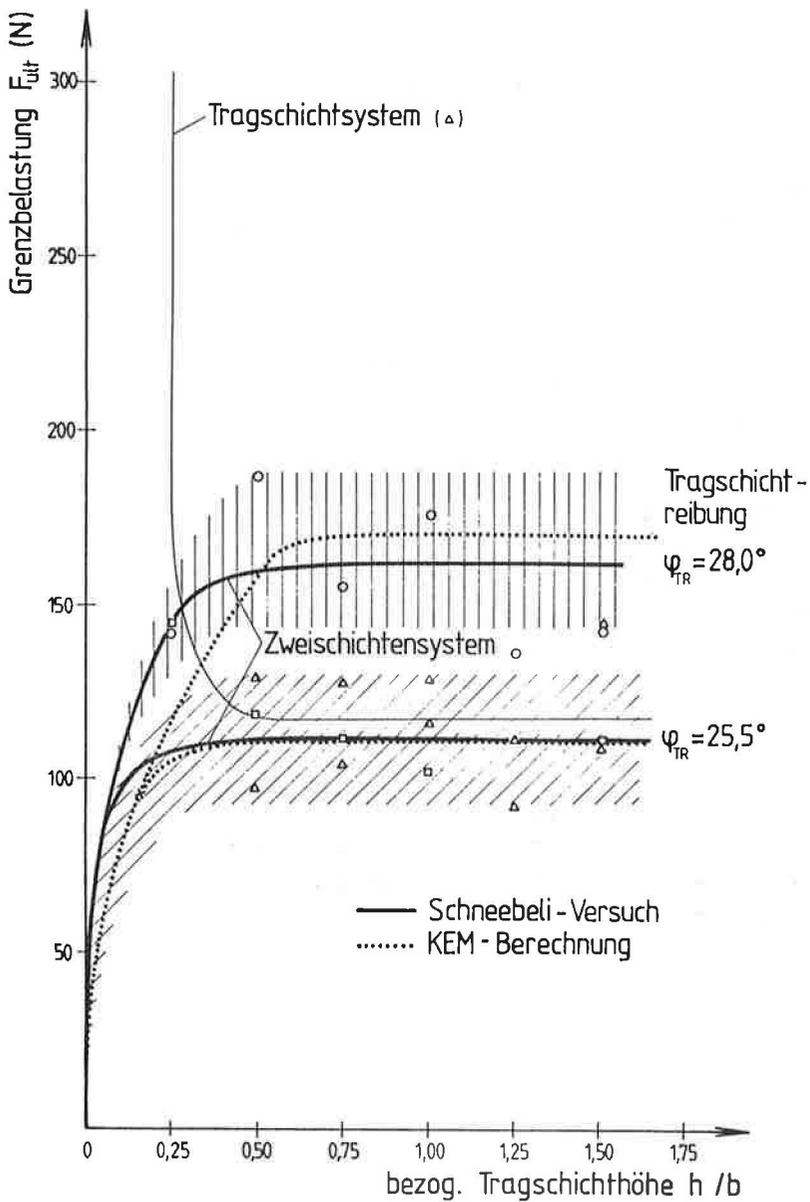


Abb. (7.5) - Vergleich der versuchstechnischen und rechnerischen Tragfähigkeiten des Zweischichtensystems (ohne Bewehrung)

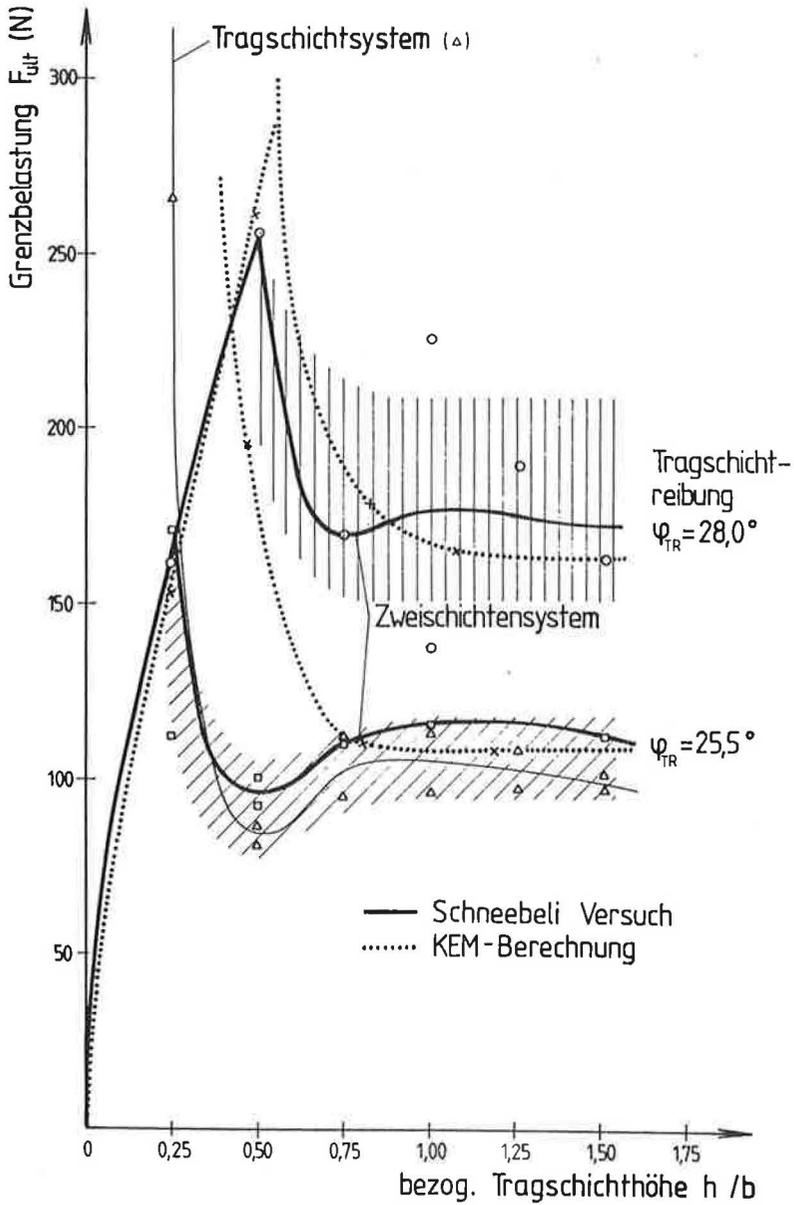


Abb. (7.6) - Vergleich der versuchstechnischen und rechnerischen Tragfähigkeit des Zweischichtensystems (mit Bewehrung)

8. KLEINMASSTÄBLICHE MODELLVERSUCHE ZUR UNTERSUCHUNG DES BEWEHRUNGSEINFLUSSES AUF SPANNUNGEN UND VERFORMUNGEN IM ZWEISCHICHTENSYSTEM

8.1 Versuchsdurchführung

Es soll im folgenden versucht werden, mit Modelluntersuchungen (mit Bodenmaterialien) den theoretischen Ansätzen der Plastizitätstheorie ergänzende Informationen zum Systemverhalten gegenüberzustellen, um damit dieser besser zu verstehen und mögliche Widersprüche erkennbar zu machen. Die Gegenüberstellung zu den analytisch erarbeiteten Aussagen soll sich auf folgende Schwerpunkte beziehen:

- (1) Einfluß einer Bewehrung auf die Spannungsverteilung im Zweischichtenbodensystem
- (2) Größe und Wirkung von Membrankräften in Abhängigkeit von Last und Verformung

Die versuchstechnischen Untersuchungen des hier dokumentierten ersten Teils des Forschungsvorhabens beschränken sich ebenso wie die zurückliegenden theoretischen Betrachtungen auf das ebene Problem. Die Erarbeitung dieser ergänzenden Informationen zum Systemverhalten erfolgt mit einem konventionellen Zweischichtenbodenmodell. Bei dem verwendeten System handelt es sich nicht um ein Modell als kongruente Abbildung des realen Systems mit definiertem Systemmaßstab, sondern um eine kleine Ausführung eines realen Systems (Lastbreite etwa $1/5$ realer Verhältnisse). Es war die Zielsetzung, an diesem kleinen System die kennzeichnenden Systemparameter zu variieren um die Abhängigkeiten der unterschiedlichen Kenngrößen des Verhaltens in dimensionsloser Form abzuleiten.

Um quantitative Informationen zu erhalten, waren in das Modell Meßeinrichtungen zur Bestimmung von Verformungen (Systemoberkante und Schichtgrenze), inneren Spannungen (in Tragschicht und Untergrund) und Bewehrungsdehnungen einzubauen. Die bleibenden (plastischen) Verformungen in der Schichtgrenze konnten nach Versuchsabschluß aufgemessen und durch Ähnlichkeitsbetrachtung auf beliebige Belastungszustände rechnerisch übertragen werden.

Durch rechnerische Umformungen konnten auch die koordinierten Spannungen aus den gemessenen Spannungsgrößen und die Geotextilzugkräfte aus den gemessenen Dehnungen abgeleitet werden.

Die Vor- und Nachteile eines Untersuchungssystems zeigen sich meist in den Einzelheiten erst nach Abschluß einer Untersuchungsserie. So wurden auch hier Erfahrungen gewonnen, welche teils Anlaß dazu geben, für vergleichbare Aufgabenstellungen in Zukunft andere Methoden des Materialeinbaus und der Systemgestaltung in Erwägung zu ziehen. Hierauf wird im Zuge der Auswertungen noch näher eingegangen.

VERSUCHSKASTEN UND LASTAUFBRINGUNG

Es war beabsichtigt ein in der Handhabung einfaches ebenes Zweischichtenbodenmodell aufzubauen, um mit bescheidenem Aufwand grundlegende Erkenntnisse gewinnen zu können. Es lag nahe, zur Gewährleistung einer visuellen Überwachung einen Modellkasten mit Verglasung zu verwenden. Um die Stabilität der Einfassung für die erwarteten Belastungen sicherzustellen, wurden zusätzliche Abstützungen der Glasplatten und eine hochfeste Bodenplatte eingebaut.

Die Beseitigung von Reibungswirkungen an den längsseitigen Glas-scheiben erfolgte mit Paragummistreifen, welche mit Schmierseife eingestrichen waren und auf die Seitenscheiben aufgebracht wurden. Scheruntersuchungen zeigten, daß bei langsamen Verformungsvorgängen die Scherkräfte zwischen Paragummiauflage und Scheibe vernachlässigbar gering werden. An den Stirnflächen wurden Drainmatten eingelegt, welche insbesondere dazu dienen sollten, eine gleichmäßige Befeuchtung und Wasserdruckhöhe (auf dem Niveau der Schichtgrenze) einzustellen. Für die Seitenflächen erwies sich das gewählte Vorgehen als sehr günstig, während an den Stirnflächen unerwünschte Gleitzonen geschaffen wurden, welche plastische Verschiebungen zu Folge hatten.

Die Belastungen wurden über eine lastgesteuerte Hydraulikpresse mit einem starren Belastungsbalken aufgebracht (Lastinkrement 4 kN/m^2 in Zeitintervallen von 6 Stunden).

UNTERGRUNDMATERIAL

Die Bodenmaterialien wurden unter dem Gesichtspunkt einer problemlosen Handhabung ausgewählt. So wurde als Untergrundmaterial ein mittelplastischer quartärer Seeton aus dem Rosenheimer Becken eingesetzt. Die Parameter der Kohäsion und Steifigkeit nehmen bei diesem Boden in Abhängigkeit von der Aufbereitung mit steigendem Wassergehalt geringfügig ab. Das Material erlaubt eine mehrfache (ca. 3-fache) Verwendung (Aufbereitung durch Wasserzugabe und Homogenisierung) ohne starke Veränderung der plastischen Eigenschaften. Es muß von Schwankungen der maßgeblichen Bodeneigenschaften und damit der Versuchsergebnisse von $\pm 25\%$ ausgegangen werden.

Tab. (8.1) - Zustandsgrenzen des Seetons

Probe	Zustandsgrenzen			Bodengruppe DIN 18196
	w_L %	w_p %	I_p %	
1	42,4	23,6	19,8	TM
2	35,8	25,3	10,5	TM
3	35,7	23,4	12,3	TM

Tab. (8.2) - Scherfestigkeit des Seetons bei unterschiedlichen Wassergehalten (aus triaxialen Druckversuchen)

Versuch Nr.	Wassergehalt		Festigkeitsparameter	
	Anfang %	Ende %	φ' °	c' kN/m ²
1	31,29	28,24	(27,7)	5,8
2	32,65	29,29	17,1	7,8
3	34,77	30,62	19,2	7,2
4	35,29	30,30	18,7	7,7
5	34,75	29,75	24,2	5,9
6	29,12	27,19	20,0	13,6
7	35,2	29,7	24,7	4,4
8	35,8	29,8	19,4	6,2
Mittelwert	33,6	29,4	21,4	7,2

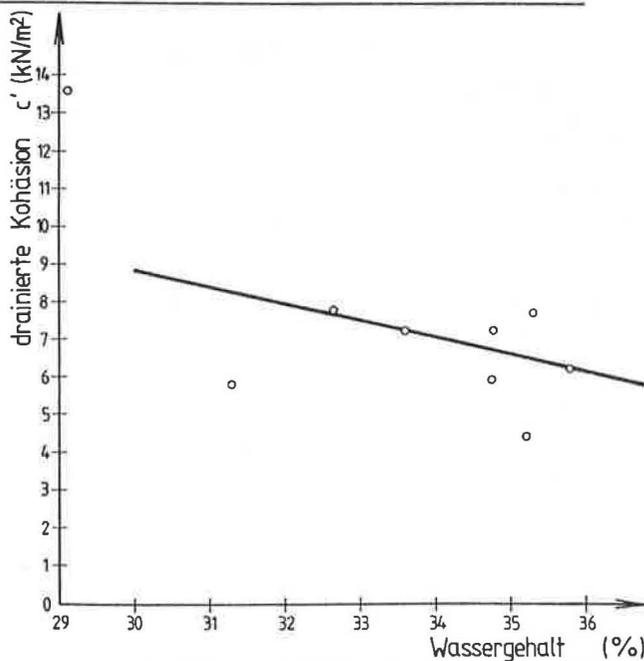
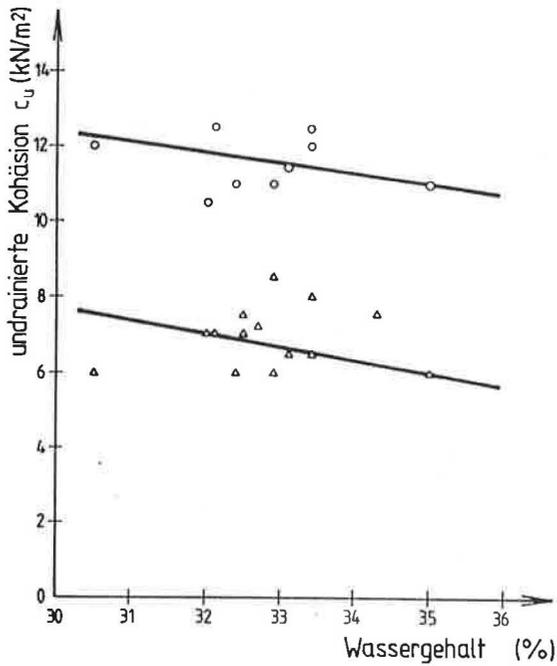


Abb. (8.1) - Drainierte Kohäsion des Seetons in Abhängigkeit vom Wassergehalt



- Bruchscherfestigkeit
- ◡ Restscherfestigkeit

Abb. (8.2) - Undrainierte Kohäsion des Seetons in Abhängigkeit vom Wassergehalt (Flügelscherversuch)

Tab. (8.3) - Kompressibilität (Steifeziffer) des Seetons bei unterschiedlichen Wassergehalten (aus Oedometerversuch)

Versuch Nr.	Wassergehalt		tang. Steifemodul (MN/m ²) bei Laststufe (kN/m ²)				
	Anfang %	Ende %	30	45	60	75	90
1	30,7	27,5	1,06	1,32	1,88	2,30	2,60
2	33,0	28,6	0,86	1,33	1,67	1,86	2,40
3	35,3	29,7	0,68	1,03	1,63	1,79	1,71

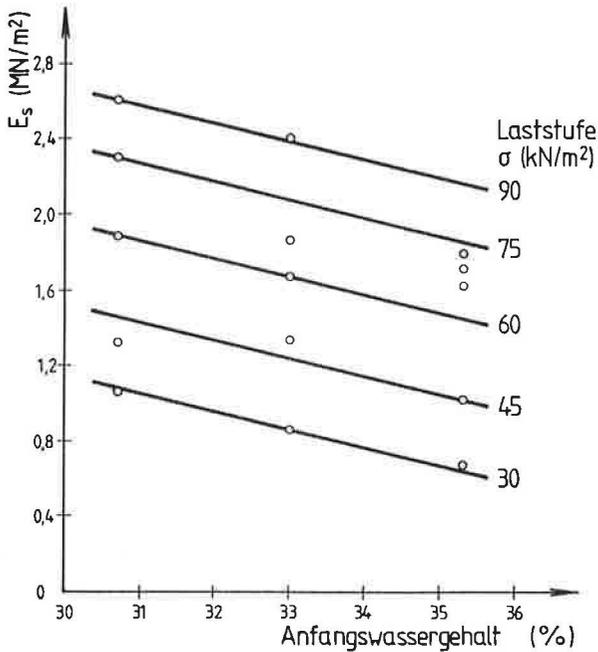


Abb. (8.3) - Steifeiziffer des Seetons in Abhängigkeit vom Wassergehalt

Für jeden Versuch wurde das Material zu weicher Konsistenz aufbereitet. Der Materialeinbau wurde in dünnen Lagen von Hand vorgenommen.

Gleichmäßiger, aber wesentlich zeitaufwändiger hätte der Einbau erfolgen können, indem das bindige Bodenmaterial mit breiiger Konsistenz eingegossen und anschließend unter Auflast mit Unterstützung von vertikalen Draindochten konsolidiert worden wäre. Inwieweit durch das exaktere Vorgehen andere Aussagen erzielt würden, ist jedoch fraglich. Es muß davon ausgegangen werden, daß bei der angewandten Art des Einbaus Luftporen in den Boden eingeschlossen wurden, welche die rheologischen Bodeneigenschaften und den Konsolidationsprozess beeinflussen.

Für jeden Versuch wurden zu Beginn und am Ende der Wassergehalt an mehreren Proben sowie die Scherfestigkeit (mit der Laborflügelsonde) an mehreren Stellen gemessen (Mittelwerte siehe Tab. 8.6).

TRAGSCHICHTMATERIAL

Die Wahl des Tragschichtmaterials war unproblematisch, da nichtbindige Materialien verwendet wurden, deren Festigkeit (Reibung) nur gering variiert und deren Steifigkeit mit der Einbaudichte korreliert ist. Die Steifigkeit sinkt bei Plastifizierungen der Tragschicht, wie sie bei den hier stattfindenden großen Systemverformungen zwangsläufig auftreten, ab und erreicht letztlich eine Größenordnung die der Weichschichtsteifigkeit entspricht.

Zur Anwendung kam ein Mittelsand (Hauptkörnungsbereich 0,3 / 0,5 mm) und ein gebrochenes, gesiebtes Splittmaterial (Körnung 3/6 mm). Beide Böden sind so eng gestuft, daß ihre Dichte nur unwesentlich durch den Verdichtungsaufwand beeinflusst ist. Beide Tragschichtmaterialien wurden in Lagen von je 5 cm Stärke eingeschüttet und mit einem Holzstamper verdichtet, bis keine Verformungen während des Verdichtungsvorganges mehr sichtbar waren. Die erreichte Dichte war zumindest bei Versuchsbeginn homogen, mit einem Grad der relativen Dichte von ca. 0,4.

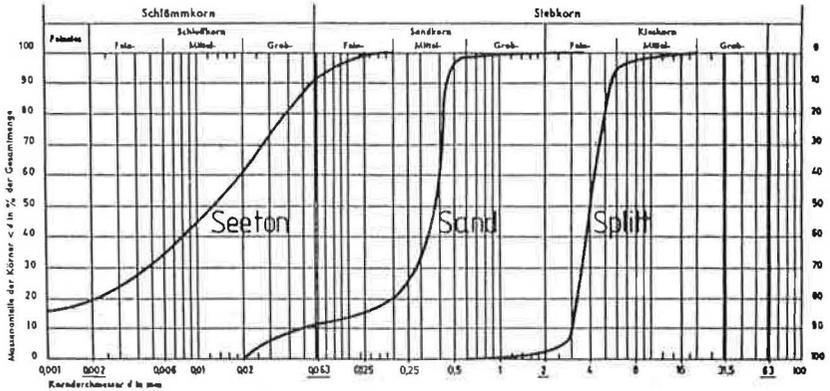


Abb. (8.4) - Körnung der Böden

MATERIALPARAMETER DER VERSUCHSBÖDEN

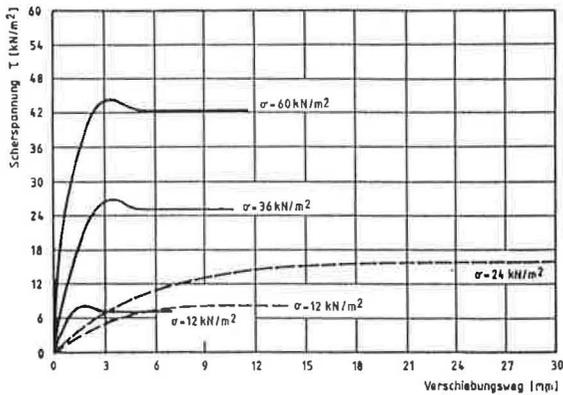
Tab. (8.4.) - Schwankungsbereich der Materialkenngrößen

Kenngröße		Seeton	Sand	Splitt
Wichte	kN/m ³	16,8 - 17,5	18,5 - 19	18 - 18,5
(unter Auftrieb)	kN/m ³	(6,8 - 7,5)	-	-
KÖRNUNG				
Feinstes	%	20 - 25	0	0
Feines	%	65 - 70	8 - 11	0
Sand	%	0 - 10	89 - 92	2
Kies	%	0	0	98
PLASTIZITÄT				
nat. Wassergehalt	%	32 - 35	-	-
Fließgrenze	%	35,7 - 42,4	-	-
Plastizitätszahl	%	12,3 - 19,0	-	-
Konsistenzzahl		0,45 - 0,25	-	-
FESTIGKEIT				
Reibungswinkel	°	19 - 25	35	37,5
Kohäsion (drainiert)	kN/m ²	6 - 8	0	0
Kohäsion (undrainiert)	kN/m ²	8 - 12		
KOMPRESSIBILITÄT				
Steifemodul	MN/m ²	0,6 - 2,5	20 - 30	40 - 60

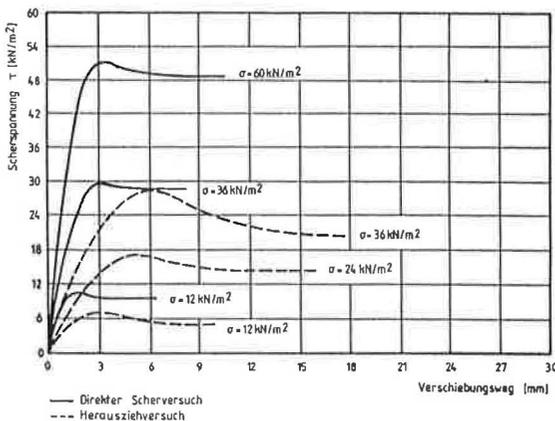
GEOTEXTILE BEWEHRUNGSEINLAGEN

Bei den Versuchen kamen ein Gewebe und ein Vlies zum Einsatz um Informationen über die Auswirkungen von unterschiedlichen Bewehrungssteifigkeiten zu erhalten.

