Lehrstuhl und Prüfamt
für Grundbau, Bodenmechanik und Felsmechanik
der Technischen Universät München

Schriftenreihe
Heft 23

Untersuchungen zur Materialdämpfung in der Bodendynamik

von
Harald Huber

München 1996

Herausgegeben von Univ. -Prof. Dr.-Ing. R. Floss
Ordinarius für Grundbau, Bodenmechanik und Felsmechanik

Herstellung: Hieronymus Buchreproduktions GmbH, München

Lehrstuhl und Prüfamt

für Grundbau, Bodenmechanik und Felsmechanik

der Technischen Universität München

Untersuchungen zur Materialdämpfung in der Bodendynamik

Harald Huber

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. W. Wunderlich

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. R. Floss

2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. H. Grundmann

Die Dissertation wurde am 9.4.1996 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Bauingenieurwesen am 9.7.1996 angenommen.

Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand im Rahmen eines von der DFG geförderten Forschungsvorhabens zur Materialdämpfung von Bodenmaterialien.

Der versuchstechnische Teil der Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter des Lehrstuhls und Prüfamts für Grundbau, Bodenmechanik und Felsmechanik der Technischen Universität München.

Dem Ordinarius für Grundbau, Bodenmechanik und Felsmechanik, Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing R. Floss danke ich für die Unterstützung und Förderung dieser Arbeit. Ferner darf ich ihm für die Übernahme des Hauptreferats und die Bereitschaft, diese Arbeit im Rahmen der Schriftenreihe zu veröffentlichen, danken.

Herrn Univ.-Prov. Dr.-Ing. H. Grundmann danke ich sehr für die Übernahme des Koreferats und für die zahlreichen Anregungen und Ermutigungen.

Bei Herrn Prof. Dr.-Ing W. Haupt von der Landesgewerbeanstalt (LGA) in Nürnberg, Bereich Geotechnik, möchte ich mich besonders für die aktive und interessierte Beratung und Betreuung während der Versuchsdurchführung mit dem Resonant-Column-Gerät der LGA bedanken.

Allen Kollegen des Lehrstuhls und Prüfamts für Grundbau, Bodenmechanik und Felsmechanik der Technischen Universität München, die durch Unterstützung und Ratschläge zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, gilt mein herzlicher Dank.

Inning, im September 1996 Harald Huber

Abstrakt

Einleitend werden die heute üblichen rechnerischen Modelle für die Materialdämpfung vorgestellt. In einem modifizierten Resonant-Column-Gerät wurden an zylindrischen Sand- bzw. Schluffproben Ausschwingversuche bei Longitudinal- und Torsionsanregung durchgeführt. Die verschiedenen Proben wurden mit unterschiedlichen Dichten hergestellt. Der umgebende Luftdruck in der Versuchszelle wurde als weiterer Parameter variiert. Die Auswirkung dieser Parameter auf die Dämpfungseigenschaften sowie die Unterschiede zwischen Längs- und Torsionsschwingung wurde anhand der Meßergebnisse studiert. Die physikalischen Ursachen für nichtbindige und bindige Bodenarten wurden auf der Grundlage der Mikromechanik dargestellt. Durch eine Vergleichsrechnung wurde die dominierende Wirkung einer an die Scherdehnung gekoppelten Dämfpungskomponente im Vergleich zu Dämpfung der Kompressionsdehnungsanteile gezeigt.