Um die generell sehr problematische Aufbringung von Verformungsgebern durch Klebung überhaupt zu ermöglichen, konnten nur Produkte verwendet werden, welche aus Polyester-Fasern (PES) hergestellt waren. Die Verbund- und Verformungseigenschaften der Produkte wurden mit speziellen Einrichtungen untersucht (siehe BAUER u. PREISSNER (1987)).



Vlies



Gewebe

Abb. (8.5) - Schubspannungen von Sand an Vlies und Gewebe in direktem Scherversuch und Herausziehversuch

Tab. (8.5) - Kenngrößen der geotextilen Bewehrungseinlagen

Kenngröße		PES-Gewebe	PES-Vlies
Flächengewicht	g/m ²	240	140
Dicke	mm	0,5	0,9
Anfangssteifigkeit	kN/m	350	(23) ¹⁾
Zugfestigkeit	kN/m	140	8 ¹⁾
Bruchdehnung	%	(8)	(20)
Abminderungsfaktoren			
- für Reibung		1,0	0,9
- für Kohäsion		0,6	0,7

¹⁾ $a = 1/(16 + 1,85 \sigma)$... Koeffizienten der hyperbolischen
Steifigkeitsfunktion ($Z = \epsilon/(a + b\epsilon)$)

$b = 0,125$

(σ ... Normalspannung auf Bewehrung)

VERSUCHSBEDINGUNGEN

Aus den im Rahmen der Modelluntersuchungen durchgeführten bodenmechanischen Versuchen zur Bestimmung des Wassergehaltes, der Festigkeitsparameter (drainiert und undrainiert) und der Steifigkeit sowie der Messung der Porenwasserdrücke und Zugkräfte ergibt sich ein brauchbares Bild über die Versuchsbedingungen.

Tab. (8.6a) - Kennzeichnende bodenmechanische Daten der Versuche

Versuch	Parameter							
	Untergrund					Tragschicht ²⁾		
	w ¹⁾	φ ^{1,2)}	c ^{1,2)}	E _s ²⁾	c _{uf}	c _{ures}	φ	E _s
B T H	%	°	kN/m ²	MN/m ²	kN/m ²	kN/m ²	°	MN/m ²
0 1 05	34,3	20	7,2	0,75	23,1	7,6	35	25
0 1 10	32,7	20	7,7	0,9	16,5	7,2	35	25
0 2 10	33,4	20	7,5	0,82	12,5	6,5	40	50
0 1 15	32,9	20	7,7	0,88	22	8,5	35	25
0 2 15	32,5	20	8,0	0,90	15	7,0	40	50
1 1 05	30,5	20	9,0	1,1	12	6,0	35	25
1 1 10	31,6	20	8,5	1,0	-	-	35	25
1 2 10	32,9	20	7,8	0,88	11	6	40	50
1 1 15	32,0	20	8,2	0,98	10,5	7,0	35	25
1 2 15	32,5	20	8,0	0,90	16	7,5	40	50
2 1 05	33,4	20	7,3	0,80	12	8,0	35	25
2 1 10	33,1	20	7,6	0,86	11,5	6,5	35	25
2 2 10	32,4	20	8,0	0,91	11	6,5	40	50
2 1 15	32,1	20	8,2	0,96	12,5	7,0	35	25
2 2 15	35,0	20	6,6	0,7	11	6,0	40	50

1) Wassergehalt bei Versuchsbeginn

2) Werte für Ton, Sand bzw. Splitt abgeschätzt

Versuchskennzeichnung:

B ... Bewehrungstyp (0 = keine Bew.; 1 = Gewebe; 2 = Vlies)

T ... Tragschichttyp (1 = Sand; 2 = Splitt)

H ... Tragschichthöhe (cm)

Tab.(8.6b) - Kennzeichnende Meßgrößen am Versuchsende

Versuch B T H	max. Belastung σ_a kN/m ²	PW-Druckeffekte		Geotextil- beanspruchung	
		u %	red ϕ °	ϵ %	Z kN/m
0 1 05	24	35	13,3	-	-
0 1 10	40	40	12,3	-	-
0 2 10	32	30	14,3	-	-
0 1 15	40	31,5	14,0	-	-
0 2 15	60	-	15,0	-	-
1 1 05	40	-	15,0	3	6,0
1 1 10	60	23,5	15,5	3-3,5	6,0
1 2 10	56	22	15,8	3-3,5	6,0
1 1 15	56	28	14,7	-	-
1 2 15	60	30	14,3	3-3,5	6,0
2 1 05	40	32,5	13,8	15	1,8
2 1 10	40	36	13,1	(14)	2,0
2 2 10	56	33	13,7	(18)	2,4
2 1 15	52	25,5	15,2	10	1,4
2 2 15	60	35	13,4	10	1,4

8.2 Meßwerterfassung und Meßwertauftragung

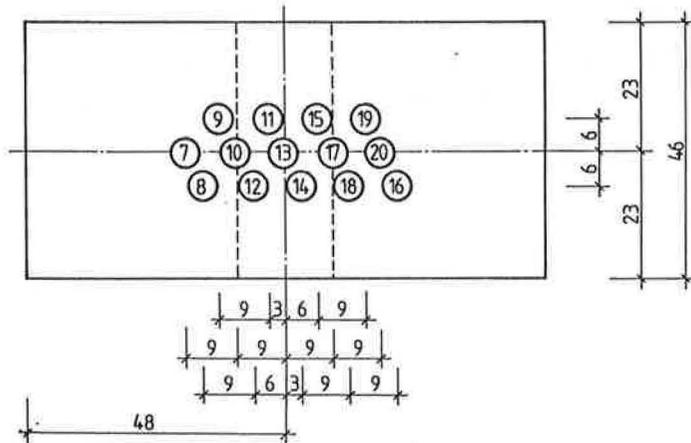
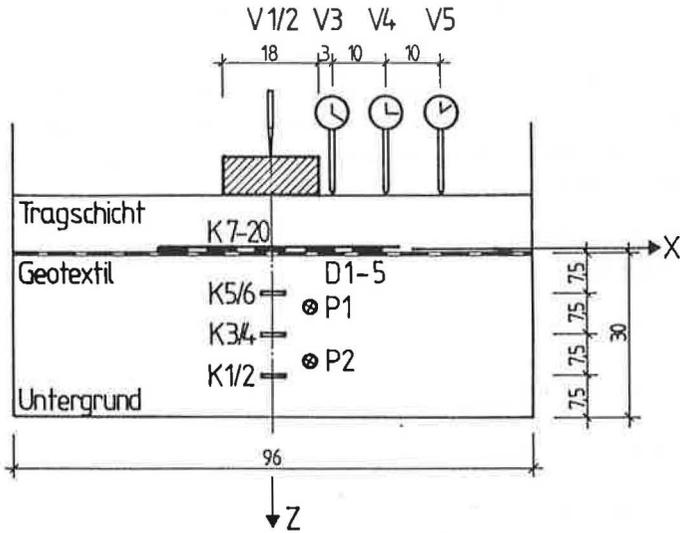
In den Versuchen wurden die Meßgrößen wie folgt erfaßt:

- (1) Auflast mit elektrischer Kraftmeßdose (Prinzip schwingende Saite)
- (2) Vertikalverformungen mit induktiven Weggebern und Feinmeßuhren
- (3) Bodenspannungen mit pneumatischen Modellmeßdosen
- (4) Geotextilverformungen mit Dehnungsmeßstreifen (Messung des elektrischen Widerstandes)
- (5) Porenwasserdrücke mit elektrischen Gebern (Prinzip schwingende Saite)

Bei elektrisch arbeitenden Meßeinrichtungen konnte eine kontinuierliche Aufzeichnung des Meßwertverlaufes durchgeführt werden für die Messung von:

- Auflast und Verformung des Belastungsbalkens mit Zweiwegschreiber
- Geotextilverformungen und Porenwasserdrücke mit Einwegschreiber (zeitabhängige Aufzeichnung)

Alle Meßwerte, einschließlich der kontinuierlich aufgezeichneten Größen wurden vor jeder Lasterhöhung abgelesen und manuell aufgeschrieben. Die manuell aufgezeichneten Meßdaten wurden zur Auswertung in einen Kleinrechner eingegeben, welcher die nötigen Umrechnungen und Auftragungen vornahm.



- V - Verformungsmessung
- K - Spannungsmessung
- D - Dehnungsmessung
- P - Porenwasserdruckmessung

Abb. (8.6) - Instrumentierung

KENNDATEN DER INSTRUMENTIERUNG

Tab. (8.7) - Kenndaten der Meßeinrichtungen

Einrichtung	Meßbereich	Meßgenauigkeit
VERFORMUNGSMESSUNG		
HPM indukt. Weggeber	0 - 10 cm	0,01 mm
Feinmeßuhren	0 - 10 cm	0,01 mm
BODENSPANNUNGSMESSUNG		
Glötzl pneum. Ventilgeber	0 - 500 kN/m ²	5 kN/m ²
BEWEHRUNGSVERFORMUNGEN		
HPM Dehnungsmeßstreifen	0 - 5 %	0,5 %
PORENWASSERDRUCKMESSUNG		
SENSYM Porenwasserdruckgeber	0 - 100 kN/m ²	1 kN/m ²

MESSWERTAUFTRAGUNG

Ziel der Meßwertauftragung war es, zur besseren Anschaulichkeit die Versuchsergebnisse graphisch bezüglich unterschiedlicher Abhängigkeiten zu dokumentieren. Es wurden alle quantitativ erfaßten Meßgrößen (Verformungen, Bodenspannungen und Bewehrungsverformungen) in Abhängigkeit von der Belastung, der Systemgeometrie und in einzelnen Fällen auch von der Systemverformung aufgetragen. Um die große Fülle an graphischen Dokumentationen zu ermöglichen, wurden die Meßgrößen für die einzelnen Laststufen in Form einer Datenmatrix aufgeschrieben und in einen Rechner eingegeben. Die Meßdaten wurden rechnerisch aufbereitet, wobei immer eine Subtraktion des Nulllesungswertes und in vielen Fällen eine multiplikative Umwandlung zur Gewinnung der gewünschten Einheiten vorzunehmen war.

Als Dokumentation steht zu jedem der durchgeführten Versuche der nachfolgende Satz von Auftragungen zur Verfügung.

A Verformungen

- A1 Vertikalverformung als Funktion der Belastung
- A2 Vertikalverformungsverteilung an der Tragschichtoberkante
- A3 Steigung des Vertikalverformungsverlaufes mit der Belastung
- A4 Kontinuierlich aufgezeichneter Lastsetzungsverlauf
- A5 Plastische Endverformung in der Schichtgrenze nach dem Versuch

B Spannungen

- B1 Vertikalspannungsverläufe als Funktion der Belastung
- B2 Vertikalspannungsverteilung in der Schichtgrenze
- B3 Vertikalspannungsverteilung in der Lastachse

C Geotextilkräfte

- C1 Geotextilzugkraft als Funktion der Belastung
- C2 Geotextilzugkraftverteilung
- C3 Geotextilzugkraft als Funktion der Setzung
- C4 Geotextildehnung als Funktion der Belastung

D Porenwasserdrücke

- D1 Porenwasserdrücke als Funktion der Belastung
- D2 Porenwasserdruckverteilung in der Lastachse
- D3 Verteilung des Porenwasserdruckanteils in der Lastachse

Die Qualität der einzelnen aufgetragenen Werte ist unterschiedlich zu beurteilen, da es sich einerseits um echte Meßwerte mit genauen Meßinstrumenten handelt (z.B. Verformungen und Porenwasserdrücke), um direkte Meßwerte mit schwer abschätzbaren Außeneinflüssen (Geotextildehnungen) oder um umgerechnete Werte, in die Vereinfachungen und andere Meßdaten miteinfließen (Vertikalspannungen und Geotextilzugkräfte).

Bei der Ermittlung der Zugkräfte in einer Vliesbewehrung sind die bereichsweise variablen Normalspannungen auf die Bewehrungsebene und die unterschiedlichen Bodentypen zu berücksichtigen. Um hier zu noch differenzierteren Aussagen zu kommen, sind weitere Untersuchungen notwendig. Die verwendeten Werte der Boden-Geotextilinteraktion basieren auf nur einer Voruntersuchung an je einer Probe und sind damit noch nicht hinreichend abgesichert.

In diese Dokumentation wird exemplarisch 1 Satz von Auftragungen mit allen 15 Darstellungen einbezogen. Bei dem dokumentierten Versuch handelt es sich um ein System mit Vliesbewehrung und einer Sandtragschicht von 5 cm Höhe (Versuch TM 2 1 05).

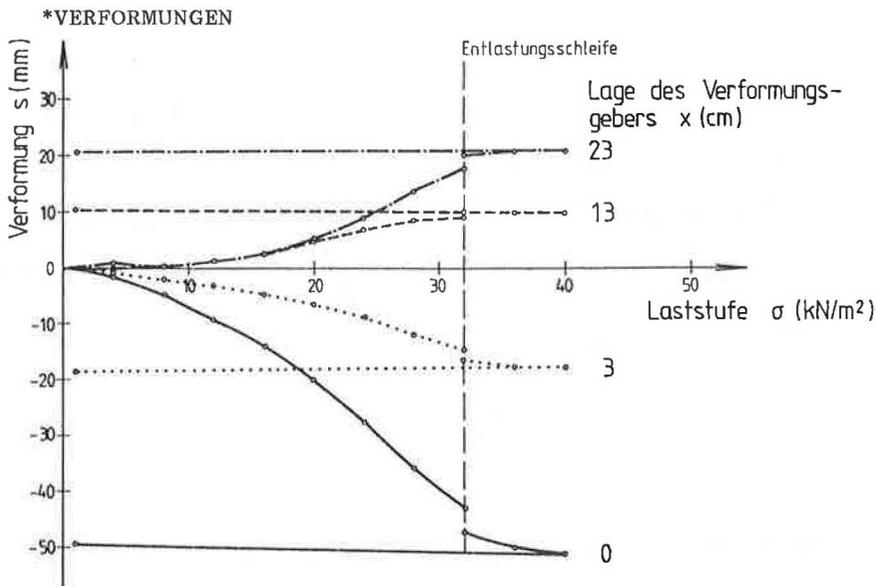


Abb. (8.7a) - Vertikalverformung als Funktion der Belastung

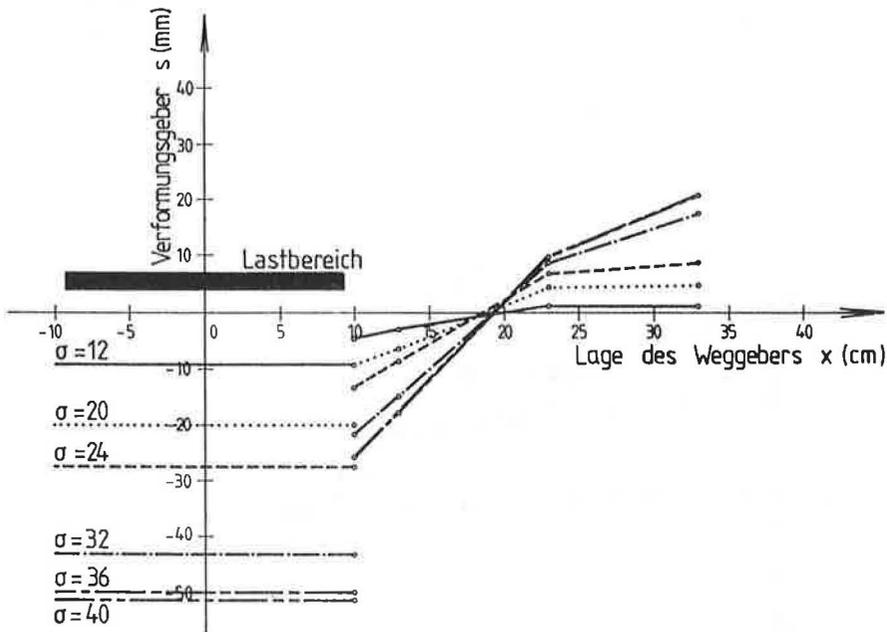


Abb. (8.7b) - Vertikalverformungsverteilung an der Tragschichtoberkante

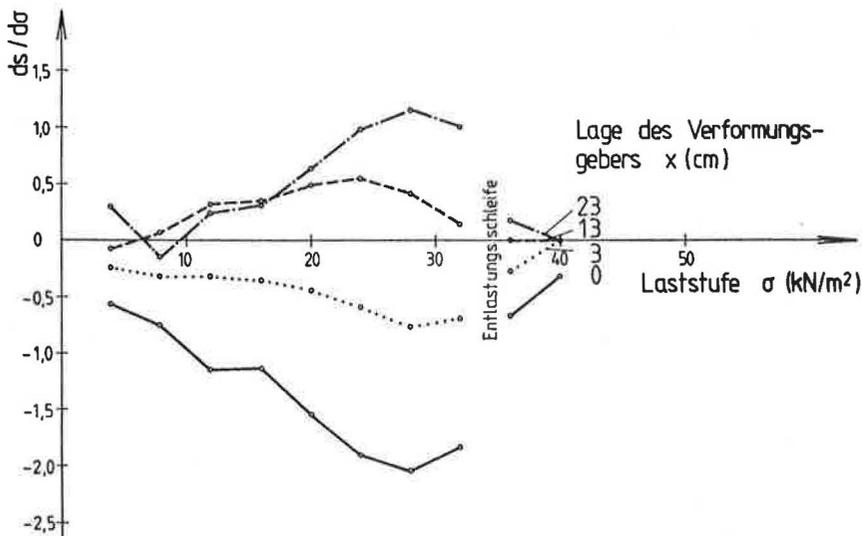


Abb. (8.7c) - Steigung des Verformungsverlaufes mit der Belastung

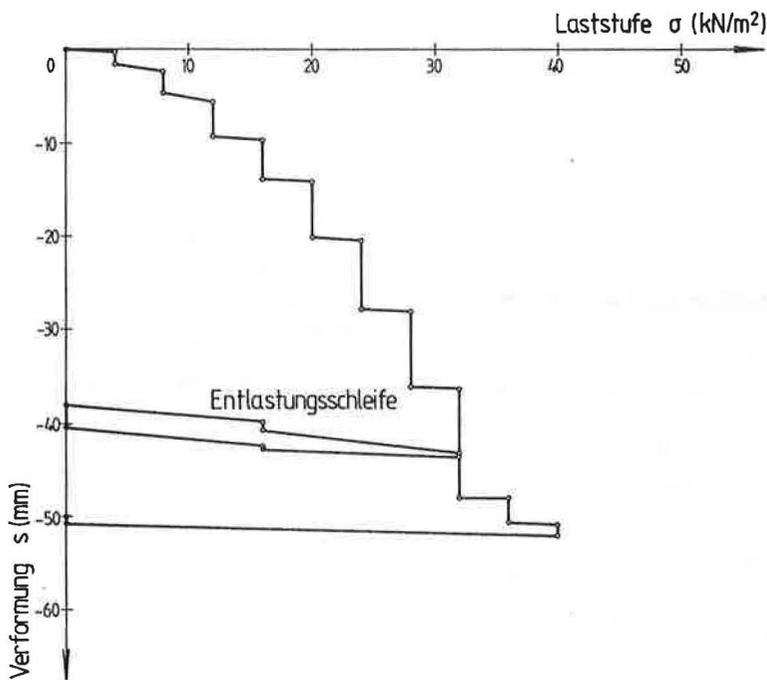


Abb. (8.7d) - Lastsetzungskurve

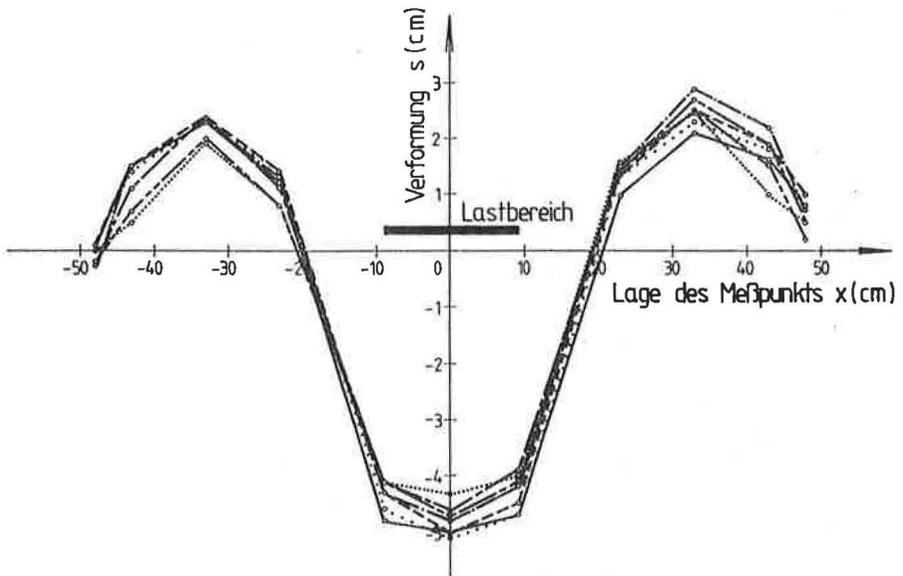


Abb. (8.7e) - Bleibende Verformung in der Schichtgrenze nach Versuchsende

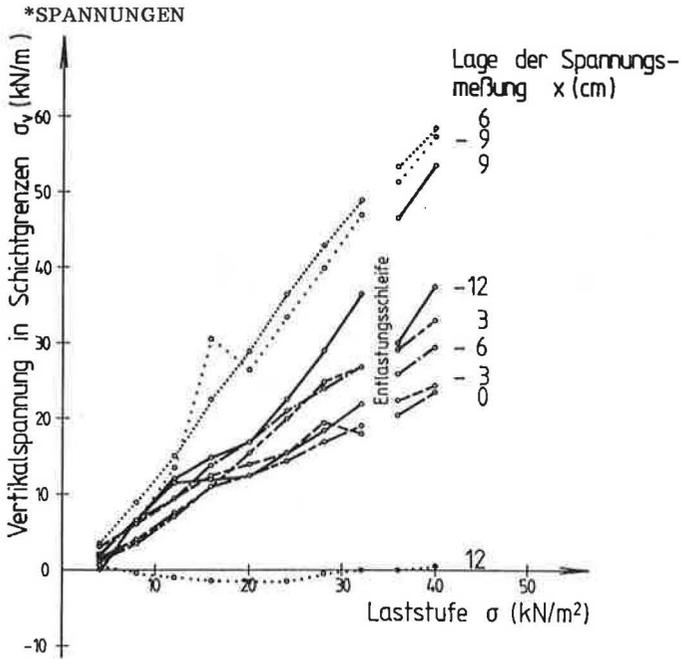


Abb. (8.7f) - Vertikalspannung als Funktion der Belastung

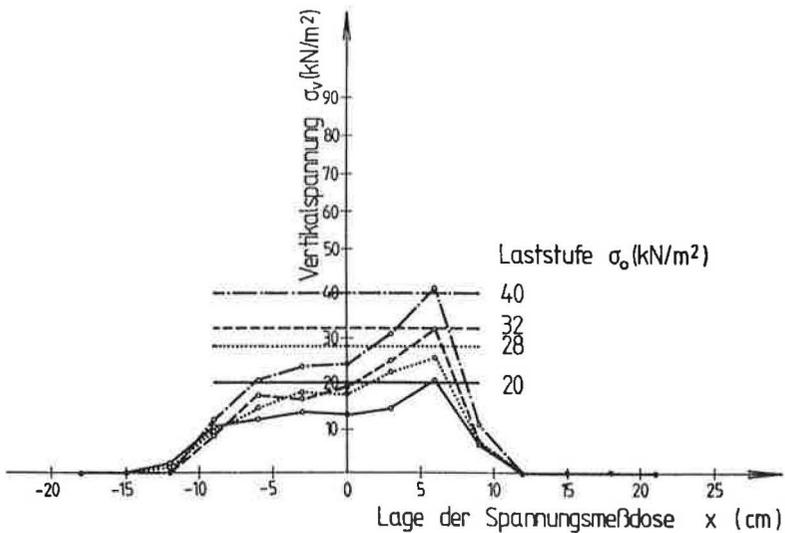


Abb. (8.7g) - Vertikalspannungsverteilung in der Schichtgrenze

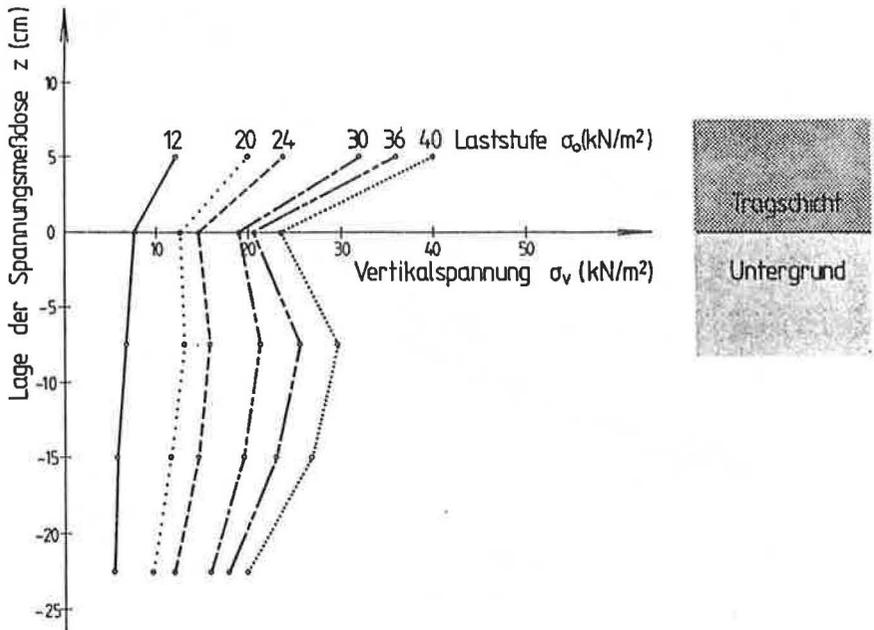


Abb. (8.7h) - Vertikalspannungsverteilung in der Lastachse

*GEOTEXTILZUGKRAFT UND GEOTEXTILDEHNUNG

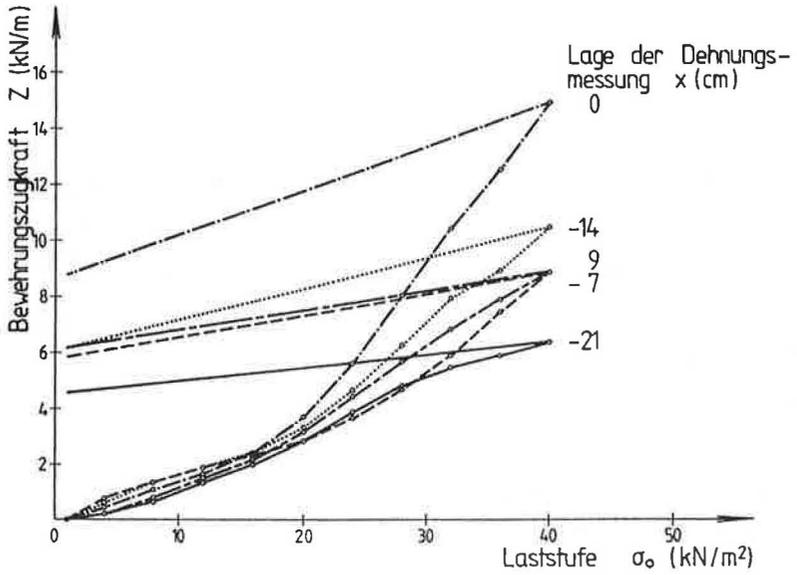


Abb. (8.7i) - Geotextilzugkraft als Funktion der Belastung

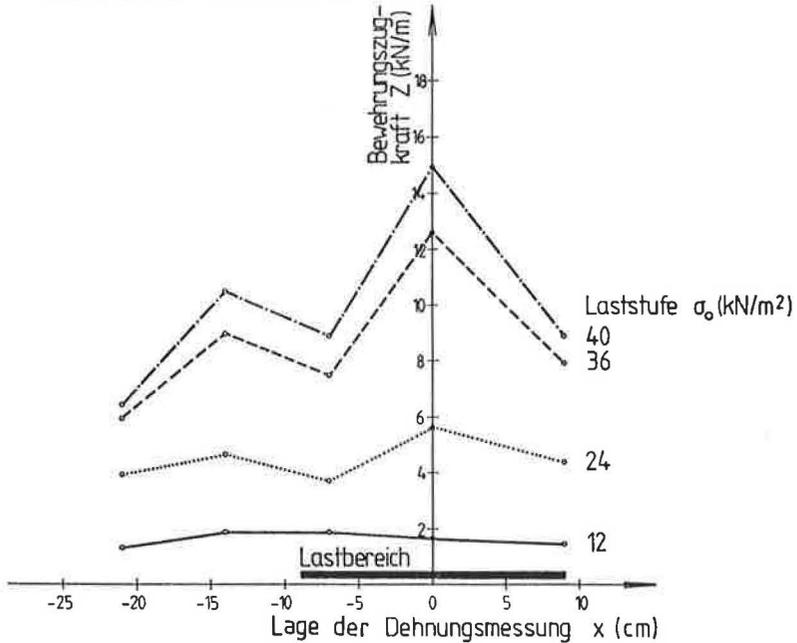


Abb. (8.7j) - Geotextilzugkraftverteilung

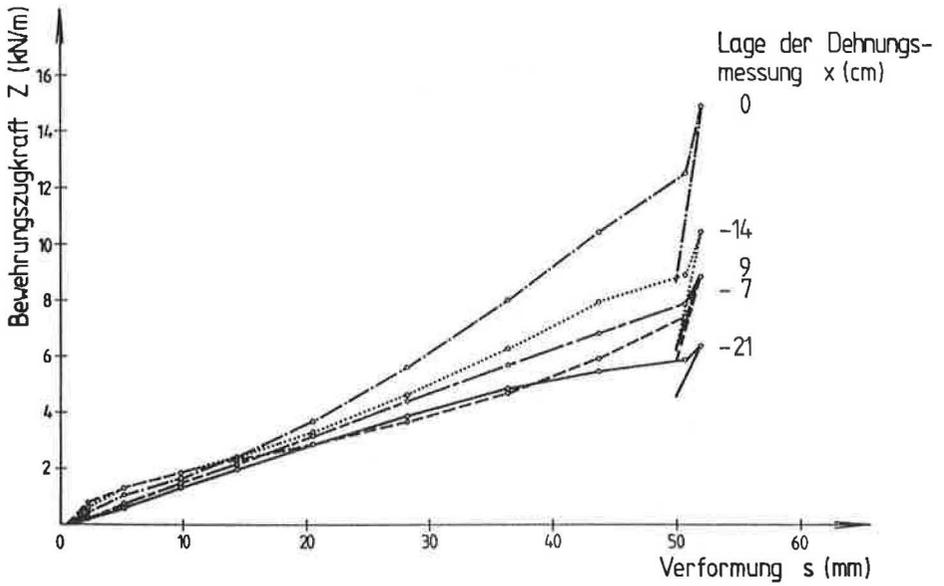


Abb. (8.7k) - Geotextilzugkraft als Funktion der Setzung

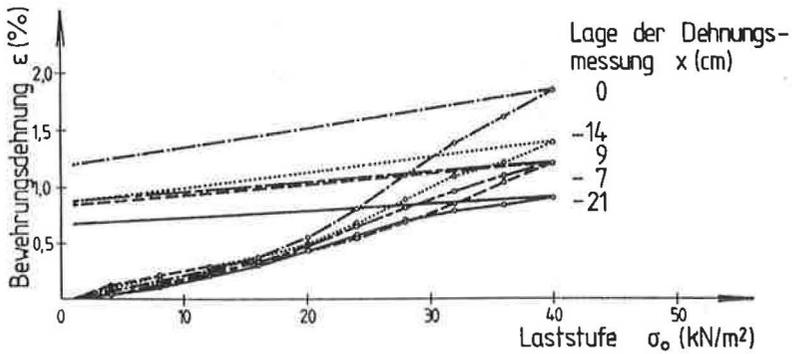


Abb. (8.7l) - Geotextildehnung als Funktion der Belastung

*PORENWASSERDRÜCKE

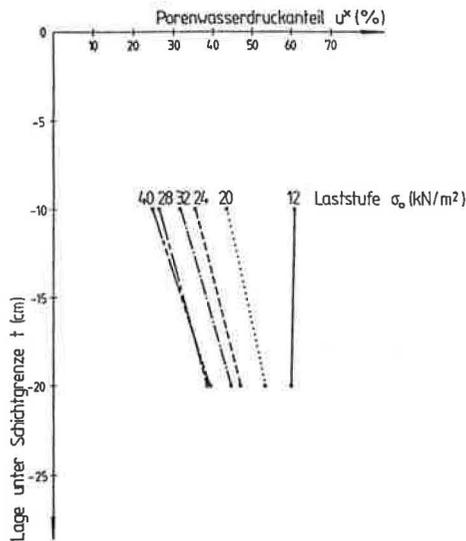
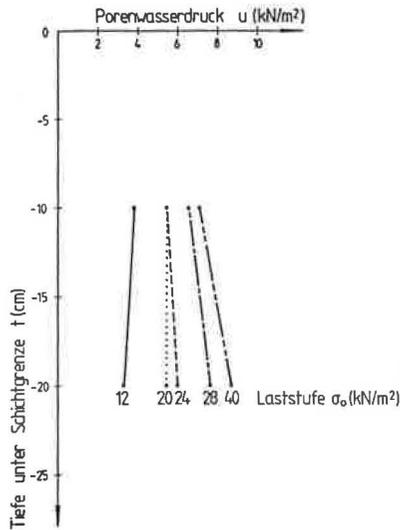


Abb. (8.7m) - Verteilung des Porenwasserdrucks- und des Porenwasserdruckanteils in der Lastachse (am Ende der jeweiligen Laststufe)

8.3 Analyse der Vertikalspannungen

8.3.1 Meßwertkorrektur

Die Eigensteifigkeit der Kraftmeßdosen ist höher als die des umgebenden Bodens, so daß die Tendenz einer Spannungskonzentration im Dosenbereich besteht und die abgelesenen Werte über den tatsächlichen Bodenspannungen liegen. Aufgrund der geringen Bauhöhe der Dosen sind die Meßfehler jedoch klein, wie die folgende Auswertung unter Verwendung elastischer Gesetzmäßigkeiten nach PRANGE (1965) zeigt.

PRANGE berechnet das theoretische Verhältnis zwischen dem gemessenen und dem tatsächlichen Spannungswert in Abhängigkeit von der Dosen-geometrie und den Steifigkeiten der angrenzenden Böden eines geschichteten Bodensystems. Im Fall von plastischen Prozessen ändert sich die Steifigkeit des Bodenmediums und auch die zugrundegelegte Beziehung der Verträglichkeit der Verformungen. Der Zustand nähert sich einer hydrostatischen Belastung an, welcher problemlos in der Erfassung ist. Aus dem streng analytischen Ansatz für ideal elastische Bedingungen erhält PRANGE den nachfolgenden Zusammenhang.

$$\sigma^* = \frac{E [\alpha(1+E') + \beta + (1-\beta) E']}{1+E' \alpha (1+E')} \quad (8.1)$$

mit

$$\sigma^* = \frac{\sigma_m}{\sigma_s} \quad \dots \text{Verhältnis von Spannungsmeßwert zu Istwert}$$

$$E' = \frac{E_c}{E_u} \quad \dots \text{Verhältnis von Tragschichtsteifigkeit zu Untergrund}$$

$$E^* = \frac{E_m}{E_c} \quad \dots \text{Verhältnis der Meßdosensteifigkeit zur Tragschichtsteifigkeit}$$

$$\beta = \frac{H_c}{H} \quad \dots \text{Lage der Schichtgrenze bezogen auf die Dosenhöhe}$$

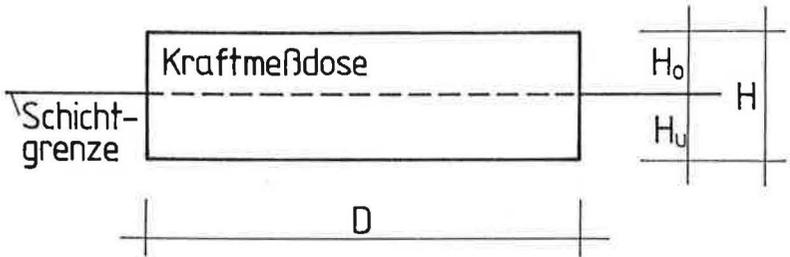


Abb. (8.8) - Allgemeine Bezeichnungen für die Einbauverhältnisse einer Kraftmeßdose

$$2\alpha = \frac{D}{H} (1-\nu^2) \quad 0,849 \quad (\text{schlaffe Lasteintragung})$$

$$2\alpha = \frac{D}{H} (1-\nu^2) \quad 0,785 \quad (\text{starre Lasteintragung})$$

H_o, H ... Höhe der Dose oberhalb einer Schichtgrenze bzw. Gesamthöhe der Dose (bei Anordnung in einer Schichtgrenze maßgeblich)

σ_m, σ_{st} ... gemessener und tatsächlicher Spannungswert

E_o, E_u ... Bodensteifigkeit oberhalb und unterhalb der Kraftmeßdose

ν ... Querdehnzahl des Bodenmediums

E_m ... Steifigkeit der Meßdose

Es ist ersichtlich, daß das Verhältnis zwischen der gemessenen und der tatsächlichen Spannung bei kleinen α -Werten, d.h. niedrigen Verhältniswerten von Durchmesser zu Höhe der Dose an Bedeutung gewinnt, während bei großen Werten D/H (großer α -Wert) keine nennenswerten Abweichungen der Spannungsgrößen zu erwarten sind. Bei der folgenden Betrachtung wird davon ausgegangen, daß das Verhältnis der Dosensteifigkeit zur Bodensteifigkeit je nach dem Grad der Plastifizierung unterschiedlich sei.

Bei angenommener gleichmäßiger Spannungsverteilung und der gegebenen Dosengeometrie folgt für elastische Verhältnisse

$$\alpha = \frac{5,0}{2 \cdot 0,6} (1 - 0,35^2) \cdot 0,849 = 3,1$$

womit sich der Verhältniswert der Spannungen aus der Lage der Dosen und dem Plastifizierungszustand ableitet

$$\beta = 1$$

$E' = 1$ bis 5 (je nach Grad der Plastifizierung, wobei plastische Verhältnisse nicht zutreffend beschrieben werden)

$$\sigma^* = \frac{E^* (3,1 (1+5) + 1)}{1 + E^* \cdot 3,1 (1 + 5)} = \frac{19,6 E^*}{18,6 E^* + 1} \quad (\text{elastische Verhältn.})$$

Tab. (8.8) - Verhältnis von gemessenem zu tatsächlichem Spannungswert

Verhältniswert der Steifigkeit E^*	Verhältniswert der Spannungen σ^*	
	elastische Bed.	plastische Bed.
10	1,048	1,0
50	1,053	1,0
100	1,053	1,0

Selbst bei Annahme von großen Verhältniswerten von Dosensteifigkeit zu Bodensteifigkeit liegt der Meßfehler mit den gewählten Dosen im Bereich von etwa 5 %. Dieser Fehler ist wesentlich kleiner als die Meßungenauigkeit der Dosen und soll vernachlässigt werden.

8.3.2 Abschätzung von koordinierten Spannungen

MÖGLICHE ANSÄTZE ZUR ABSCHÄTZUNG VON KOORDINIERTEN SPANNUNGEN

Bei horizontaler Lage von Kraftmeßdosen entsprechen die Meßwerte den vertikalen Bodenspannungen (σ_v). Aufgrund der Konsolidationsvorgänge stellen sich in der Schichtgrenze muldenartige Verformungsverläufe ein, welche eine Schrägstellung der Meßdosen zur Folge haben. Da die gemessenen Spannungen (senkrecht zu den Kraftmeßdosen) nicht den Vertikalspannungen entsprechen, steht keine Bezugsgröße zur Beurteilung der Spannungsverteilung zu Verfügung.

Der Spannungszustand des Zweischichtensystems liegt unter den betrachteten Bedingungen nicht im elastischen Bereich. Die Spannungsbeschreibung nach den Gesetzmäßigkeiten der Elastizitätstheorie wäre somit unrealistisch. Es wird sich eine Spannungsverteilung einstellen, welche allenfalls unter Berücksichtigung einer Gleichgewichtsbedingung beschrieben werden kann. Damit bietet sich ein vereinfachtes Vorgehen zur Spannungsumrechnung unter Verwendung der Spannungstheorie von FRÖHLICH an, wobei die Spannungsverteilung im Bodensystem über einen Spannungsverteilungsfaktor (Konzentrationsfaktor) variabel gehalten ist.

Dem im folgenden aus den Fröhlich'schen Spannungsbeziehungen abgeleiteten Auswertungsansatz werden 2 generelle Annahmen zugrundegelegt:

- (1) Das Verhältnis der Hauptspannungen σ_1/σ_3 sei konstant (zutreffend für den plastischen Zustand)
- (2) Die 1. Hauptspannung (σ_1) habe die gleiche Richtung, wie die Fröhlich'sche Radialspannung (σ_r).

Es wird bei dem Auswertungsansatz nur die radiale Hauptspannung infolge äußerer Last als Bezugsgröße zugrundegelegt. Die Richtung einer Größe ist bekannt und kann in einem gewählten Schnitt (z.B. an einer Dose) in die drei koordinierten Spannungskomponenten zerlegt werden. Die zweite (kleinere) Hauptspannung bleibt im Rahmen des FRÖHLICH'schen Ansatzes unberücksichtigt, und ist auch hier ohne Belang, da in die Auswertung nur die Richtungswinkel eingehen.

Für die Abschätzung der Spannungsverteilung in der Schichtgrenze auf Basis des genannten Ansatzes können zwei unterschiedliche Wege beschritten werden:

- (1) Festlegung eines Spannungskonzentrationsfaktors für jede einzelne Meßdose, so daß die gemessene Spannung dem rechnerischen Wert entspricht

$$\sigma_m = \sum_{k=1}^n \sigma_{r,k} \cos(\vartheta_k - \alpha_D) \quad (8.2)$$

$$= \sum_{k=1}^n f^* \frac{\sigma_k \Delta x}{R_k} \cos^\alpha \vartheta_k \cos(\vartheta_k - \alpha_D)$$

mit

$$f^* = \frac{1}{2 \int_0^{\pi/2} \cos^{\alpha-3} \vartheta d\vartheta} \quad \dots \text{ Normierungsfaktor der Verteilungsfunktion}$$

σ_m ... Spannungsmeißwert der Dose

$\sigma_{r,k}$... Radialspannung infolge des Lastbereichs $\sigma_k \Delta x$

ϑ_k ... Richtungswinkel zwischen dem Lastbereich k und Dose j

α ... Spannungskonzentrationsfaktor

α_D ... Neigungswinkel der Dose

Es ergeben sich bei diesem Vorgehen für die Dosen unterschiedliche Verteilungskoeffizienten, da die Spannungsverteilung im elastoplastischen Zweischichtensystem nicht einheitlich durch einen Potenzwert der Cosinusfunktion beschreibbar ist. Wie aus

Abb. (8.10) ersichtlich ist, müßte für die Festlegung einer einheitlichen Verteilungsfunktion ein mehrgliedriger Ansatz zugrunde gelegt werden. Aus den errechneten Konzentrationsfaktoren können die Vertikalspannungen ermittelt werden, für deren Integral zu prüfen ist, inwieweit sie von der Größe der äußeren Last abweicht.

- (2) Vereinfachende Festlegung eines einheitlichen Spannungskonzentrationsfaktors für alle Dosen so, daß das Integral der rückgerechneten Vertikalspannungen der äußeren Last entspricht. Der Spannungsverteilungsfaktor soll dabei nur Einfluß auf die Richtung der maßgeblichen radialen Hauptspannung (gewichteter Mittelwert aus den Belastungsbereichen) an der betrachteten Meßdose haben.

$$\vartheta^* = \frac{\sum_{k=1}^n \sigma_{r,k} \vartheta_k}{\sum_{k=1}^n \sigma_{r,k}} \quad \dots \text{maßgebliche Richtung der} \quad (8.3)$$

radialen Hauptspannung
für eine Dose

$$= \frac{\sum_{k=1}^n \left(\frac{\sigma_k \Delta x}{R_k} (\cos^\alpha \vartheta_k) \vartheta_k \right)}{\sum_{k=1}^n \left(\frac{\sigma_k \Delta x}{R_k} \cos^\alpha \vartheta_k \right)}$$

Aufgrund der Tatsache, daß die Verteilungsfunktion im Zweischichtensystem insbesondere bei plastischen Bedingungen nicht mehr Cosinusförmigen Verlauf hat, muß davon ausgegangen werden, daß die gefundene Spannungsverteilung für einzelne Dosen (insbesondere im Außenbereich) unzutreffende Werte liefert.