1. Einleitung 1

2. Mathematische Modelle für die Materialdämpfung 3

2.1. Viskoses und hysteretisches Dämpfungsmodell 4

2.2. Mehr-Parameter-Modelle aus Feder- und Dämpferelementen 6

2.3. Dämpfungsbeschreibung mit nicht ganzzahligen Zeitableitungen 10

2.4. Dämpfungsmodelle mit Gedächtnisintegralen 11

2.5. Vergleich verschiedener linearer Dämpfungsmodelle 12

2.6. Nichtlineare Dämpfungsmodelle 15

3. Versuche und Versuchsgeräte zur Bestimmung der Materialdämpfung von Boden 24

3.1. Laborversuche zur Bestimmung dynamischer Materialparameter 24

3.2. Das Resonant-Column-Gerät 26

3.2.1. Theoretische Grundlagen 31

3.2.2. Repräsentative Dehnung 34

3.2.3. Einfluß der Querdehnungsbehinderung an den Endflächen der Probe bei Longitudinalanregung 37

4. Methoden der Ermittlung von Dämpfungsgrößen mit Hilfe des Resonant-Column-Gerätes 43

4.1. Vergrößerungsfunktion 43

4.2. Halbwertsbreite 44

4.3. Ausschwingkurven 45

4.4. Auswertung von Hysteresekurven 48

4.4.1. Bestimmung der Phasenlage mittels schneller Fourier-Transformation 50

4.4.2. Bestimmung der Phasenlage mittels Kurvenanpassung 51

4.5. Dämpfungsermittlung über Energiebetrachtungen 52

5. Probenmaterial und -herstellung 54

5.1. Probenmaterial 54

5.2. Probenherstellung 60

5.2.1. Sandproben 60

5.2.2. Schluffproben 62

6. Versuchsdurchführung 64

7. Versuchsauswertung 68

7.1. Ausschwingversuche 68

7.2. Auswertung der Hysteresekurven 71

7.3. Dämpfungsermittlung über Energiebetrachtungen 79

8. Versuchsergebnisse 80

8.1. Ergebnisse für Bodenproben aus Mittelsand 80

8.2. Ergebnisse für Bodenproben aus Grobschluff 85

9. Physikalische Ursachen der Dämpfung 91

9.1. Korn-zu-Korn Reibung 91

9.2. Weitere Dämpfungsursachen 99

10. Auswirkung der gewonnenen Erkenntnisse auf bodendynamische Berechnungen 106

11. Zusammenfassung 112

12. Literatur 114

Liste der verwendeten Formelzeichen:

Kapitel 1

keine

Kapitel 2

m	Masse eines Einmassenschwingers
c	viskoser Dämpfungsparameter
k	Federsteifigkeit
$\tilde{F}$	Kraftamplitude
ω, ω_n	Kreisfrequenz, Kreiseigenfrequenz
t	Zeit
$u, \dot{u}, \ddot{u}$	Auslenkung, Geschwindigkeit und Beschleunigung

Die Tilde ~ und und der Akzent ^ bezeichnen generell die Amplitude einer zeitlich veränderlichen Größe.
Der Punkt über einer Größe steht für die Ableitung nach der Zeit
Der waagrecht Strich über einer Größe kennzeichnet komplexe Größen.

i	imaginäre Grundgröße $\sqrt{-1}$
φ	Phasenversatz
F_d	Dämpferkraft
U_d	Dämpfungsarbeit, bzw "verbrauchte" Energie
E	Steifigkeit, sowie Elastizitätsmodul
E'	Speichermodul
E''	Verlustmodul
σ	Spannung
ε, γ	Dehnung und Verzerrung
q, p	Soffparameter für Spannung-Dehnungbeziehungen
P, Q	Polynom-Operatoren
ξ	dimensionsloser Dämpfungparameter
Φ	Gedächtnisfunktion (~Kriechfunktion)
τ	Integrationsvariable
χ	Relaxationszeit
$G(t)$	Relaxationsfunktion
$J(t)$	Kriechfunktion
η	hysteretischer Dämpfungparameter
$a_0=\omega/\omega_0$	dimensionslose Frequenz
ϑ	Verdrehung
Θ_y	Grenzverdrehung, bei der die Plastifizierung eines Elementes im nichtlinearen Modell eintritt
Θ_r	Referenzverdrehung, ermittelt aus den Daten der Backbone-Kurve
T	Torsionamoment
ρ	Häufigkeitsverteilung der Θ_y-Werte

Θ_a Verdrehungsamplitude
I Rotationsmassenträgheitsmoment im Ein-Massen-Torsions-Schwinger
M{} Mittelwert einer Größe über die Zeit (Schwingungsperiode)
δ Phasenlage

Kapitel 3

c_s, c_p Scher- und Kompressionswellengeschwindigkeit eines Materials
I_0 Massenträgkeitsmoment des Probenkopfes
J Polares Flächenträgheitsmoment
β Eigenwert der Schwingungsgleichung
f_e gemesssene Eigenfrequenz des Gesamtsystems Probe und Probenkopf
G Schubmodul
ρ Dichte der Bodenprobe
l,r Länge und Radius der Probe
ε_m, γ_m repräsentative Dehnung bzw Verzerrung der Probe
M Masse der Bodenprobe
M_0 Masse des Probenkopfs
$f_{l,p}$ 1.Eigenfrequenz für Longitudinalschwingungen (p-Welle)
$f_{l,s}$ 1.Eigenfrequenz für Torsionsschwingungen (s-Welle)
ν Poisson'sche Zahl (nach den Bezeichnungen der Technischnen Mechanik identisch mit der Querdehnzahl)