Trotz des letztgenannten Einwandes wurde das Vorgehen (2) für die Spannungsumwandlung gewählt. Es ist anzunehmen, daß der Ansatz (1) bei höherem Rechenaufwand zu besseren Ergebnissen führt. Er konnte jedoch nicht gewählt werden, da eine völlige Neugestaltung des Rechenprogramms erforderlich gewesen wäre, da die Kapazität des gewählten Rechners HP 86 bezüglich Speicher und auch Rechengeschwindigkeit weit überschritten worden wäre. Eine diesbezügliche Umarbeitung erscheint im Zusammenhang mit den zukünftigen Arbeiten sinnvoll.

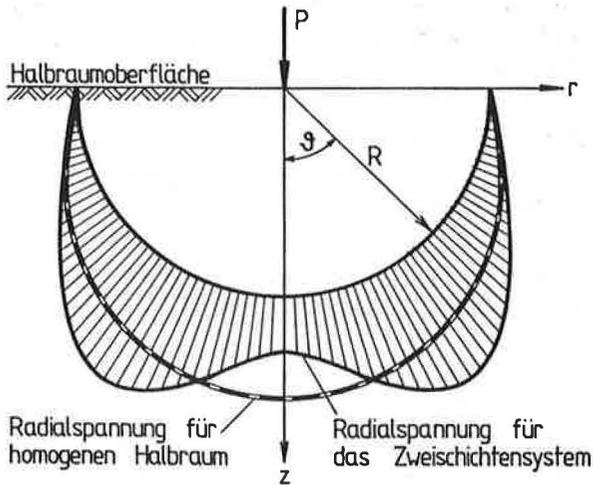


Abb. (8.9) - Radiale Hauptspannung für homogene und geschichtete Bodenverhältnisse

RECHENABLAUF BEI DER ABSCHÄTZUNG DER KOORDINIERTEN SPANNUNGEN

Unter Verwendung des oben genannten Vorgehens (2) soll im folgenden die Spannungsumwandlung mit einem einheitlichen Spannungskonzentrationsfaktor beschrieben werden, wobei für dessen Festlegung die Bedingung der Gleichheit der Integrale der Vertikalspannungen zugrundegelegt wird.

Ziel der Überlegungen ist es, die Richtung der radialen Hauptspannung für jede Kraftmeßdose zu bestimmen, um aus der gemessenen Spannung zunächst die Größe der Radialspannung und dann die Größen der koordinierten Spannungen zu errechnen. Die Verteilung der äußeren Belastung wurde in den Auswertungen entweder als gleichförmig oder als hohlparabolisch verteilt angenommen.

Die Spannung unter dem Belastungsbalken wird in einzelne Linienlasten (Lastbereiche mit unterschiedlicher Spannungsordinate) zerlegt. Jeder der schmalen Laststreifen hat einen Richtungswinkel ϑ zur Lastdose (bezogen auf die vertikale Achse). Entsprechend der Größe der Spannungsordinate des Belastungsstreifens und des radialen Abstandes des Spannungseintragungspunktes zur Kraftmeßdose kommt der jeweiligen Spannungsrichtung eine Gewichtung zu, so daß sich die Gesamtspannungsrichtung (Hauptspannungsrichtung für die jeweilige Dose) gemäß Gleichung (8.4) als gewichteter Mittelwert aller Spannungsanteile aus der Lasteintragung darstellen läßt.

Es sei darauf hingewiesen, daß im Rahmen der Gleichungen von FRÖHLICH statt dem Wert α ein Exponent mit der Bezeichnung ν verwendet wird, welcher als $\alpha + 2$ zu interpretieren ist.

An einer Kraftmeßdose stehen damit zwei Informationen zur Verfügung, nämlich die Richtung der radialen Hauptspannung und die Größe der gemessenen Spannung. Es ermittelt sich die Größe der Radialspannung durch einfache Spannungszerlegung.

$$\sigma_r = \sigma_{gem} / \cos(\vartheta^* - \alpha_D) \quad (8.4)$$

α_D Neigung der Dose

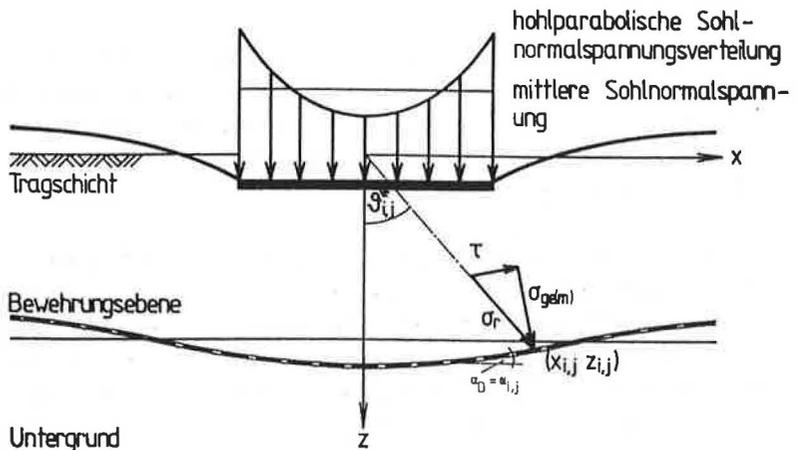


Abb. (8.10) - Spannungszerlegung an einer Kraftmeßdose

Aus der radialen Hauptspannung errechnen sich die koordinierten Spannungen am infinitesimalen Element

$$\sigma_{\varphi} = \sigma_r \cos^2 \vartheta \quad (8.5)$$

$$\sigma_{\rho} = \sigma_r \sin^2 \vartheta \quad (8.6)$$

$$\tau_{\rho\varphi} = \sigma_r \cos \vartheta \sin \vartheta \quad (8.7)$$

Für die Gleichheitsbedingungen der Vertikalspannungen gilt unter den vorliegenden einfachen ebenen Verhältnissen

$$\int (\sigma_{\varphi 1} - \sigma_{\varphi 2}) dx = 0 \quad (8.8)$$

$$\int \sigma_{\varphi 1} dx - \sigma_{\rho 2} b l = 0$$

$$\int \sigma_{\varphi 1} dx - P = 0$$

$\sigma_{\varphi 1}$... Vertikalspannung an den Dosen

$\sigma_{\rho 2}$... mittlere Sohlspannung am Belastungsbalken

GEOMETRISCHE VERHÄLTNISSE UND ÄUSSERE BELASTUNG

Die Spannungsumwandlung muß im Zusammenhang mit der Auswertung der sonstigen Versuchsdaten gesehen werden. Die geometrischen Verhältnisse in der Schichtgrenze müssen dabei durch sinnvolle mathematische Funktionen angenähert werden. Die hierfür erforderlichen Bezeichnungen sind in Abb. (8.13) eingetragen. Der verwendete Index i steht für die Laststufe, der Index j für die betrachtete Kraftmeßdose und der Index k für den betrachteten Laststreifen.

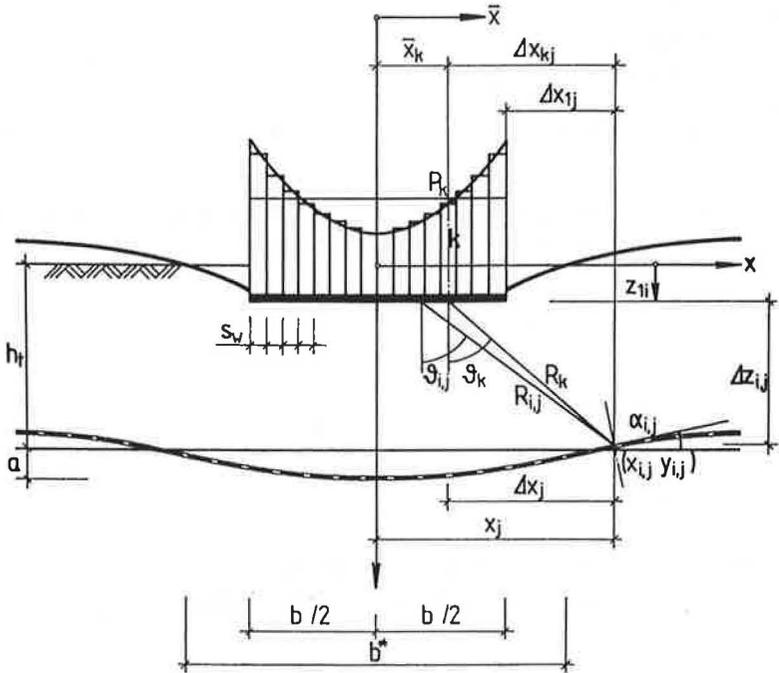


Abb. (8.11) - Bezeichnungen im Rahmen der Spannungsumrechnung

Je nach dem Grad der Plastifizierungen liegt die Verteilung der Sohlnormalspannungen unter dem Belastungsbalken zwischen den Fällen einer starren (hohlparabolische Verteilung) oder schlaffen Lasteintragung (gleichförmige Verteilung) bzw. einer vollparabolischen Verteilung im Falle von Plastifizierungen im Bereich der Ränder der Lasteintragung.

Mit aufgetragenen mittleren Sohlspannungen von bis zu 60 kN/m^2 und einer mittleren Grundbruchbelastbarkeit der Tragschicht (Sand, Splitt) von 100 bis 120 kN/m^2 (Belastungsbreite $0,18 \text{ m}$, max. Tragschichthöhe $0,15 \text{ m}$) könnte angenommen werden, daß die tatsächliche Sohlspannungsverteilung zwischen dem ideal elastischen Zustand und der gleichförmigen Verteilung liegt.

Da die Verformbarkeit des Untergrundmaterials jedoch sehr hoch ist, tritt tatsächlich ein Auseinanderfließen der Tragschicht auf, mit der Konsequenz plastischer Umlagerungen, welche von der Schichtgrenze ausgehen.

Es soll deshalb bei den folgenden Betrachtungen primär die gleichförmige Spannungsverteilung zur Anwendung kommen. Die Auswertungen für die Verhältnisse mit hohlparabolischen Verteilung werden nur zu Vergleichszwecken ausgeführt. Es zeigte sich dabei, daß sich die rechnerischen Spannungsgrößen im Boden nur unwesentlich voneinander unterscheiden. Dies bestätigt die theoretischen Aussagen von RANKE (vgl. Ziffer 8.3.3), denen zufolge die Belastungsfunktion nur eine geringe Wirkung auf die Spannungsgrößen in der Schichtgrenze hat.

Um die numerische Integration der Gleichung (8.4) für die hohlparabolische Sohlspannung durchführen zu können, wird eine Zerlegung der Belastung in n Linienlasten mit der Spannungsgröße σ_k vorgenommen. Für die Ermittlung der Spannungsrichtung sind die normierten Größen (bezogen auf die mittlere Spannung 1) zugrunde zu legen.

= relative Spannungsgröße σ_k'

$$\sigma_k' = \frac{1}{1 - \left(\frac{\bar{x}_k}{b/2}\right)^2} \quad (8.9)$$

mit den geometrischen Größen

$$\bar{x}_k = x_j - \Delta x_{k,j} \quad (8.10a)$$

$$\Delta x_{k,j} = \Delta x_{j,j} + n \, sw - \frac{sw}{2} \quad (8.10b)$$

sw ... Schrittweite

x_j ... Abstand der Dose i von der Symmetrieachse

n ... Zahl der Integrations Schritte

Aufgrund einer Vielzahl von aufgemessenen Verformungsverläufen in der Schichtgrenze erweist sich in den Fällen, in welchen die Tragschicht nicht durchstanzt, die Cosinusfunktion zum Zweck der mathematischen Approximation als sinnvoll. Die Cosinusfunktion wird dabei definiert durch den Abstand der Wendepunkte b^* (Breite der Verformungsmulde) und der Einsenkung unterhalb der Verbindungsgeraden zwischen den Wendepunkten.

- Verformungsfunktion

$$\Delta z = a \cos \frac{\pi}{b^*} x \quad (8.11)$$

Für die Spannungsumwandlung ist der Vertikalabstand der Dose (in seiner verformten Lage) unterhalb der Lastbalkenunterkante und die Dosenneigung von Bedeutung.

- vertikaler Abstand der Dose j zur Lastbalkenunterkante

$$\Delta z_{i,j} = (h_i - 1,0) + a_i \cos \frac{\pi}{b^*} x_j - z_i \quad (8.12)$$

$$\text{mit } a_i = a_c \frac{\sigma_i}{\sigma_{\max}} \frac{v_{\epsilon}}{v_{p2}}$$

a_c ... Verformungswert nach Versuchsende

v_{ϵ}, v_{p2} ... Gesamtverformungswert bzw. plastische Endverformung nach Versuchsende

σ_i, σ_{\max} ... aktuelle und max. mittlere Stufe der Sohlspannung

z_i ... Einsenkung des Lastbalkens bei Laststufe i

- Neigung der Kraftmeßdose

$$\alpha_{i,j} = \arctan \left(\frac{a}{b^*} \sin \frac{\pi x_j}{b^*} \right) \quad (8.13)$$

x_j ... Abstand der Dose j von der Lastachse

- Hauptspannungsrichtung und koordinierte Spannungen

Mit den obigen Beschreibungen der Spannungsverteilung unter dem Belastungsbalken und des Verformungsverlaufes in der Schichtgrenze stehen die erforderlichen Informationen zur Berechnung der gesuchten Größen zur Verfügung. Mit den gewählten Bezeichnungen der Indizes ergeben sich die gesuchten Größen zu:

$$\vartheta_{i,j}^* = \frac{\sum_{k=1}^n \left(\frac{\sigma_{i,k}}{R_{j,k}} \cos^{\alpha} \vartheta_{j,k} \vartheta_{j,n} \right)}{\sum_{k=1}^n \left(\frac{\sigma_{i,k}}{R_{j,k}} \cos^{\alpha} \vartheta_{j,k} \right)} \quad (8.14)$$

mit

$$R_{j,k} = \sqrt{(\Delta x_{k,j}^2 + \Delta z_{i,j}^2)}$$

Aus der an der Dose gemessenen Spannung $\sigma_{\text{st},j}$ folgt damit:

$$\sigma_{r,i,j} = \frac{\sigma_{\text{st},j}}{\cos(\vartheta_{i,j} - \alpha_{\text{st},j})} \quad (8.15)$$

$$\sigma_{\text{st},j} = \sigma_{r,i,j} \cos^2 \vartheta_{i,j}^* \quad (8.16a)$$

$$\sigma_{x,i,j} = \sigma_{r,i,j} \sin^2 \vartheta_{i,j}^* \quad (8.16b)$$

$$\tau_{xz,i,j} = \sigma_{r,i,j} \sin \vartheta_{i,j}^* \cos \vartheta_{i,j}^* \quad (8.16c)$$

8.3.3 Betrachtungen zur idealplastischen Spannungsabtragung im Zweischichtensystem

8.3.3.1 Anwendungsbedingungen

ALLGEMEINES

Eine im Rahmen der Mechanik gelöste Aufgabenstellung ist es, die elastischen Spannungs- und Verformungszustände von flächigen, belasteten Systemen zu berechnen. Grundlage hierfür ist die Elastizitätstheorie, welche von folgenden Annahmen ausgeht:

- (a) Die Abhängigkeit von Spannungen und Verformungen ist für alle Richtungen linear (Hooke'sches Gesetz)
- (b) Das Maß der Verformung senkrecht zur Beanspruchungsrichtung (Querdehnung) ist durch den Grad der Volumensbeständigkeit (Querdehnzahl) definierbar
- (c) Die Steifigkeit des Mediums ist in jeder Richtung gleich (Isotropie)
- (d) Die Eigenschaften des Mediums sind im gesamten Untersuchungsreich identisch (Homogenität)

Anders als bei ideal elastischen Stoffen wie Stahl, Gummi o.ä. müssen beim Boden sinnvolle Näherungen der Materialkennwerte eingeführt werden, um bei notwendiger Verletzung der obigen Annahmen Fehler zu minimieren. Die bei Böden erkennbaren Abweichungen von den Annahmen sind:

- (a) Das Spannungsverformungsverhalten von Böden ist nichtlinear elastisch (z.B. durch eine Hyperbelfunktion beschreibbar). Mit zunehmender Annäherung an den Bruch nimmt die Materialsteifigkeit ab und geht in den Zustand des Fließens über. Linearelastisches Verhalten kann als grobe Näherung im Anfangsbelastungsbereich des Lastverformungsverlaufes angenommen werden, weshalb für die elastische Verformungsberechnung in der Bodenmechanik ein Belastungszustand vorausgesetzt wird, der kleiner als $1/3$ oder $1/4$ (maximal $1/2$) der Bruchbelastung ist.

- (b) Böden sind aufgrund abweichender, horizontaler und vertikaler Eigenspannungen auch in ihrer Steifigkeit nicht isotrop. Je nach Körnung, Schichtung und geologischer Vorgeschichte variiert das querisotrope Verhalten. Die Steifigkeit in Querrichtung ist geringer. Die Spannungs- und Verformungsermittlung im bodenmechanischen Halbraum wird deshalb mit vereinfachten Gleichgewichtsbetrachtungen unter Verwendung von Spannungsverteilungskoeffizienten vorgenommen. Die vertikale Verformung wird entsprechend einem einachsialen Verzerrungsproblem unter Verwendung des im Oedometersuch ermittelten Steifemoduls (vereinfachte Berücksichtigung der Querisotropie) berechnet.
- (c) Böden sind nicht homogen, da ihre Steifigkeit vom langfristig wirksamen Spannungsniveau abhängt und damit meist nach unten zunimmt. Dies wird bezüglich der Spannungsverteilung ebenfalls in dem unter (b) aufgezeigten Vorgehen vereinfacht berücksichtigt und in der Verformungsanalyse durch die Verwendung von bereichsweise gültigen, gemittelten Steifemoduli angenähert.

Die exakten Gesetzmäßigkeiten der Elastizitätstheorie finden in der Bodenmechanik nur für spezielle Verhältnisse, wie z.B. Zweischichtensysteme Anwendung. Für kleinräumige Betrachtungen kann das Materialverhalten dabei als homogen, nichtlinear elastisch und querisotrop definiert werden.

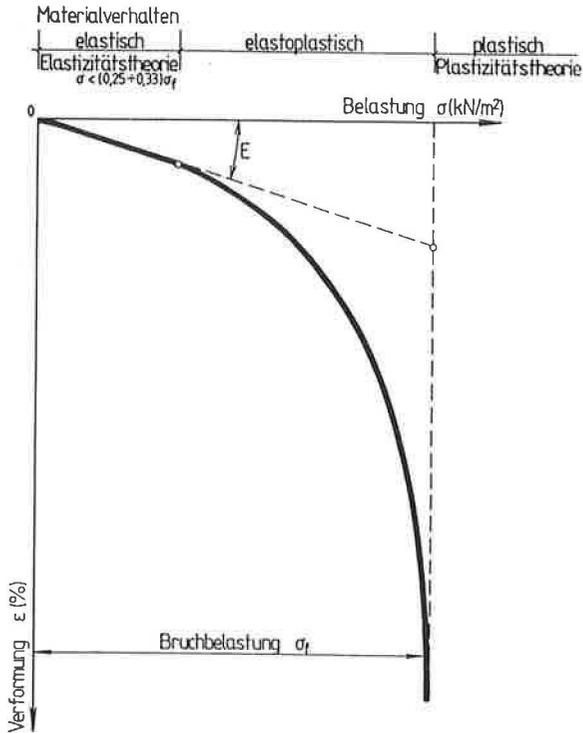


Abb. (8.12) - Spannungsverformungsverlauf von Böden

ANWENDBARKEIT IM ZWEISCHICHTENSYSTEM

Es ist somit festzuhalten, daß die Elastizitätstheorie richtige Aussagen zum Spannungs- und Verformungsproblem nur findet, solange im System an keiner Stelle Festigkeitsüberschreitungen auftreten. Bei einer hoch-steifen, ungebundenen Bodenschicht mit äußerer Belastung auf einer gering-steifen Unterlage existieren nicht-plastische Zustände nur bei Lasten, die so gering sind, daß auf der Unterseite der steifen Tragschicht keine auflastbedingten Zugspannungen auftreten, welche größer sind, als der Erdruchdruck in der Tragschicht. Die Plastifizierung wirkt wie eine Verflüssigung und erzeugt in der Tragschicht näherungsweise hydrostatische Verhältnisse. Die "Biegezugspannungen" im Versagenszustand lagern sich zu

Druckspannungen mit der Größe der Vertikalsspannung um. Die im elastoplastischen Bereich auftretenden Verformungen sind nicht mehr mit elastischen Hilfsmitteln nachvollziehbar.

Da Belastungszustände ohne Plastifizierung im Bereich der Schichtgrenze beim Zweischichtensystem mit weichem Untergrund praktisch vernachlässigbar sind, könnte die Schlußfolgerung gezogen werden, daß die Elastizitätstheorie nur für gebundene Tragschichten anwendbar ist, wo die auftretenden Zugspannungen kleiner als die Zugfestigkeit des Gebindes sind. Inwieweit diese Folgerung richtig ist, oder relativiert werden muß, soll im folgenden durch Gegenüberstellung von Rechenwerten und Meßwerten überprüft werden.

8.3.3.2 Idealelastische Spannungsuntersuchung des Zweischichtensystems für den axialsymmetrischen Belastungszustand

Wie aus der Literatur bekannt ist, wird das Differentialgleichungssystem belasteter elastischer Systeme durch Bipotentialfunktionen gelöst, welche mit Koeffizienten so auszugestalten sind, daß sie den gegebenen Randbedingungen gerecht werden.

Bei bodenmechanischen Zweischichtensystemen wurden Lösungen bislang primär für den axialsymmetrischen Belastungszustand erarbeitet.

DIFFERENTIALGLEICHUNGSSYSTEM FÜR AXIALSYMMETRISCHE VERHÄLTNISSE

- Gleichgewicht

$$\frac{\delta\sigma_r}{\sigma_r} + \frac{\delta\sigma_{rz}}{\sigma_z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (8.17a)$$

$$\frac{\delta\tau_{rz}}{\delta r} + \frac{\delta\sigma_z}{\delta z} + \frac{\tau_{rz}}{r} = \gamma = 0 \quad (8.17b)$$

- die Verträglichkeitsbedingung der Verformungen

$$\Delta^2 = \frac{\delta^2}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta}{\delta r} + \frac{\delta^2}{\delta z^2} \quad (8.18)$$

In der Literatur werden zwei grundsätzlich unterschiedliche Schicht-übergangsbedingungen unterschieden, nämlich zum einen der vollständige Schubverbund bzw. zum anderen das freie Gleiten in der Schichtgrenze. Die veröffentlichten Lösungen unterscheiden sich auch bzgl. der Spannungsverteilung der Lasteintragung sowie des Querdehnverhaltens des Bodenmediums. BURMISTER (1944) legt inkompressibles Medium und konstante Lastverteilung zugrunde, während RANKE (1970) die Querdehnung mit Berücksichtigung der Anisotropie des natürlichen Bodens ($\nu = 0,3$) und unterschiedliche Formen von Lasteintragungen (konstant, vollparabolisch und hohlparabolisch) betrachtet.

Trotz der generellen Vorbehalte, die bzgl. der Anwendung der Elastizitätstheorie auf "ungebundene" Bodentragschichten geäußert werden mußten, sind hier die Ergebnisse aus den Untersuchungen von RANKE für elastische Zweischichtenbodensysteme zugrunde zu legen.

Die Spannungs- und Verformungskomponenten legt RANKE auf Basis der allgemeinen Verschiebungsfunktion von LOVE $\Phi(r, z)$ wie folgt fest.

$$\sigma_z(r, z) = \frac{\delta}{\delta z} \left[- \frac{\delta^2 \Phi(r, z)}{\delta z^2} + (2-\nu) \Delta^2 \Phi(r, z) \right] \quad (8.19a)$$

$$\sigma_r(r, z) = \frac{\delta}{\delta z} \left[- \frac{\delta^2 \Phi(r, z)}{\delta v^2} + \nu \Delta^2 \Phi(r, z) \right] \quad (8.19b)$$

$$\sigma_\theta(r, z) = \frac{\delta}{\delta z} \left[- \frac{1}{r} \frac{\delta \Phi(r, z)}{\delta v} + \nu \Delta^2 \Phi(r, z) \right] \quad (8.19c)$$

$$\tau_{rz}(r, z) = \frac{\delta}{\delta r} \left[- \frac{\delta^2 \Phi(r, z)}{\delta z^2} + (1-\nu) \Delta^2 \Phi(r, z) \right] \quad (8.19d)$$

$$u(r, z) = - \frac{1+\nu}{E} \frac{\delta^2 \Phi(r, z)}{\delta r \delta z} \quad (8.19e)$$

$$w(r, z) = \frac{1+\nu}{E} \left[- \frac{\delta^2 \Phi(r, z)}{\delta z^2} + 2(1-\nu) \Delta^2 \Phi(r, z) \right] \quad (8.19f)$$

Als Randbedingungen werden folgende Festlegungen getroffen:

a) Tragschicht:

Die Oberfläche der Tragschicht ist normal- und Schubspannungsfrei. Sie ist horizontal unendlich ausgedehnt, so daß horizontale Berandungskräfte ohne Einfluß auf die Lösung bleiben.

b) Übergang zwischen Tragschicht und Untergrund:

Beide Schichten haften vollständig aufeinander. Es treten keine Relativverschiebungen in der Berührungsfläche auf. Für alle Normal- und Schubspannungen gilt damit die Kontinuitätsbedingung. (Alternativ könnte, wie dies durch BURMISTER geschieht, der Übergang auch als reibungsfrei angenommen werden, so daß nur die Vertikalverformungen kontinuierlich übergehen. Dies ist jedoch bei Zweischichtenbodensystemen wenig sinnvoll).

c) Untergrund:

Der Untergrund sei in horizontaler und vertikaler Richtung unendlich ausgedehnt, so daß Berandungskräfte ohne Einfluß auf die Lösung des Problems bleiben. Für beide Medien seien, wie aus den Gleichgewichtsbedingungen ersichtlich, das Eigengewicht ohne Belang.

Für das elastische Zweischichtenbodensystem sieht RANKE drei Formen des Lasteintrages vor, an welche die Koeffizienten der Spannungsfunktion angepaßt werden müssen:

a) Gleichmäßige Spannungsverteilung infolge schlaffer Lastfläche

b) Hohlparabolische Spannungsverteilung bei starrer Lastfläche ohne Plastifizierungen in den Randbereichen

c) Vollparabolische Lastverteilung bei beliebig steifer Lastfläche infolge Auftretens von Plastifizierungen am Belastungsrand und daraus resultierend Spannungsumlagerungen zur Mitte des Belastungskörpers.

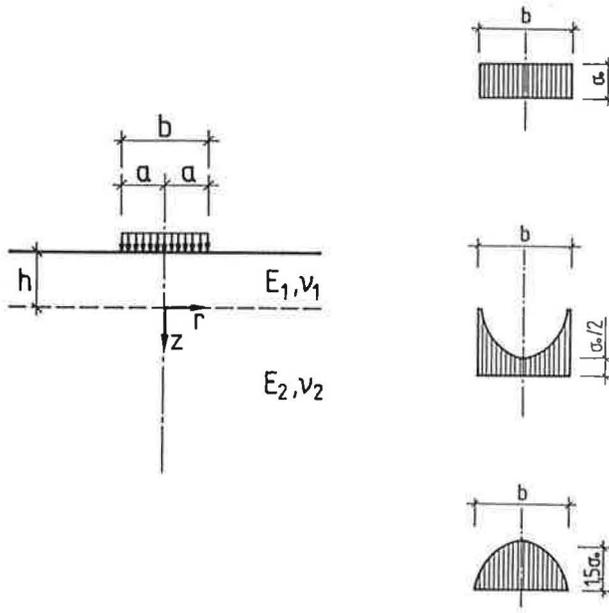


Abb. (8.13) - System und Belastungsarten

Die Aufgabe besteht nun darin, eine geeignete Funktion an die Randbedingungen anzupassen und daraus die Spannungs- und Verschiebungskomponenten auszurechnen.

Für die Lösungsfunktion wurde folgende Form gewählt

$$\Phi(\lambda, z) = G(\lambda, z) J(\lambda, z) \quad (8.20)$$

mit der Bipotentialfunktion

$$G(\lambda, z) = (A(\lambda) + C(\lambda) \lambda z) e^{\lambda z} + (B(\lambda) + D(\lambda) \lambda z) e^{-\lambda z}$$

und dem Term J zur Beschreibung der Spannungsverteilung des Lastetrags. BURMISTER verwendet hier die Besselfunktion, RANKE eine Besselfunktion mit Hankeltransformation.

- Besselfunktion n-ter Ordnung (in Reihendarstellung):

$$J_n(\lambda, r) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\lambda r)^{2n}}{2^{2n} n! n!} \quad (8.21)$$

Bei Darstellung der Lastspannungsverteilung durch die Besselfunktion entstehen Ausdrücke, deren Integration nur auf numerischem Wege unter Verwendung von elektronischen Rechnern durchgeführt werden kann.

8.3.3.3 Verteilung der Vertikalspannungen in der Schichtgrenze des ideal elastischen Zweischichtenbodensystems

Im Sinne einer allgemeinen praktischen Anwendbarkeit hat RANKE die Ergebnisse der Spannungs- und Verformungsverläufe für bodenmechanisch sinnvolle Systeme ausgewertet und mit dimensionslosen Größen für Geometrie und Steifigkeitsverhältnis graphisch aufgetragen. Das so aufbereitete Datenmaterial gibt ein übersichtliches Bild über das idealelastische Verhalten des Zweischichtensystems.

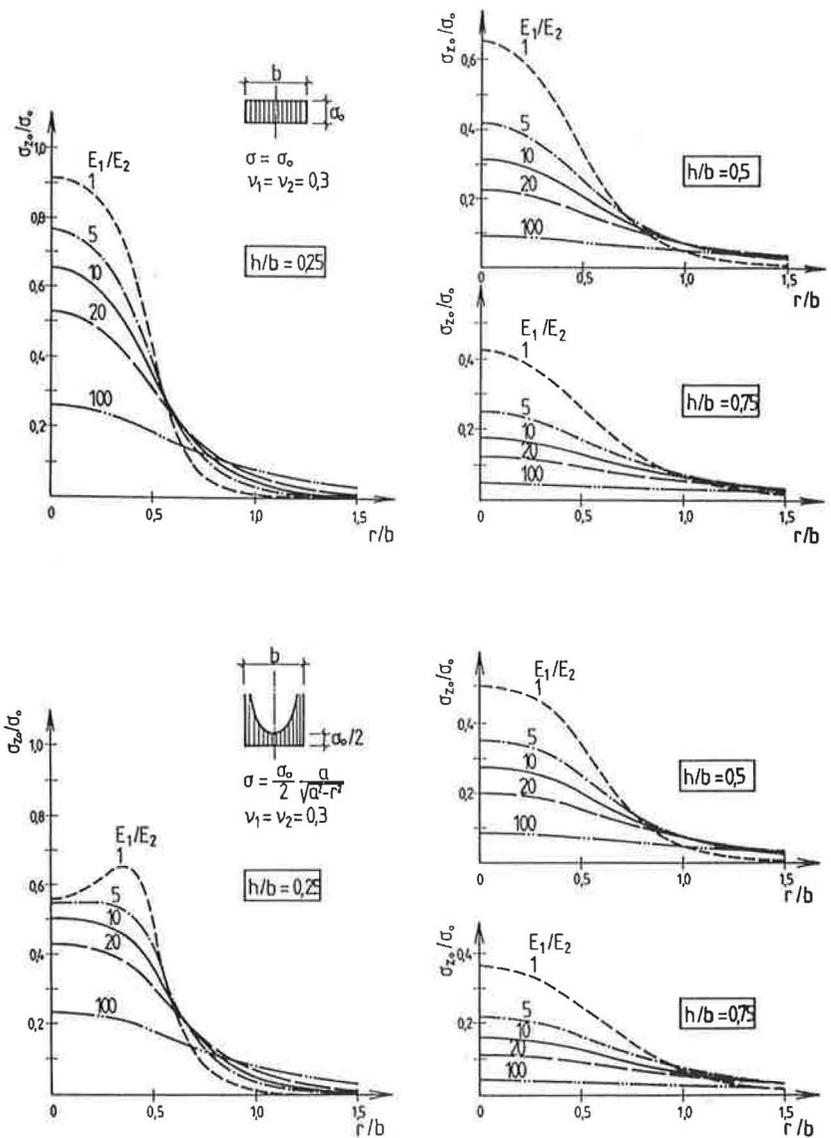


Abb. (8.14a) - Einflußzahlen für die senkrechte Normalspannung in der Schichtgrenze (kreisförmige Flächenlast mit gleichmäßiger bzw. hohlparabolischer Sohlspannungsverteilung)

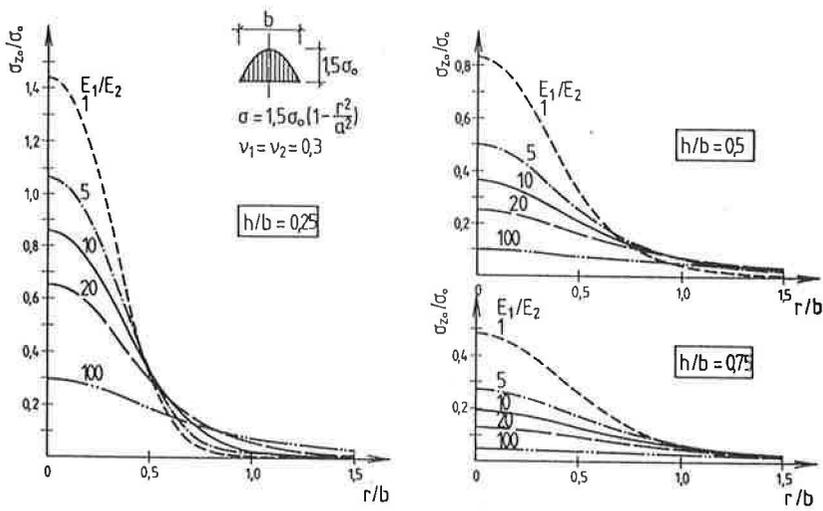


Abb. (8.14b) - Einflußzahlen für die senkrechte Normalspannung in der Schichtfuge infolge einer an der Oberfläche wirkenden kreisförmigen Flächenlast mit vollparabolischer Spannungsverteilung

Die Gegenüberstellung der Einflußzahlen unter der Lastachse zeigt, daß bereits für eine Höhe der Tragschicht von 3/4 der Belastungsbreite, die Einflußzahlen der vertikalen Spannungsgrößen in der Schichtgrenze in Abhängigkeit von der Spannungsverteilung der Lasteintragung nur noch geringfügig voneinander abweichen. Dies gilt insbesondere bei großen Verhältniswerten der Schichtsteifigkeiten. Es kann hieraus geschlossen werden, daß es ingenieurmäßigen Genauigkeitsansprüchen genügt, wenn ab dem Verhältnis $h/b = 0,75$ generell von einer konstanten Verteilung der Last ausgegangen wird.

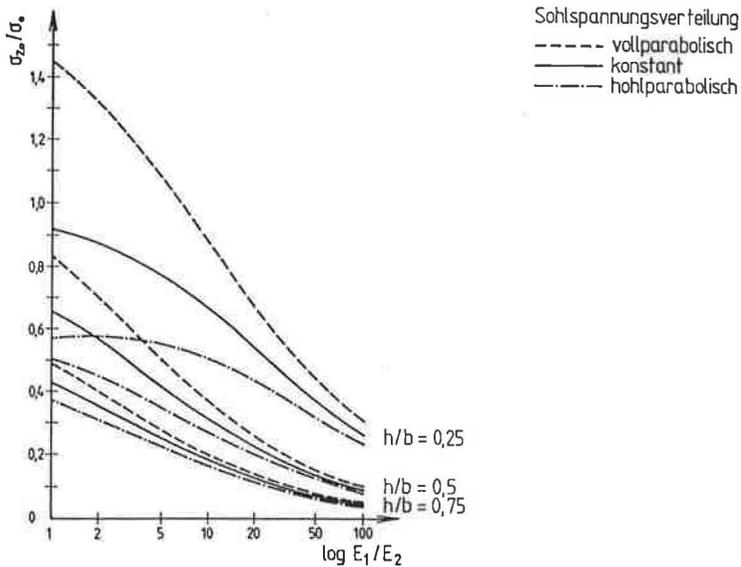


Abb. (8.15) - Einflußzahlen für die senkrechte Normalspannung in der Schichtgrenze unter dem Mittelpunkt einer kreisförmigen Belastung

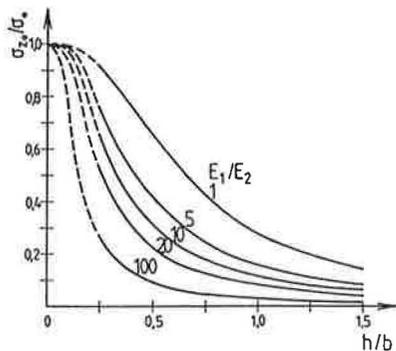


Abb. (8.16) - Einflußzahlen für die senkrechte Normalspannung in der Schichtfuge unter dem Mittelpunkt einer kreisförmigen Belastung (gleichmäßige Spannungsverteilung)

8.3.3.4. Umwandlung des idealelastischen Zweischichtensystems in einen Halbraum

Für die praktischen Anwendungen bei der Verformungsuntersuchung wird häufig das Zweischichtensystem in einen homogenen Halbraum umgewandelt, da dann die üblichen Einflußzahlen für unterschiedliche Lastformen und Lastverteilungen zur Ermittlung der Bodenspannungen und Verformungen Anwendung finden können. Diese meist auf der vereinfachenden Fröhlich'schen Spannungstheorie beruhenden Einflußwerte basieren auf Koeffizienten der Spannungsverteilung, welche nicht direkt auf die ideal elastischen Verhältnisse der obigen Untersuchungen abgestimmt sind.

Aus den theoretischen Untersuchungen von RANKE lassen sich Höhenäquivalenzfaktoren zur Schichtumwandlung als Funktion des Steifigkeitsverhältnisses der Schichten ableiten. Vergleichbare Höhenäquivalenzfaktoren zur Schichtumwandlung sind aus der Literatur bereits von ODEMARK und POKROWSKY bekannt. Die aus den Untersuchungen von RANKE abzuleitenden Höhenäquivalenzfaktoren entsprechen dabei, wie aus Abb. (8.19) ersichtlich ist, sehr gut der von ODEMARK angegebenen Gleichung.

- Höhenäquivalenzfaktor (nach ODEMARK bzw. POKROWSKY)

$$\lambda = \frac{h_k}{h_1} = 0,9 \sqrt[3]{\frac{E_{TR}}{E_{UN}}} \quad \text{ODEMARK} \quad (8.22)$$

$$\lambda = \frac{h_k}{h_1} = \sqrt{\frac{E_{TR}}{E_{UN}}} \quad \text{POKROWSKY} \quad (8.23)$$

E_{TR} ... Steifemodul der Tragschicht

E_{UN} ... Steifemodul des Untergrundes

h_k ... umgewandelte Tragschichthöhe

h_1 ... tatsächliche Tragschichthöhe

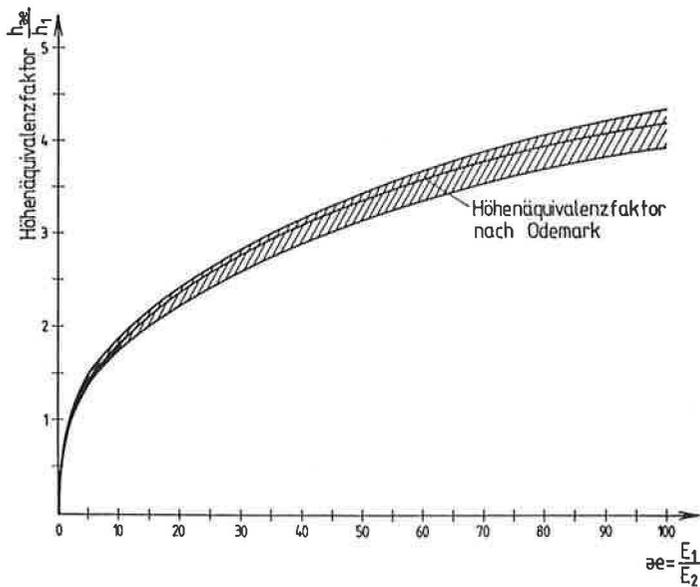


Abb. (8.17) - Höhenäquivalenzfaktoren bezogen auf die Vertikalspannung in der Schichtgrenze aus den Untersuchungen von RANKE

8.3.4 Analyse der Vertikalspannungen in der Schichtgrenze

AUSWERTUNGSKENNGRÖSSEN

Aus den gemäß Abschnitt 8.3.2 durchgeführten Spannungsumwandlungen ergeben sich die koordinierten Spannungen und kennzeichnenden Größen der Spannungsverteilung in Form von Konzentrationsfaktoren (α oder ν) bzw. von Lastverteilungsfaktoren.

Die Konzentrationsfaktoren stellen aufgrund der gewählten Art der Auswertung für Fälle mit $\nu < 2,5$ (oder $\alpha < 0,5$) eine Näherung im achsnahen Bereich dar. Es findet eine überproportionale Spannungsgewichtung in den Randbereichen statt, so daß der Richtungswinkel der radialen Hauptspannungen hier zu flach wird. Die errechneten Vertikalspannungen sind damit im Randbereich zu klein. Durch den größerwerdenden Abstand sind die fehlerhaften Spannungsanteile geringer bewertet als die zutreffenden Größen.

Nach Ermittlung der Vertikalspannungen in der Schichtgrenze lassen sich durch vergleichende Gegenüberstellungen mit der aufgebrachten Belastungsspannung zwei vereinfachte ingenieurmäßige Bezugswerte angeben:

- (a) Verhältnis der gemittelten Spannung in der Schichtgrenze (σ_{zo}) zur mittleren Spannung unter dem Lastbalken ($\lambda_1 = \sigma_{zo}/\sigma_o$)
- (b) Verhältnis der Spannung in der Lastachse (σ_{za}) zur mittleren Spannung unter den Lastbalken ($\lambda_2 = \sigma_{za}/\sigma_o$)

Der letztgenannte Wert kann als Bezugsgröße zur Beurteilung des elastischen Verhaltens entsprechend den Berechnungsergebnissen von RANKE herangezogen werden.

ZUSAMMENSTELLUNG DER SPANNUNGSKENNGRÖSSEN

Es sollen im folgenden aus Gründen der Übersichtlichkeit nur die kennzeichnenden Koeffizienten der Spannungsverteilung (Vergleichsfaktoren) diskutiert werden. Tabellarisch ist auch dies nur für ausgewählte Laststufen möglich. In diesen für die Spannungsverteilung charakteristischen Zahlenwerten spiegeln sich die gesamten Systembedingungen, wobei vorhandene Unterschiedlichkeiten der Einbauverhältnisse die Interpretation teils erschweren.