Kapitel 4

D Dämpfungsgrad
f_n Eigenfrequenz (natural frequency)
δ Abklingkonstante
Λ logarithmisches Dekrement
ω_d gedämpfte Eigenkreisfrequenz
W_d Dämpfungsarbeit
x Auslenkung
ϕ Phasenwinkel
W_k elastisch gespeicherte Arbeit
η_v Verlustfaktor (Dämpfungsgröße)
Δf Frequenzauflösung des diskreten Spektrums (Abstand der Stützstellen)
T Meßdauer
Δt zeitlicher Abstand zweier Messpunkte
f_{max} Abtastrate
u elektrische Spannung
i elektrischer Strom
W_R Arbeit des elektrischen Widerstandes
W_{mech} mechanische Arbeit des Systems
W_{pot} potentielle Energie des Systems

Kapitel 5

D_L Beiwert zur Ermittlung der repräsentativen Dehnung
D_T Beiwert zur Ermittlung der repräsentativen Verzerrung

Kapitel 6

keine

Kapitel 7

g(t) harmonische Zeitfunktion z.B. Cosinus
G(F) in den Frequenzbereich transformierte Funktion
h(t) Fensterfunktion
H(f) Transformation der Fensterfuktion in den Frequenzbereich
α Phasenversatz der Ausgangsfunktion
$\Im$ Imaginärer Teil des Spektrums
$\Re$ Realer Teil des Spektrums
a Relative Lage der tatsächlichen Frequenz zwischen den benachbarten Stützstellen des diskreten Spektrums

Kapitel 8

keine

Kapitel 9

a Radius der kreisförmigen Kontaktfläche zweier Kugeln
ν Querdehnzahl des Kugelmaterials
N Normalkraft senkrrecht zur Kontaktfläche
R Radius der Kugeln
μ Schubmodul des Kugelmaterials
ρ Abstand zum Zentrum der Kontaktfläche
T Tangentialkraft zwischen zwei Partikeln
c innerer Radius der Schlupffläche
b innerer Radius der Gegenschlupffläche
δ Relativverschiebung der Partikel gegeneinander
δ_e Relativverschiebung der Partikel infolge der Entlastung
δ_w Relativverschiebung der Partikel infolge der Wiederbelastung
T* Ampilude der Tangentialkraft bei zyklischen und dynamischen Belastungsvorgängen
W_d während eines Schwingungszyklusses dissipierte Energie
W_e elastische Energie = potentielle Energie

D	Dämpfungsgrad
R	Kornradius
d_{50}	Korndurchmesser bei 50% Massendurchgang (Sieblinie)
E	elektrisches Potential des Plattenkondensators = ζ-Potential (Helmhotz-Modell)
d	Dicke der elektrischen Doppelschicht
e	elektrische Ladung der Oberflächeneinheit
D	Dielektrizitätskonstante der Flüssigkeit
η	dynamische Viskosität der Flüssigkeit
$\eta u/d$	Reibungskraft je Flächeneinheit
u	Strömungsgeschwindigkeit
H	Potentialabfall in den Kapilaren
ΔF	Aktivierungsenergie einer Fließeinheit (Fließeinheit= Atom, Molekül oder Partikel)
k	Boltzmann-Konstante
T	absolute Temperatur
h	Plank´sche Konstante
p(ΔF)	Wahrscheinlichkeit mit der eine Fließeinheit die Energiebarriere ΔF überwindet, d.h aktiviert wird
N	Avogadro-Zahl
ν	Aktivierungsfrequenz
λ	Abstand zweier Gleichgewichtslagen
f	Scherkraft, die auf eine Fließeinheit wirkt
X	Proportionalitätsfaktor zwischen der resultierenden Aktivierungsfrequenz in Richtung des äußeren Potentials und der Dehnungsgeschwindigkeit

Kapitel 10

μ,λ	Lame´sche Konstanten (Materialparameter)
L_x,L_y	Lastwiederholabstand in x,y-Richtung
k_x,ky	Wellenzahlen
K	Kompressionsmodul

Kapitel 11

Keine

Kapitel 12

Keine

1 Einleitung

Die schnell voranschreitende technologische Entwicklung auf dem Gebiet der elektronischen Datenverarbeitung hinsichtlich der Leistungsfähigkeit von Mini- und Mikrocomputern sorgt für einen zunehmenden Einsatz komplexer Programmsysteme für die Bearbeitung ingenieurwissenschaftlicher Aufgaben. Durch diese Programme werden Fragestellungen einer systematischen Berechnung zugänglich gemacht, die bisher nur durch mehr oder weniger empirische Methoden behandelt werden konnten.