Tab. (8.7) - Zusammenstellung der Konzentrationskoeffizienten und der Vergleichsfaktoren

Versuch B T H ²⁾	Laststufe (kN/m ²)					
	20			40		
	ν	λ_1	λ_2	ν	λ_1	λ_2
0 1 05	4,11	0,56	1,13	-	-	-
0 2 10	4,16	0,52	0,9	-	-	-
0 1 15	17,20	0,49	0,48	22,94	0,50	0,75
0 2 15	2,23	0,42	0,46	-2,17	0,43	0,62
1 1 05	2,56	0,51	0,64	2,65	0,42	0,61
1 1 10	-3,51	0,61	-	-3,73	0,54	1,37
1 2 10	-2,69	0,49	0,72	-0,89	0,47	0,75
1 1 15	12,82	0,50	0,51	-2,93	0,55	0,80
1 2 15	10,51	0,42	0,53	-1,50	0,43	0,57
2 1 05	2,81	0,58	0,65	3,25	0,45	0,60
2 1 10	2,97	0,63	0,70	2,82	0,52	0,76
2 2 10	-1,62	0,48	0,85	0,25	0,46	0,90
2 1 15	27,36	0,50	0,40	8,2	0,67	0,69
2 2 15	2,57	0,39	0,61	-3,76	0,40	0,75

²⁾ Versuchskennzeichnung siehe z.B. Tab. (7.9a)

VERGLEICHSAKTOR 1 (mittl. Vertikalspannung/Sohlpressung)

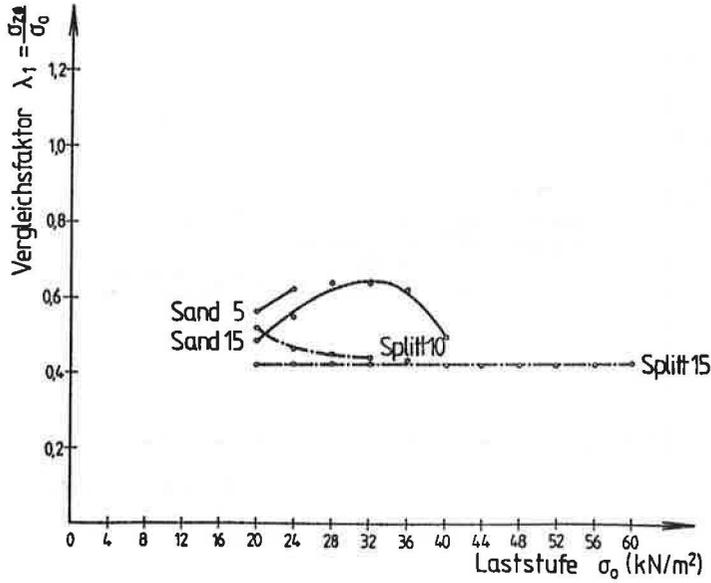


Abb. (8.18a) - Vergleichsfaktor 1 (ohne Bewehrung)

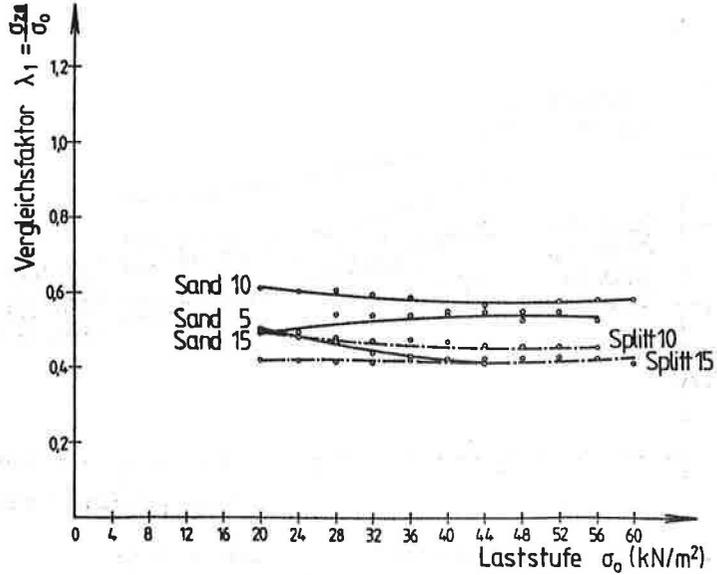


Abb. (8.18b) - Vergleichsfaktor 1 (Gewebebewehrung)

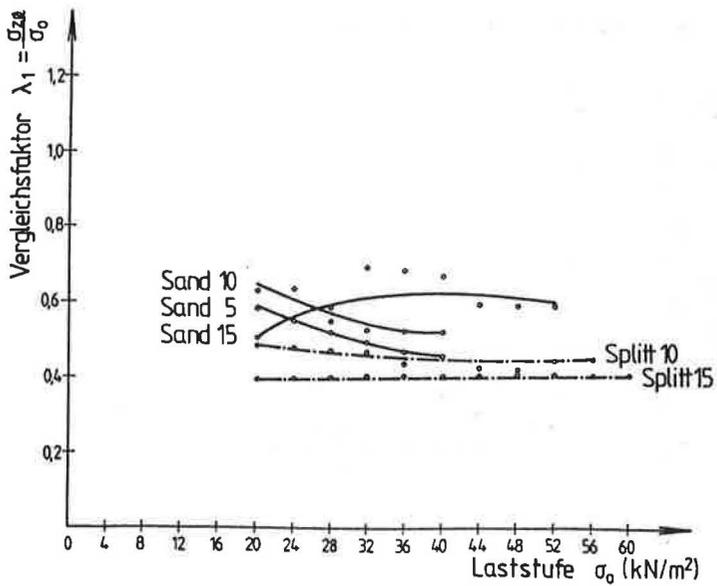


Abb. (8.18c) - Vergleichsfaktor 1 (Vliesbewehrung)

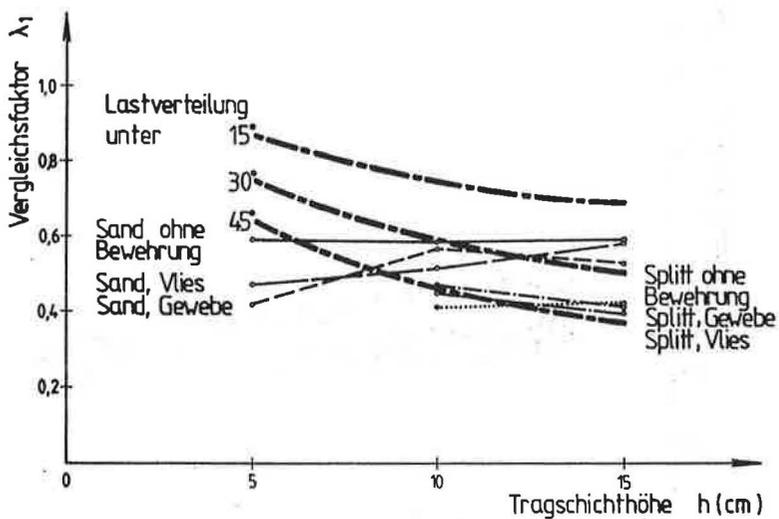


Abb. (8.18d) - Vergleichsfaktor 1 bei Laststufe 40 kN/m²
bezogen auf Winkel der Lastverteilung

VERGLEICHSAKTOR 2 (Vertikalspannung in Achse/Sohlpressung)

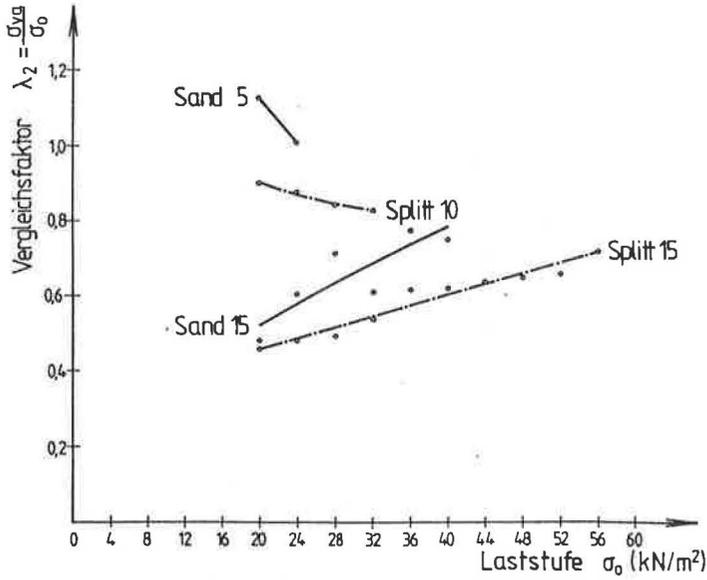


Abb. (8.19a) - Vergleichsfaktor 2 (ohne Bewehrung)

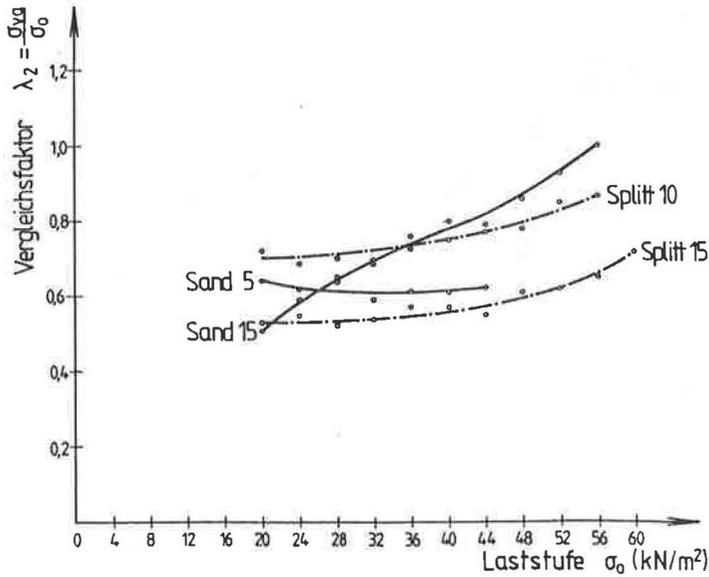


Abb. (8.19b) - Vergleichsfaktor 2 (Gewebebewehrung)

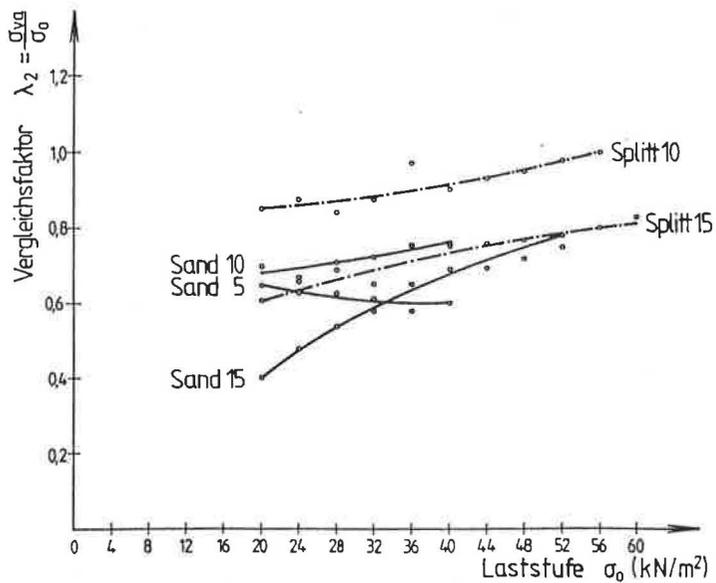


Abb. (8.19c) - Vergleichsfaktor 2 (Vliesbewehrung)

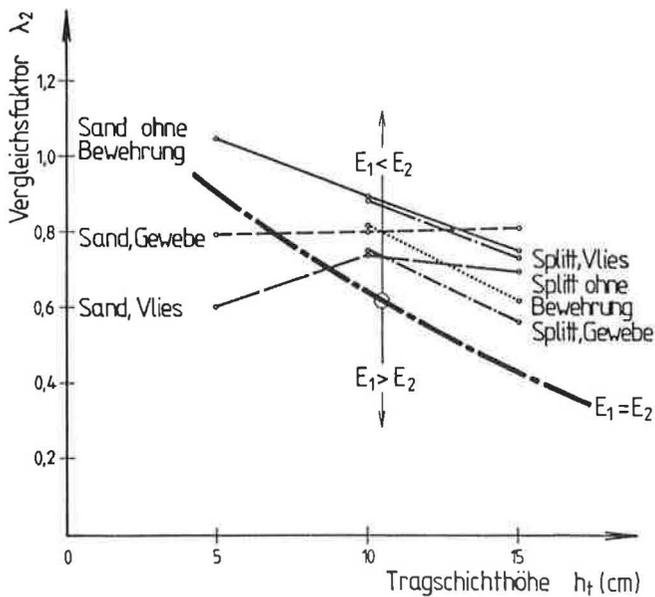


Abb. (8.19d) - Vergleichsfaktor 2 bei Laststufe 40 kN/m² unter Bezuznahme auf elastische Verhältnisse

FOLGERUNGEN

Die Auswertungen zu den Einflüssen auf die Vertikalspannungen in der Schichtgrenze lassen folgende Schlüsse zu:

- (1) Tragschichten mit guter struktureller Verzahnung der Körner (z.B. Splitt) begünstigen die Lastverteilung auch unter plastischen Bedingungen durch offensichtlich reduzierte Fertigkeitsverluste
- (2) Bewehrungseinlagen begünstigen den strukturellen Zusammenhalt der Tragschicht und verbessern die Lastverteilung
- (3) Der Koeffizient der Lastverteilung nimmt mit zunehmender Tragschichthöhe ab. Bei Verhältniswerten $h/b < 0,5$ kann bei bewehrten Tragschichten von einer Lastverteilung (siehe Vergleichsfaktor λ_1) von $30^\circ - 45^\circ$ ausgegangen werden. Für $h/b > 0,5$ sinkt die mittlere Lastverteilung auf unter 30° ab. Bei Splitttragschichten bleibt die Lastverteilung von 45° für alle untersuchten Tragschichthöhen gewährleistet.

Setzungsberechnungen mit einer vereinfachten Lastaufbringung in der Schichtgrenze unter Berücksichtigung der Lastverteilung liefert in der Relation zutreffende Verformungsgrößen. Setzungsvoruntersuchungen werden in der Praxis am Fehlen geeigneter Steifeziffern scheitern.

- (4) Die Größe und Entwicklung des Vergleichsfaktors 2 macht deutlich, daß infolge von Plastifizierungen der Tragschicht nur bei geringen Verhältniswerten der Tragschichthöhe zur Lastkörperbreite die Spannungsverteilung Größenordnungen annimmt, die auf elastisches Verhalten, wie es sich aus den Untersuchungen von RANKE ergibt, schließen läßt. Bereits für mittlere Verhältniswerte von Tragschichthöhe zur Belastungsbreite sinkt der abgeleitete Verhältniswert der Tragschichtsteifigkeit zur Untergrundsteifigkeit unter 1 ab. Hieraus ist zu schließen, daß durch die großen Verformungen des Untergrundes die Tragschicht so desintegriert wird, daß die Wirkung des Zweischichtensystems im plastischen Zustand ungünstiger ist, als diejenige eines elastischen Einschichtensystems. Es wird die Notwendigkeit von zusätzlichen Stabilisierungsbewehrungen in der Tragschicht erkennbar.

8.4 Analyse der Systemverformungen

GRUNDLAGEN

Die Verformung einer belasteten Tragschicht auf weichem Untergrund setzt sich zusammen aus elastischen (reversiblen) und elastoplastischen bzw. plastischen (irreversiblen) Anteilen. Hinzu kommen bei mittel- bis hochplastischen bindigen Böden mit weicher oder breiiger Konsistenz viskoelastische Erscheinungen, welche mit den bekannten Gesetzmäßigkeiten der Bodenmechanik nur begrenzt beschrieben werden können. Bei viskosen Medien erzeugt jede Scherspannung eine unbestimmte Deformation. Zwischen Spannung und Deformation besteht kein definierbarer Zusammenhang. Derartiges Verhalten ist bei weichem bindigen Böden entweder als Konsolidation oder im Vorfeld von Brüchen als Kriechen bekannt.

Das Kriechen wurde in den Versuchen durch die Verringerung der Schubspannungen an den Stirnflächen des Versuchskastens begünstigt. Konsolidationsvorgänge fanden statt beim Auspressen von Wassermolekülen mit teilweiser Umlagerung in die vorhandenen Luftporen.

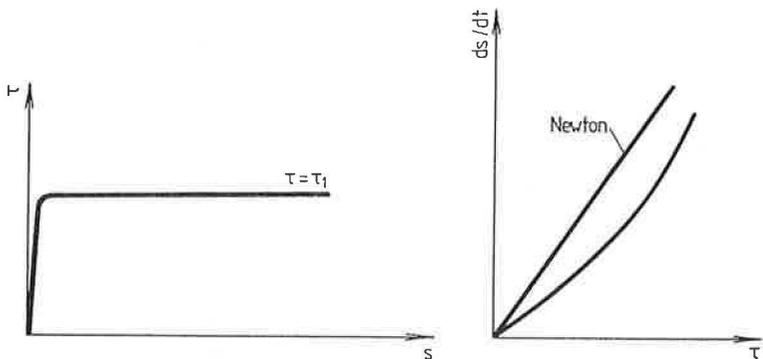


Abb. (8.20) - Zähflüssiges Kriechen mit Deformationsgeschwindigkeit als Funktion der Scherspannung

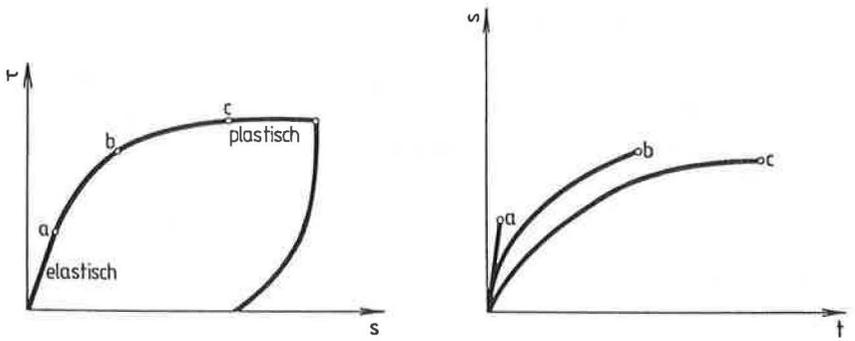


Abb. (8.21) - Verhalten eines plastischen Materials bei Belastung und Entlastung mit zeitlichem Verlauf der Deformation (z. B. Konsolidation)

Aufgrund der zeit- und scherspannungsabhängigen Verformungsvorgänge ist es bei den hier betrachtenden Medien schwierig, zu absoluten Aussagen zu kommen. Da die Versuchsabläufe jedoch vergleichbar sind, haben die ableitbaren Kenngrößen zumindest relativen Aussagegehalt.

HILFSGRÖSSEN DES VERFORMUNGSVORGANGES

Unter einfachen, klar definierten geometrischen Verhältnissen, können die kennzeichnenden Größen eines Belastungsvorganges mit sogenannten direkten Setzungseinflußzahlen verknüpft werden (z.B. nach GRASSHOF oder KANY). Voraussetzung ist dabei, daß sich die Querisotropie und damit die Spannungsverteilung im Rahmen von plastischen Vorgängen nicht ändert. Für ein Zweischichtensystem stellt sich der Zusammenhang dabei wie folgt dar:

$$s = \sigma_o \cdot b \left(\frac{f_{TR}}{E_{TR}} + \frac{f_{UN}}{E_{UN}} \right) \quad (8.24)$$

$f_{TR}, f_{UN} \dots$ Setzungseinflußzahlen für Tragschicht und Untergrund
 $E_{TR}, E_{UN} \dots$ Steifeziffern der Tragschicht bzw. des Untergrundes

Die Kenngröße der Kompressibilität des Untergrundes kann somit für einen festgelegten Zeitpunkt bei gegebenen Spannungsbedingungen und angenommener Tragschichtsteifigkeit (für elastischen oder plastischen Zustand) aus den Versuchsergebnissen rückgerechnet werden.

$$E_{UN} = \frac{f_{UN}}{s / (\sigma_o \cdot b) - f_{TR} / E_{TR}} \quad (8.25)$$

In analoger Weise wird auch die Bettungsreaktion, welche als weitere wichtige Kenngröße gilt, bestimmt.

$$k = \frac{\sigma_o}{s} = \frac{1}{b \left(\frac{f_{TR}}{E_{TR}} + \frac{f_{UN}}{E_{UN}} \right)} \quad (8.26)$$

Entsprechend den obigen Ausführungen sind die üblicherweise als Konstanten in der Verformungsberechnung verwendeten Größen (Steifeziffer bzw. Bettungsmodul) bei Konsolidationsvorgängen und zähplastischem Materialverhalten, nur mehr zeitabhängige Größen.

Tab. (8.8a) - Kenngrößen der Verformung für Erstbelastung

Versuch B T H	f_{TR}	f_{UN}	σ_G KN/m ²	s_G mm	k_1 KN/m ³	E_{UN1} KN/m ²	λ_1	E_m KN/m ²
0 1 05	0,25	0,77	24	38,0	631,6	87,7	0,116	116,2
0 1 10	0,43	0,67	40	51,5	784,3	94,8	0,10	155,3
0 2 10	0,43	0,67	32	48,7	657,1	79,3	0,096	130,1
0 1 15	0,59	0,58	40	51,6	775,2	81,2	0,012	162,8
0 2 15	0,59	0,58	60	51,0	1176,5	123,1	0,636	247,0
1 1 05	0,25	0,77	44	50,7	867,8	120,5	0,111	159,7
1 1 10	0,43	0,67	60	41,2	1456,3	176,8	0,17	288,3
1 2 10	0,43	0,67	56	49,6	1129,0	136,4	0,155	223,5
1 1 15	0,59	0,58	56	38,7	1447,0	152,0	0,155	303,9
1 2 15	0,59	0,58	60	27,3	2197,8	233,1	0,259	461,5
2 1 05	0,25	0,77	40	52,0	769,2	106,7	0,132	141,5
2 1 10	0,43	0,67	40	50,6	790,5	95,6	0,111	156,5
2 2 10	0,43	0,67	56	47,2	1186,4	143,3	0,157	234,9
2 1 15	0,59	0,58	52	45,8	1135,4	119,4	0,124	238,4
2 2 15	0,59	0,58	60	34,8	1724,1	180,6	0,257	362,0

Bezeichnungen:

- σ_G ... Spannung der maximalen Laststufe
 s_G ... max. Setzungsgröße
 k_1 ... Bettungsziffer des Zweischichtensystems für Erstbelastung
 E_{UN1} ... Steifeziffer des Untergrundes für Erstbelastung
 $\lambda_1 = E_{UN1}/E_{UN}$... Verhältnis der Verformungsmoduli der Erstbelastung zum Oedometerwert
 E_m ... mittlerer rechnerischer Verformungsmodul der Erstbelastung für das Zweischichtensystem

Versuchskennzeichnung:

- B ... Bewehrungstyp (0 = keine Bew., 1 = Gewebe, 2 = Vlies)
T ... Tragschichttyp (1 = Sand, 2 = Splitt)
H ... Tragschichthöhe (cm)

Tab. (8.8b) - Kenngrößen der Verformung für Wiederbelastung

Versuch B T H	σ_w kN/m ²	s_w mm	k_2 kN/m ³	E_{UN2} kN/m ²	λ_2	E_{m2} kN/m ²
0 1 05	20	3	6666,6	935,2	1,25	1226,7
0 1 10	32	6,2	5161,3	632,5	0,70	1021,9
0 2 10	-	-	-	-	-	-
0 1 15	28	5,0	5600,0	591,7	0,67	1176,0
0 2 15	32	4,1	7804,9	828,6	0,92	1639,0
1 1 05	32	4,2	7619,0	1070,7	0,97	1401,9
1 1 10	32	4,8	6666,7	820,9	0,82	1320,0
1 2 10	32	4,3	7441,8	907,9	1,03	1473,4
1 1 15	32	4,4	7272,7	783,5	0,80	1527,3
1 2 15	32	3,7	8648,6	919,8	1,02	1816,2
2 1 05	32	5,6	5714,3	800,2	1,0	1051,4
2 1 10	32	6,0	5333,3	654,0	0,76	1055,9
2 2 10	32	5,1	6274,5	764,1	0,84	1242,3
2 1 15	32	5,3	6037,8	646,9	0,67	1267,9
2 2 15	32	3,9	8205,1	871,8	1,25	1723,0

Bezeichnungen:

- σ_w ... Spannung der Wiederbelastung
- s_w ... max. Setzungsgröße der Wiederbelastung
- k_2 ... Bettungsziffer des Zweischichtensystems für Wiederbelastung
- E_{UN2} ... Steifeziffer des Untergrundes für Wiederbelastung
- $\lambda_2 = E_{UN2}/E_{UN}$... Verhältnis der Verformungsmoduli der Wiederbelastung zum Oedometerwert
- E_{m2} ... mittlerer Verformungsmodul der Wiederbelastung für das Zweischichtensystem

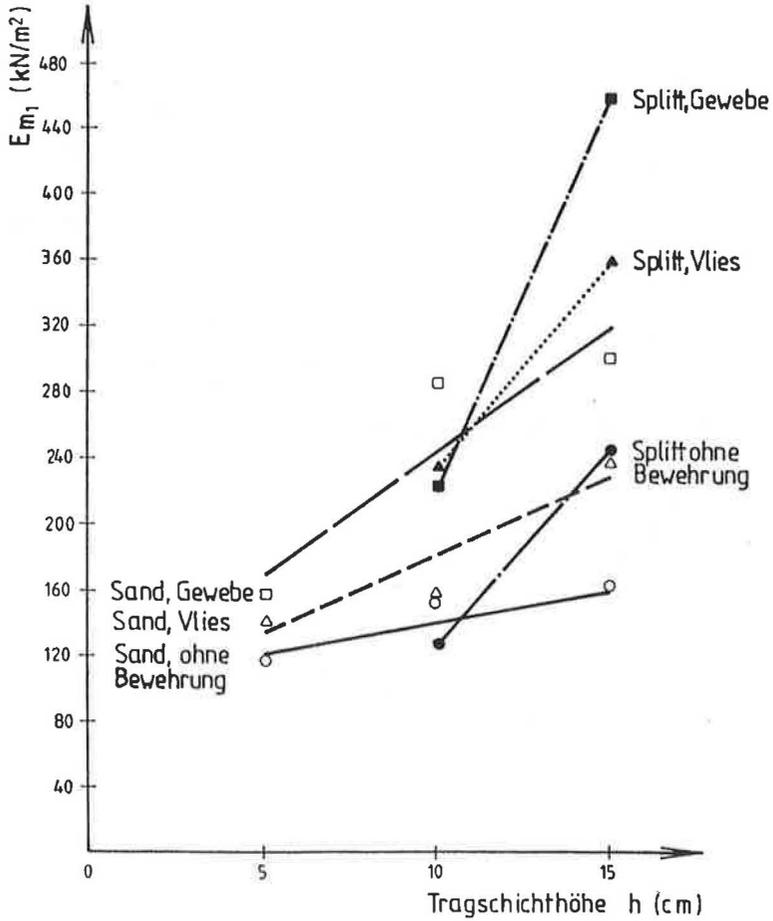


Abb. (8.22) - Mittlere Systemverformungsmodul bei Erstbelastung

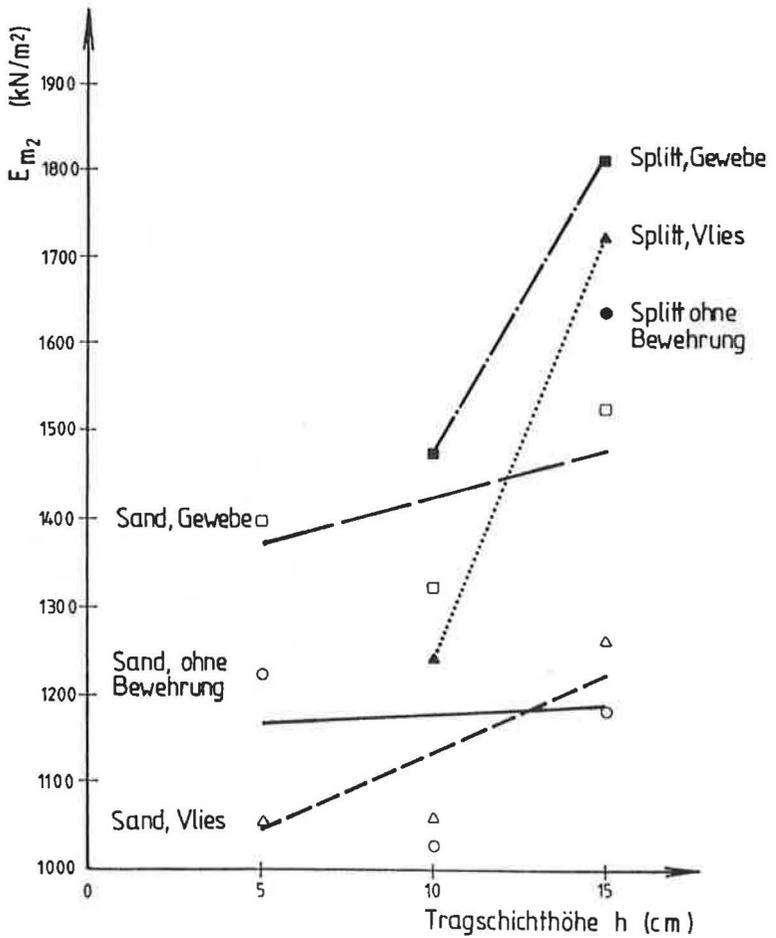
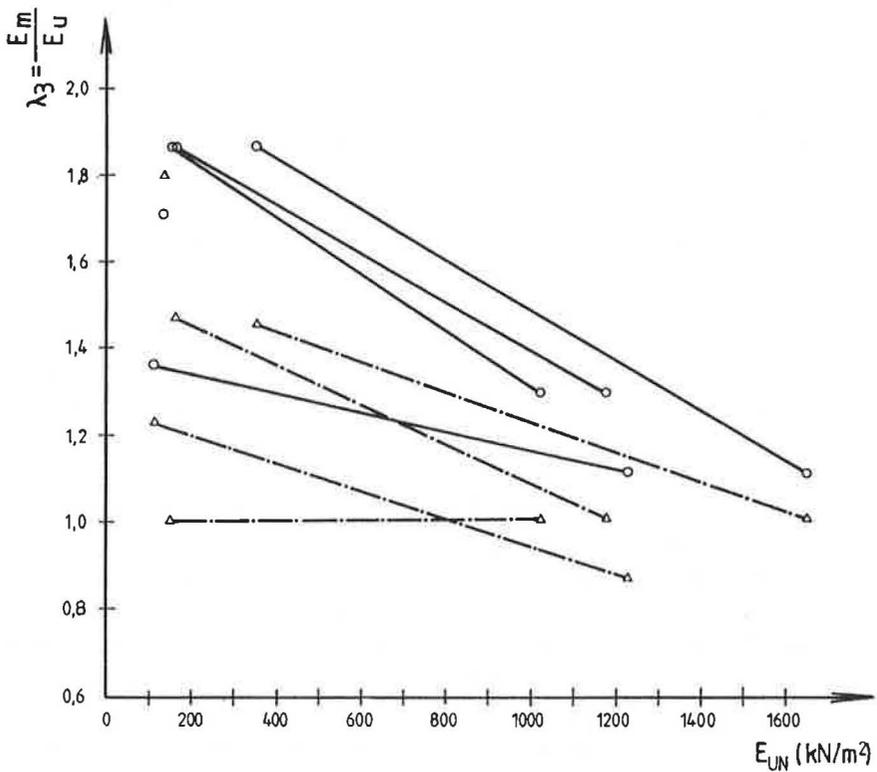


Abb. (8.23) - Mittlerer Systemverformungsmodul bei Wiederbelastung



- Gewebebewehrung
- · — Vliesbewehrung
- aus Entlastung
- △ aus Wiederbelastung

E_m ... mittlere Steifigkeit des bewehrten Systems
 E_u ... mittlere Steifigkeit der unbewehrten Systeme

Abb. (8.24) - Einfluß von Bewehrungseinlagen für unterschiedliche Steifigkeiten des Untergrundmaterials

FOLGERUNGEN

Rein qualitativ wird festgestellt, daß sich die Systeme mit Splitt-tragschicht deutlich geringer verformen, als die Systeme mit Sand-tragschicht. Unter Einbeziehung der Erkenntnisse aus der Spannungsauswertung wird dies darauf zurückgeführt, daß die Splitttragschicht infolge besserer Verzahnung der Körner auch bei großen Verformungen nur geringere Verluste an Festigkeit erleidet und damit eine bessere Verteilung der Spannungen bewirkt.

Der verformungsreduzierende Effekt von geotextilen Einlagen wird durch größere Tragschichthöhen und bessere Reibungseigenschaften der Tragschicht begünstigt. Der Wirkungsgrad von Bewehrungen nimmt jedoch mit zunehmender Eigensteifigkeit der Weichschicht so stark ab, daß bei Steifigkeiten von $E_{UN} > 1500 \text{ kN/m}^2$ (bei Gewebe) bzw. $> 1000 \text{ kN/m}^2$ (bei Vlies) keine nennenswerter Effekt mehr erwartet werden kann.

Die verformungsreduzierende Wirkung der Bewehrung hat ihren Ursprung in der Verbesserung der Spannungsverteilung in der plastifizierten Tragschicht und damit der Reduzierung von Plastifizierungen im Untergrund. Da diese Effekte auf Schubwirkungen zwischen Tragschicht und Bewehrung basieren und horizontale Verformungen der Böden erfordern, setzen bei Vliesbewehrung die verbessernden Effekte später ein. Es kann letztlich davon ausgegangen werden, daß der Einsatz von Bewehrungen bzgl. der Verformungen eine ähnliche Wirkung hat, wie die Verwendung von größerem, schubfesteren Tragschichtmaterial (z.B. Schotter). Die üblicherweise zu fordernde Trennwirkung der Einlagen ist hiervon unabhängig zu betrachten.

Es sei darauf hingewiesen, daß sich nur bei den gegebenen Verhältnissen mit begrenzter Untergrundmächtigkeit eine Spannungsverteilung auch langfristig im Sinne einer Setzungsreduzierung auswirkt. Bei größerer Mächtigkeit der Weichschichten wird dies zumindest bei steifenförmiger Belastung nicht der Fall sein.

8.5 Betrachtungen zum Tragverhalten

Die durchgeführten Zweischichtenbodenversuche konnten nicht bis zum "totalen Bruch" (Versinken ohne Laststeigerung) geführt werden. Die Plastifizierung bzw. das Versagen der Tragschicht wird hier nicht mit den Begriffen "Grenztragfähigkeit" oder "Bruch" bezeichnet.

Es werden im Folgenden als praktische Anwendung der theoretischen Untersuchungen die rechnerischen Traglastgrößen für die Versuchsbedingungen angegeben. Einzelne Versuche wiesen deutlich die Anzeichen des Durchstanzens der Tragschicht auf, was jedoch entsprechend den hier aufgezeigten Berechnungen noch nicht als das Erreichen des absoluten Grenzzustandes zu werten ist. Mögliche Unschärfen bei den zugrundegelegten Festigkeitsparameter können nicht ausgeschlossen werden. Aufgrund der Vielzahl von Versuchen erscheint es sinnvoll, die Ergebnisse der unterschiedlichen Rechengänge in tabellarischer Form aufzulisten.

Tab. (8.9a) - Gesamttragfähigkeit der unverformten undrainierten Versuchssysteme

Versuch B T H	$c_{UN,U}$ kN/m ²	s_c	α_c	σ_{zF} kN/m	Z_{sch} kN/m
0 1 05	11,5	0,45	1,11	65,78	-
0 1 10	12,0	0,45	1,22	75,58	-
0 2 10	11,7	0,60	1,30	78,20	-
0 1 15	12,0	0,45	1,33	82,52	-
0 2 15	12,3	0,60	1,45	91,70	-
1 1 05	14,0	0,8	1,20	86,38	1,07
1 1 10	13,5	0,8	1,40	97,18	1,20
1 2 10	12,0	0,8	1,40	86,37	1,07
1 1 15	12,5	0,8	1,60	102,83	1,28
1 2 15	12,2	0,8	1,60	100,36	1,25
2 1 05	11,7	0,8	1,20	72,19	0,99
2 1 10	11,9	0,8	1,40	85,65	1,06
2 2 10	12,2	6,8	1,40	87,82	1,09
2 1 15	12,4	0,8	1,60	102,00	1,26
2 2 15	11,0	0,8	1,60	90,49	1,12

Versuchskennzeichnung:

B ... Bewehrungstyp (0 = keine Bew.; 1 = Gewebe; 2 = Vlies)

T ... Tragschichttyp (1 = Sand; 2 = Splitt)

H ... Tragschichthöhe (cm)

$c_{UN,U}$... undrainierte Kohäsion der Weichschicht

s_c, α_c ... Koeffizienten der Festigkeitserhöhung infolge Zweischichtenaufbau und Bewehrung

σ_{zF} ... Bruchspannung des Zweischichtensystems

Z_{sch} ... Bewehrungszugkraft infolge Schubkrafteffekt

Tab. (8.9b) - Gesamttragfähigkeit der Versuchssysteme im tatsächlichen Drainierungszustand

Versuch B T H	$\text{red}\varphi_{UN}$ °	c_{UN} ¹ kN/m ²	s_c	a_c	σ_{UNr} kN/m ²	σ_{zr} kN/m ²	Z_{sch} kN/m
0 1 05	13,3	7,2	-	1,0	73,1	73,1	-
0 1 10	12,3	7,7	-	1,0	74,3	74,3	-
0 2 10	14,3	7,5	-	1,15	79,9	91,9	-
0 1 15	14,0	7,7	-	1,00	80,8	80,8	-
0 2 15	15,0	8,0	-	1,20	88,0	105,0	-
1 1 05	15,0	9,0	2,07	1,52	99,0	150,5	1,87
1 1 10	15,5	8,5	2,07	2,03	95,6	194,5	2,41
1 2 10	15,8	7,8	2,24	2,12	88,9	188,5	2,34
1 1 15	14,7	8,2	2,09	2,57	89,0	228,5	2,84
1 2 15	14,3	8,0	2,06	2,54	85,2	216,8	2,69
2 1 05	13,8	7,3	2,05	1,51	75,9	114,6	1,42
2 1 10	13,1	7,6	1,94	1,97	76,4	150,5	1,87
2 2 10	13,7	8,0	1,99	1,99	82,8	164,8	2,05
2 1 15	15,2	8,2	2,15	2,61	91,0	237,5	2,95
2 2 15	13,4	6,6	2,03	2,52	67,3	169,6	2,11

- $\text{red}\varphi_{UN}$ ¹ ... wirksame drainierte Reibung unter Berücksichtigung des Porenwasserdruckanteils
- c_{UN} ¹ ... drainierte Kohäsion
- s_c, a_c ... Koeffizienten der Tragfähigkeitserhöhung infolge Zweischichtenaufbau und Bewehrung
- $\sigma_{UNr}, \sigma_{zr}$... Bruchspannung des Untergrundes bzw. des Zweischichtensystems
- Z_{sch} ... Bewehrungszugkraft infolge Schubkrafteffekt

Tabelle (8.9c) - Membrantragwirkung

Versuch B T H	s_{max} mm	ϵ_{mem} %	Z_{mem} kN/m	σ_{mem} kN/m ³	s_{grenz} mm
UNDRAINIERT					
1 1 05	50,7	2,57	5,13	22,2	17
1 1 10	41,2	2,57	5,13	22,2	17
1 2 10	49,6	2,77	5,5	24,3	18
1 1 15	38,7	2,77	5,5	24	18
1 2 15	27,3	2,77	5,5	24	18
2 1 05	52,0	19,2	3,33	28,1	-
2 1 10	50,6	18,5	3,26	27,0	-
2 2 10	47,2	16,3	3,03	23,8	-
2 1 15	45,8	15,5	2,97	23,3	-
2 2 15	34,8	9,4	1,95	14,2	-
DRAINIERT					
1 x xx	xx,x	1,71	3,43	13,3	13
2 x xx	wie undrainiert				

- s_{max} ... maximale gemessene Setzung
 ϵ_{mem} ... Bewehrungsdehnung
 Z_{mem} ... Bewehrungszugkraft infolge Membraneffekt
 σ_{mem} ... zusätzliche Membrantragspannung
 s_{grenz} ... rechnerische Grenzsetzung

Die angegebenen Grenzwerte der Membrantragwirkung ergeben sich aufgrund der vorgegebenen Einbindelängen der Bewehrung. Bei größeren Verformungen verbessert sich die Membrantragwirkung bei gleichbleibender Bewehrungsbeanspruchung weiter.

Tab. (8.9d) - Tragschichttragfähigkeit und Gesamttragfähigkeit

Versuch B T H	Tragschichttragfähigkeit		Gesamttragfähigkeit		Bruch- sicherheit η	
	α_b	σ_{TRF}	undrai- niert	drai- niert	undrai- niert	drai- niert
	kN/m ²		kN/m ²	kN/m ²		
0 1 05	-	-	65,8	73,1	2,74	3,04
0 1 10	-	-	75,6	74,3	1,89	1,86
0 2 10	-	-	78,2	91,3	2,85	2,85
0 1 15	-	-	82,5	80,8	2,06	2,02
0 2 15	-	-	91,7	105,6	1,53	1,76
1 1 05	>20	>1000	108,6	172,7	2,71	4,32
1 1 10	10	786,6	119,4	216,7	1,99	3,61
1 2 10	>20	>1000	110,7	212,8	1,97	3,8
1 1 15	1,32	103,8	(126,6)	(252,5)	1,85	1,85
1 2 15	1,65	191,9	124,3	(240,8)	2,07	3,20
2 1 05	>20	>1000	100,2	142,7	3,57	3,57
2 1 10	10	786,6	112,6	177,5	2,81	4,44
2 2 10	>20	>1000	111,6	188,6	3,37	3,37
2 1 15	1,32	103,8	(125,3)	(260,7)	1,99	2,0
2 2 15	1,65	191,9	104,5	183,8	1,74	3,0

- α_b ... Koeffizient der Traglaststeigerung der Tragschicht
 σ_{TRF} ... Grenzbeanspruchung der Tragschicht
 σ_{zm} ... maßgebliche Grenzbeanspruchung des Zweischichtensystems
 η ... vorhandene Sicherheit der rechnerischen Belastbarkeit gegenüber der aufgetragenen Sohlspannung

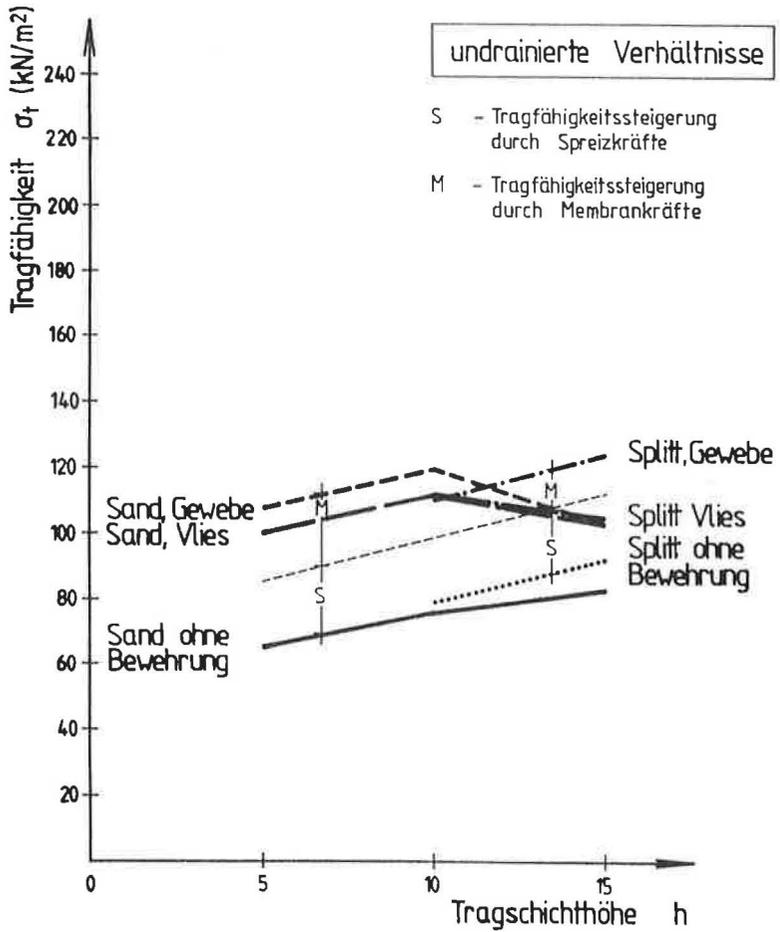


Abb. (8.25a) - Rechnerische Systemtragfähigkeit bei undrainierten Versuchsbedingungen

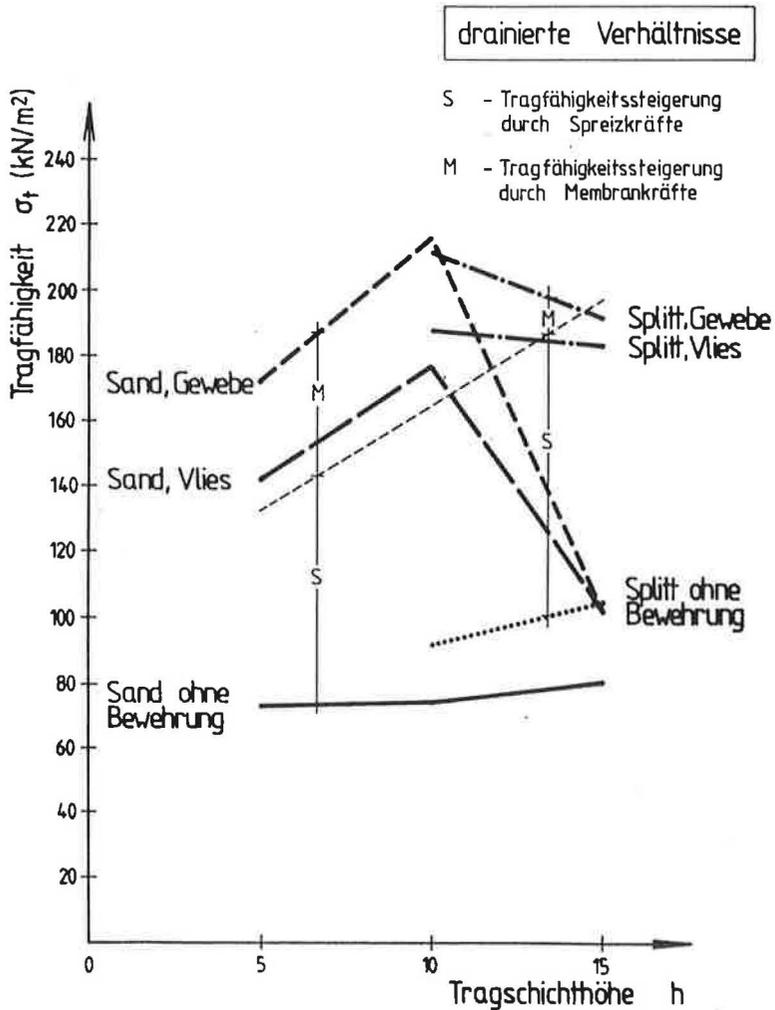


Abb. (8.25b) - Rechnerische Systemtragfähigkeit bei drainierten Versuchsbedingungen

FOLGERUNGEN

Entsprechend den zusammengestellten Berechnungsergebnissen ergeben sich für die durchgeführten Versuche Tragfähigkeiten zwischen 60 und 120 kN/m² (für undrainierte Bedingungen) und zwischen 80 und 220 kN/m² (für drainierte Bedingungen), wobei der Traglastanteil aus Membrantragwirkung etwa 15 - 25 kN/m² (20 % - 25 % der Gesamttragfähigkeitserhöhung) beträgt. Die hauptsächliche Tragfähigkeitserhöhung resultiert aus den Spreizkrafteffekten entlang der Bewehrung.