Dies gilt auch in besonderem Maße für das Gebiet der Bodendynamik. Hier lassen sich nur in besonders einfachen Fällen geschlossene analytische Lösungen finden. Mit den verbesserten Möglichkeiten der Berechnung bodendynamischer Probleme gewinnt die Frage nach der wirklichkeitsnahen Beschreibung des Materialverhaltens an Bedeutung. Neben elastischen Parametern, wie Elastizitäts- und Schubmodul sind hier auch die energie-"verzehrenden" bzw. -umwandelnden Eigenschaften des Bodenmaterials von Interesse, die man unter dem Begriff Materialdämpfung zusammenfaßt. Der Energieentzug durch Abstrahlung und Ausbreitung der verschiedenen Wellenarten wird in der Literatur (z.B. STUDER u. ZIEGLER 1986) oft als "geometrische Dämpfung" bezeichnet. Die "geometrische Dämpfung" wird hier nicht weiter behandelt.

Ziele des Forschungsvorhabens:

In den derzeit für bodendynamische Problemstellungen eingesetzten Berechnungsverfahren werden bestimmte Annahmen über die Materialdämpfung getroffen. So werden im allgemeinen für Kompressionswellen (auch Dilatanz- oder P-Wellen genannt) die gleichen Dämpfungsgrade wie für Scherwellen (Distorsions- oder S-Wellen) angesetzt. Ferner wird überwiegend hysteretisches d.h. frequenzunabhängiges Dämpfungsverhalten unterstellt. Darüber hinaus wird bei einigen Verfahren linear elastisches Materialverhalten und damit die Gültigkeit des Superpositionsprinzips vorausgesetzt.

In diesem Forschungsvorhaben soll durch Versuche geprüft werden, inwieweit die Materialdämpfung für Kompressions- und Scherwellen unterschiedlich und frequenzabhängig ist. Durch Gegenrechung soll die Größenordnung der Abweichung zu Berechnungen mit bisherigen Annahmen (für beide Wellenarten gleiche Dämpfungsgrade) bestimmt werden. Die vorliegende Arbeit zielt dabei auf Schwingungen und Erschütterungen mit geringer Dehnungsamplitude ab, wie sie durch Straßen- oder Schienenverkehr und durch Maschinenfundamente erzeugt werden.

2 Mathematische Modelle für die Materialdämpfung

Im folgenden werden verschiedene klassische sowie einige neuere Modelle für die Beschreibung der Materialdämpfung erläutert, wobei auch auf Dämpfungsansätze aus anderen technischen Disziplinen eingegangen werden soll. Der Anschaulichkeit wegen werden diese Modelle für den eindimensionalen Spannungszustand beschrieben, sie sind dabei für einen longitudinalen Verformungszustand ebenso anwendbar wie für Torsionszustände (allerdings mit anderen Dimensionen der einzelnen Parameter). Eine Übertragung und Erweiterung der Ansätze auf dreidimensionale Spannungszustände ist im allgemeinen ohne grössere Schwierigkeiten möglich. Eine umfassende Zusammenstellung mathematischer Dämpfungsmodelle, die für die unterschiedlichsten Materialien Anwendung finden, wurde von BERT (1973) verfaßt.

LAZAN (1968) führt aus, daß Coulomb bereits 1784 erkannte, daß bei geringen Spannungen andere Dämpfungsmechanismen wirksam seien, als bei großen Spannungen. Entsprechendes gilt für kleine und große Dehnungen. Prinzipiell unterscheidet man deshalb zwischen linearem und nichtlinearem Verhalten. Obwohl seit Coulombs Untersuchungen mehrere tausend Veröffentlichungen über die Dämpfung verschiedenster Stoffe, wie beispielsweise Stahl, Aluminium, Stahlbeton, Gummi, Polymere und unter anderem auch diverser Bodenarten erschienen sind, werden aus verschiedenen Gründen auch heute noch bevorzugt lineare Modelle verwendet. Zum einen erreicht man mit ihnen für niedrige Spannungs-Dehnungs-Niveaus meist ausreichende Genauigkeit, zum anderen ergeben lineare Berechnungen einen wesentlich geringeren rechnerischen Aufwand als nichtlineare. Für den betrachteten Fall der Erschütterungs- und Schwingungsausbreitung bei kleinen Dehnungsamplituden sind lineare Modelle am sinnvollsten.