Die rechnerischen Bruchlasten liegen um einen Sicherheitsfaktor von 1,5 bis 3,5 über den maximal aufgetragenen Spannungen der Versuche. Dies macht deutlich, daß weder das Durchstanzen der Tragschicht, noch große Gesamtverformungen bei den gegebenen Systembedingungen als Indiz für das Gesamtversagen gewertet werden kann. Andererseits müssen Systeme bereits als unbrauchbar bezeichnet werden, lange bevor die Traglast erreicht ist. Größenordnungen der erforderlichen Sicherheit von 2 bis 3 sind unter derartigen Verhältnissen empfehlenswert.

Die sich im Zusammenhang mit den Membraneffekten ergebenden Geotextildehnungen (für Gewebe 2,5 - 2,8 %; für Vliese 15 - 19 %) liegen praktisch immer über denjenigen, welche zur Aktivierung der Zugkräfte des Schubkrafteffektes erforderlich sind. Die Verformungen aus Membrantragwirkung sind deshalb bezüglich des Vergleichs mit den gemessenen Größen maßgeblich und entsprechen gut den gemessenen Maximalgrößen. Zusätzliche Membrankräfte wären hier nur bei größeren Einbindelängen möglich gewesen. Die Übereinstimmung der Dehnungen ist auf die Begrenzung der Zugkräfte durch die Einbindelänge zurückzuführen.

9. BEISPIEL FÜR DIE TRAGFÄHIGKEITSUNTERSUCHUNG EINER BEWEHRTEN UNGEBUNDENEN TRAGSCHICHT

Unter Verwendung der in den zurückliegenden Abschnitten aufgezeigten theoretischen Zusammenhänge wurden für Fahrstraßen und einen Kompostplatz auf Torfuntergrund Tragfähigkeitsuntersuchungen ausgeführt. Im folgenden sollen die wichtigsten Bemessungsgrößen für das Beispiel des Kompostplatzes kurz zusammengefaßt werden.

Tab. (9.1) - Kennzeichnende Daten des Zweischichtensystems für einen Kompostplatz

Bauliche Gesichtspunkte	Eckdaten
UNTERGRUND	
Material	Torf, nicht vorbelastet
Festigkeitsparameter	
- drainiert	$\varphi_{UN}^i = 20^\circ$ $c_{UN}^i = 5 \text{ kN/m}^2$
- undrainiert	$c_{UN,u} = 10 \text{ kN/m}$
TRAGSCHICHT	
Material	Kies
Festigkeitsparameter	$\varphi_{TR}^i = 40^\circ$ $c_{TR}^i = 0 \text{ kN/m}^2$
Tragschichthöhe	0,5 m (Zwischenbauzustand) 1,1 m (Endzustand)
BELASTUNG	
Art	LKW-Fahrbetrieb (LKW 30)
Last des Einzelrades	50 kN
Sohlspannung	255 kN/m ² (D = 0,5 m) verformb. Tragschicht 700 kN/m ² (D = 0,3 m) unverformb. Tragschicht

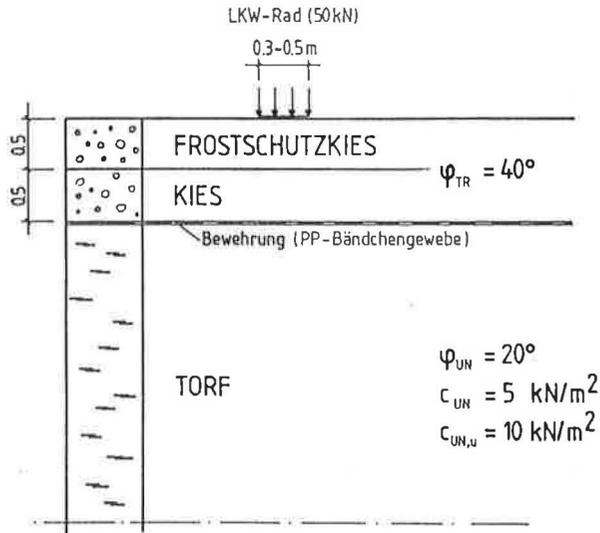


Abb. (9.1) - System des Zweischichtensystems für einen Kompostplatz

Vom Bauherrn war vorgesehen, auf eine geotextile Bewehrung zunächst eine Kiesschicht mit 0,5 m Dicke aufzubringen, welche mit schweren Lastkraftfahrzeugen (LKW 30) befahrbar sein sollte. Über diese Kiesschicht wurde zu einem späteren Zeitpunkt eine 0,5 m dicke Frostschutzschicht geschüttet, deren Oberfläche mit Verbundsteinen befestigt wurde. Die Notwendigkeit zur Tragfähigkeitserhöhung des Zweischichtensystems bestand während der Herstellungsphase. Die ursprünglich vorhandene Grasnarbe war bereits zu einem früheren Zeitpunkt entfernt worden.

TRAGFÄHIGKEIT DES UNBEWEHRTEN ZWEISCHICHTENSYSTEMS

Für das unbewehrte Zweischichtensystem ist das Gesamtversagen mit Durchstanzen der Tragschicht und das Mehrschichtenversagen nachzuweisen. Letzteres erfolgt entsprechend DIN 4017, Teil 1 mit einem Berechnungsprogramm. Das Systemversagen mit Durchstanzen der Tragschicht kann gemäß Gleichung (3.1) nachgewiesen werden. Die sich ergebende Sicherheit von 0,49 macht die Notwendigkeit des Einbaues einer Bewehrung deutlich.

- Gleichung zum Nachweis des Systemversagens (mit Durchstanzen der Tragschicht)

$$\sigma_{of} = c_{UN,u} N_c v_c \alpha_c$$

mit

N_c, v_c ... gemäß DIN 4017

$$\alpha_c = 1 + s_c (\varphi_{TR}, c_{UN}) h/b$$

$$s_c = \frac{\varphi^*}{10 + 0,45 c_{UN} + \varphi^*}$$

$$\varphi^* = \varphi_{TR} - 25$$

Tab. (9.2) - Kennzeichnende Daten für die Tragfähigkeitsuntersuchung des unbewehrten Zweischichtensystems

Kenngröße	Benennung	Untergrundbedingung undrainiert
VERSAGEN MIT DURCHSTANZEN		
c_{UN}	kN/m ²	10
N_c		5,14
v_c		1,2
s_c		0,5
α_c		2,02
σ_{of}	kN/m ²	124,6
MEHRSCHICHTENVERSAGEN		
σ_{of}	kN/m ²	175,7
SICHERHEIT		
η		0,49

TRAGFÄHIGKEIT DES BEWEHRTEN ZWEISCHICHTENSYSTEMS

Im Zusammenhang mit der Tragfähigkeitsuntersuchung des bewehrten Zweischichtensystems ist der Nachweis der Gesamttragfähigkeit mit Durchstanzen innerhalb der Tragschicht und der Tragfähigkeit bei Tragschichtversagen zu führen. Für das Gesamtversagen werden die Fälle eines drainierten und eines nichtdrainierten Untergrundes unterschieden, wobei bei Torf erfahrungsgemäß von einem geringen Porenwasserdruckanteil ($< 30\%$) ausgegangen werden kann.

- Gleichungen zum Nachweis der Gesamttragfähigkeit

$$\sigma_{of} = c_{UN} N_c v_c (1 + s_c h/b)$$

mit

$$s_c = 1,1 - 0,02 c_{UN} + (24 - 0,8 c_{UN}) \tan^2 \varphi_{UN}$$

c_{UN}, φ_{UN} ... Festigkeitsparameter des Untergrundes

N_c, v_c ... gemäß DIN 4017

- Gleichungen zum Nachweis der Tragfähigkeit bei Tragschichtversagen

$$\sigma_{TRF} = \gamma_{TR} b N_b v_b \alpha_b$$

mit

$$\alpha_b = 1 + \frac{0,4}{h^*} e^{-3\gamma h^*}$$

$$h^* = \frac{h}{b \tan \varphi_{TR}} - 0,8$$

γ_{TR} ... Wichte des Tragschichtmaterials

φ_{TR} ... Reibungswinkel des Tragschichtmaterials

b ... Breite der Belastung

N_b, v_b ... gemäß DIN 4017 (als Funktion von φ_{TR})

Tab. (9.3) - Kennzeichnende Daten für die Tragfähigkeitsuntersuchung
des bewehrten Zweischichtensystems

Kenngröße		Eckdaten	
GESAMTVERSAGEN		drainiert	undrainiert
φ_{UN}	°	20	0
c_{UN}	kN/m ²	5	10
N_c		15	5,14
v_c		1,41	1,20
s_c		2,43	0,9
h/b		2	2
σ_{of}	kN/m ²	619,7	172,7
TRAGSCHICHTVERSAGEN		eine Bewehrung	zwei Bewehrungen
γ_{TR}	kN/m ³	19	19
N_b		53	53
v_b		0,7	0,7
α_b		1,002	1,3
σ_{TRF}	kN/m ² für $\beta = 0,5$	211,5	274,9
		$\beta = 0,5$	352,5
BEWEHRUNGSKRAFT			
Z	kN/m	3,75	-
SICHERHEIT DES SYSTEMS			
σ_f	kN/m ²	352,5	458,2
η		ca. 1,38	ca. 1,8

Es zeigt sich, daß unter Zugrundelegung eines Porenwasserdruckanteiles im Torf von $< 30 \%$ das Tragschichtversagen maßgeblich ist. Mit einlagiger Bewehrung ergibt sich eine Sicherheit von etwa 1,4, welche durch Einbau einer zweiten Bewehrungslage auf 1,8 erhöht werden kann. Aufgrund der Tatsache, daß das Tragschichtversagen maßgeblich ist, kann durch Berücksichtigung von vertikalen Systemverformungen keine zusätzliche Erhöhung der Tragfähigkeit realisiert werden.

Auf der Baustelle wurde als Bewehrung ein PP Bändchengewebe eingebaut. Die Herstellung und Befahrung der Tragschicht konnte problemlos erfolgen. Mit dem beschriebenen baulichen Vorgehen wurde eine insgesamt 4800 m^2 große Kompostplatzfläche erstellt, welche bislang praktisch keine Setzungsdifferenzen aufweist.

10. SCHLUSSBETRACHTUNG

Das im Rahmen der vorliegenden Arbeit betrachtete Zweischichtensystem mit einer breiten Bewehrungseinlage in der Schichtgrenze (Schichtgrenzenbewehrung) ist zu unterscheiden vom Zweischichtensystem mit mehrfacher Stabilisierungsbewehrung in der Tragschicht. Die Besonderheit des Systems liegt darin, daß durch die Schichtgrenzenbewehrung eine ausgeprägte Erhöhung der sogenannten 'Gesamttragfähigkeit' erzielt wird, deren Wirksamwerden jedoch infolge eines 'Tragschichtversagens' oberhalb der Bewehrung eingeschränkt ist. Es zeichnet sich weiterhin dadurch aus, daß die großen Systemsverformungen zu einer Plastifizierung der Tragschicht führen, ohne daß die Bewehrung diesbezüglich stabilisierend wirkt.

Im Zusammenhang mit der Untersuchung der Tragfähigkeit von unbewehrten und einfach bewehrten Zweischichtensystemen wurde auf ein Traglastverfahren mit kinematischen Diskontinuitätsflächen zurückgegriffen. Das Verfahren ermöglichte die Untersuchung von Bruchvorgängen wobei der Nachweis in jeweils 2 grundlegende Versagensmechanismen (Tragschichtversagen oder Mehrschichtengrundbruch und Gesamtversagen mit Ausweichen von Bodenbereichen oberhalb und unterhalb der Bewehrung) aufgegliedert werden mußte. Nach Durchführung von Serienberechnungen konnten einfache ingenieurmäßig einsetzbare Bemessungsgleichungen für das Traglastproblem abgeleitet werden.

Da die kinematischen Tragfähigkeitsuntersuchungen nur am ebenen unverformten System durchgeführt wurden, war es erforderlich die Auswirkungen der Belastungsform durch geeignete Analogiebetrachtungen einzubeziehen und die aus Vertikalverformungen resultierenden Membraneffekte mit einem gesonderten Ansatz zu berücksichtigen. Während durch den Schubkrafteffekt bei Verlängerung der neutralen Scherfugen entlang der Schichtgrenzenbewehrung Tragfähigkeitssteigerungen um bis zu 100 % und mehr erzielt werden, ergeben sich aus 'Membraneffekten' bei üblichen Vertikalverformungen Traglastserhöhungen in Größenordnungen von 20 - 25 %. Durch das Versagen der Tragschicht oberhalb der Bewehrung werden die Verbesserungen jedoch vielfach neutralisiert.

Die theoretischen Betrachtungen zur Tragfähigkeit des Zweischichten-systems konnten durch starrplastische Modellversuche ('Schneebeli'-Modell) bestätigt werden.

Mit einem ebenen Zweischichtenbodenmodell war festzustellen, daß eine Schichtgrenzenbewehrung eine homogenisierende und lastverteilende Wirkung hat, was sich jedoch bei ebenen Verhältnissen kaum in einer Reduzierung der elastischen Setzungsgrößen niederschlägt. Eine Spannungs- und Verformungsberechnung mit elastischen Gesetzmäßigkeiten ist auch bei großen Traglastreserven infolge von Plastifizierungen der Tragschicht nicht realistisch. Durch die Lastverteilung und Lastumlagerung werden Plastifizierungen verzögert, so daß im 'Vorbruchzustand' Verformungsreduzierungen stattfinden können. Bei geotextilen Vliesbewehrungen ist dieser Effekt aufgrund der Tatsache, daß Schubkräfteintragungen von vorneherein größere horizontale und vertikale Verformungen erfordern, nur in abgeschwächtem Umfang erkennbar.

AUSBLICK

Aus den Untersuchungen wird deutlich, daß in konstruktiver Hinsicht ein optimal wirksames bewehrtes Tragschichtsystem auf weichem Untergrund erst dadurch geschaffen wird, daß einerseits die für die Erhöhung der Gesamttragfähigkeit wichtige Schichtgrenzenbewehrung (mit breiter Ausdehnung) eingebaut wird und andererseits durch Stabilisierungsbewehrungen in der Tragschicht sichergestellt wird, daß diese nicht infolge Plastifizierens ihre primär im elastischen Zustand günstigen Eigenschaften verliert.

Für ein derartiges Tragschichtsystem können die Ansätze zur Tragfähigkeit, wie sie im Rahmen dieser Arbeit aufgezeigt wurden, Anwendung finden. Der Bewehrungsabstand der Stabilisierungsbewehrung in der Tragschicht kann nicht nur entsprechend den Gesichtspunkten des Tragschichtversagens festgelegt werden, sondern sollte gleichzeitig die Plastifizierung der Tragschicht minimieren. Falls bewehrte Tragschichten entsprechend diesen Gesichtspunkten konstruiert werden, so lassen sich dadurch Systeme schaffen, welche ggf. mit den bekannten elastischen Ansätzen beschreibbar sind. Inwieweit derartige Systeme auch in der Praxis Bedeutung haben, wurde nicht geklärt und hängt sicherlich primär von wirtschaftlichen Gesichtspunkten ab.

LITERATUR

- ANDRAWES, K.Z.; MC GOWN, A.; WILSON-FAHMY, R.F.; MASHHOUR, M.M. (1982): The Finite Element Method of Analysis Applied to Soil-Geotextile Systems, Las Vegas: Second International Conference of Geotextiles, 1982
- BARKSDALE, R.; ROBNETT, Q.; LAI, J.; ZEEVAERT-WOLFF, A. (1982): Experimental and Theoretical Behaviour of Geotextile Reinforced Aggregate Soil Systems. Las Vegas: Second International Conference of Geotextiles, 1982
- BAUER, A.; PREISSNER, H. (1988): Bestimmung der Reibungs- und Dehnungseigenschaften von Geotextilien unter Bodeneinbaubedingungen. Mitteilung des Lehrstuhls und Prüfamts für Grundbau, Bodenmechanik und Felsmechanik der Technischen Universität München, Heft 11, 1988
- BOURDEAU, P.L.; HARR, M.E. AND HOLTZ, RD. (1982): Soil-Fabric Interaction - An Analytical Model. Las Vegas: Second International Conference of Geotextiles, 1982
- BURMISTER, D.M. (1945): The General Theory of Stresses and Displacements in Layered Systems. Philadelphia, Penn. J. Applied Phys. 16
- DRUCKER, D.C.; GREENBERG, H.J.; PRAGER, W. (1952): Extended Limit Design Theorems of Continuous Media. Q. Appl. Math. 9
- DIN 4017, Teil 1 (1979): Baugrund, Grundbruchberechnungen von lotrecht mittig belasteten Flachgründungen
- FLOSS, R.; LAIER, H.; VOGEL, W. (1984): Berechnungsmodelle für Verbundsysteme mit Geotextilien als Zugbewehrung in Böden. Mainz: 1. Nationales Symposium Geotextilien im Erd- und Grundbau, 1984
- FRÖHLICH, O.K. (1934): Druckverteilung im Baugrunde. Wien, Springer Verlag

- GIROUD, J.P.; NOIRAY, L. (1981): Geotextile - Reinforced Unpaved Road Desing. ASCE Journal of the Geotechnical Engineering Division Vol 107, 1981
- GRAF, B.; GUDEHUS, G.; VARDOULAKIS, I. (1986): Grundbruchlast von Rechtecksfundamenten auf einem geschichteten Boden. Bauingenieur 1/1986
- GUDEHUS, G. (1980): Materialverhalten von Sand. Neuere Erkenntnisse. Bauingenieur 55
- GRYCMANSKI, M.; SEKOWSKI, J. (1986): A Composit Theory Application For Analysis of Stresses in a Subsoil Reinforced by Geotextile. Wien: III. Internationaler Geotextil Kongreß 1986
- GUIDO, V.A.; BIESIADECKI, G.L.; SULLIVAN, M.J. (1977): Bearing Capacity of a Geotextile-Reinforced Foundation. Paris: C.R. Coll. Int. Sols Textiles 1977
- GUSSMANN, P. (1982): Application of the Kinematical Element Method to Collapse Problems of Earth Structures. Delft: Symp. on deformation and failure of granular materials 1982
- HALIBURTON, T.A. and LAWMASER, J.D. (1981): Experiments in Geotechnical Fabric-reinforced Soie behavior. ASTM Geotechnical Testing Journal 4/1981
- HILL, R. (1964): Theory of mechanical properties of fibre-strengthened materials: I. Elastic Behaviour. J. Mech. Phys. Solids 1964, Vol. 12
- JELINEK, R.; RANKE, A. (1970): Berechnung der Spannungsverteilung in einem Zweischichtensystem. Die Bautechnik 2/1970
- KEZDI, A. (1973): Handbuch der Bodenmechanik, Band 1 bis 4. Akademiai Kiado, Budapest
- KINNEY, T. (1982): Small Scale Load Tests on a Soil-Geotextile-Aggregate System. Las Vegas: Second International Conference on Geotextiles 1982

- KÖTTER, F.; (1903): Die Bestimmung des Druckes an gekrümmten Gleitflächen. Sitzungsbericht Königl. Preuß. Akad. d. Wissenschaften, Berlin
- MC. GOWN, A.; ANDRAWES, K.Z.; AL-HASANI, M.M.; (1978): Effect of Indus on Properties and Behaviour of Soil. Research in Geotechnics series, Univ. of Strathclyde, Glasgow
- MEYERHOF, G.G. (1974): Ultimate Bearing Capacity of Footings on Sand Overlaying Clay. Canad. Geot. Journ. Vol. 11, No. 2
- NIEWENHUIS, J.D. (1977): Membranes and the Bearing Capacity of Roadbases. Paris: C.R. Coll. Int. Sols Textiles 1977
- PRANGE, B. (1965): Ein Beitrag zum Problem der Spannungsmessung im Halbraum. Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Grundbau der Technischen Hochschule Karlsruhe, Heft 18
- PRANDTL, L. (1920): Über die Härte plastischer Körper. Nachr. Kgl. Ges. Wiss. Göttingen
- ROBNETT, Q.; LAI, J.; MURCH, L. (1982): Effekt of Fabric Properties on the Performance and Design of Aggregate-Fabric - Soil Systems. Las Vegas: Second International Conference on Geotextiles 1982
- SAWICKY, A. (1978): Continuum Elastic Theory of Reinforced Earth. Archiw. Hydrotechn. Vol 25, No 4
- SOKOLOVSKI, V.V.; (1960): Statics of Soil Media; Butterworth Scientific Publications, London
- VARDOULAKIS, I.; GRAF, B.; GUDEHUS, G. (1981): Trap door problem with dry sand: A Statical Approach Based Upon Model Test Kinematics. Int. Journal for numerical and analytical methods in Geomechanics, Vol 5.

WENDT, D. (1980): Tragkraftherhöhung von Fundamenten durch Bewehrung des Baugrundes. Forschungsanstalt für Schifffahrt, Wasser- und Grundbau, Dresden

WYSOCKI, L. (1987): Festigkeitsparameter bewehrter Erde. Bauingenieur 62 (1987)

Schriftenreihe
Lehrstuhl und Prüfam
für Grundbau, Bodenmechanik und Felsmechanik
der Technischen Universität München

Herausgegeben von
Prof. Dr.-Ing. Rudolf Floss
Ordinarius für Grundbau, Bodenmechanik
und Felsmechanik

- Heft 1 Tragfähigkeit von Verpreßankern in nichtbindigem Boden
1982 - vergriffen -
- Heft 2 Beiträge zur Anwendung der Stochastik und
1983 Zuverlässigkeitstheorie in der Bodenmechanik
- Heft 3 In-situ Versuche zur Ermittlung der Unterbausteifigkeit
1984 an zwei Pfeilern der Sinntalbrücke Schaippach
- Heft 4 Ein Beitrag zum Spannungs-Verformungsverhalten
1985 silikatgel-injizierter Sande
- Heft 5 Beiträge zum Tragverhalten axial zyklisch belasteter
1985 Pfähle
- Heft 6 Forschungsbeiträge zum mechanischen Verhalten von
1986 Geotextilien
- Heft 7 Beschreibung der räumlichen Streuung von Bodenkenn-
1986 werten mit Hilfe der Zeitreihenanalyse
- Heft 8 Ein stochastisches Bodenmodell für geotechnische
1987 Aufgaben
- Heft 9 Testing of bentonite suspensions
1987
- Heft 10 Beiträge zur Felsmechanik
1987
- Heft 11 Untersuchung der dynamischen Vorgänge bei der
1988 Vibrationsverdichtung von Böden
- Heft 12 Bruchvorgänge infolge der Isareintiefung südlich Münchens
1988 und die kritischen Höhen der Talhänge
- Heft 13 Quantifizierung von Setzungsdifferenzen mit Hilfe einer
1989 stochastischen Betrachtungsweise
- Heft 14 Ein Beitrag zur Vorhersage von Verformungen und Spannungen
1989 des Baugrundes und des Ausbaues bei Hohlraumbauten
- Heft 15 Beitrag zur Analyse des Tragverhaltens von einfach
1989 bewehrten Zweischichtensystemen