Die einfachsten rheologischen Modelle bestehen aus folgenden Grundelementen (siehe Bild 2.1):

- einer idealen Feder, die eine rückstellende Kraft linear proportional zur Auslenkung und keinerlei Dämpfung bewirkt

- einem Newton´schen Dämpfer, der eine Dämpferkraft proportional zur Geschwindigkeit ausübt, (viskoser Dämpfer)
- einem Coulomb´schen Reibelement, dessen Dämpferkraft proportional zur Normalkraft in der Kontaktfläche ist

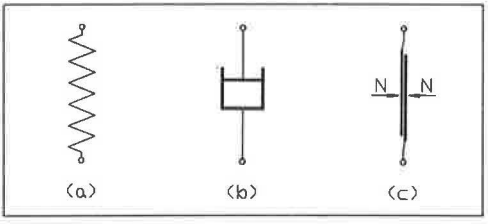


Bild 2.1: Rheologische Grundelemente:
(a) Feder (b) Newton´scher Dämpfer (c) Coulomb´sches Reibelement

2.1 Viskoses und hysteretisches Dämpfungsmodell

Zu den sogenannten Zwei-Parameter-Modellen gehören das Maxwell-Modell, das aus einer Feder und einem in Reihe geschalteten Dämpferelement besteht sowie das Kelvin-Voigt-Modell, welches die gleichen Grundelemente parallel geschaltet beinhaltet. Das Maxwell-Modell beschreibt in guter Näherung das Verhalten viskoser Flüssigkeiten, ist jedoch für Festkörper nicht sinnvoll. Das Kelvin-Voigt-Modell ist die einfachste Annäherung an das Verhalten eines viskoelastischen Körpers. Beide Modelle sind in Bild 2.2 dargestellt.

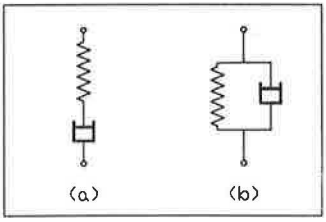


Bild 2.2: Zwei-Parameter-Modelle: (a) Maxwell-Modell (b) Kelvin-Voigt-Modell

In Kombination mit einer Einzelmasse erhält man mit dem Kelvin-Voigt-Modell den aus der Technischen Mechanik bekannten Einmassenschwinger. Für eine harmonische, d.h. sinusförmige Belastung gilt für dieses System folgende Bewegungsgleichung in komplexer Schreibweise:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = \tilde{F}e^{i\omega t} \tag{2.1}$$

Der stationäre Teil der Lösung von Gleichung (2.1) lautet:

$$u = \tilde{u}e^{i(\omega t-\varphi)} = \frac{\tilde{F}}{[(k - m\omega^2) + i\omega c]}\, e^{i\omega t} \tag{2.2}$$

Hierin lassen sich die Parameter k und iωc des Kelvin-Voigt-Modells zu einer *komplexen Steifigkeit* zusammenfassen, die von der Schwingungsfrequenz abhängig ist:

$$\bar{k} = k + i\omega c \tag{2.3}$$

Die im Newton'schen Dämpfer wirksame Kraft (F_d) ist:

$$F_d = c\dot{u} = i\omega c\, \tilde{u}\, e^{i(\omega t-\varphi)} \tag{2.4}$$

Die im Dämpfer dissipierte Energie je Schwingungszyklus ergibt sich zu:

$$U_d = \oint F_d du = \int_0^{2\pi/\omega} F_d \dot{u} dt = \pi c\omega\, \tilde{u}^2 \tag{2.5}$$

KIMBALL und LOVELL (1927) stellten jedoch fest, daß für viele Materialien die dissipierte Energie je Zyklus zwar proportional zu $\tilde{u}^2$, aber nahezu unabhängig von ω ist, d.h.

$$U_d = \pi\, c^*\omega\, \tilde{u}^2 \quad \text{mit} \quad c^*\omega = \text{konst.} \quad \text{d.h.} \quad c^* = \frac{c}{|\omega|} \tag{2.6}$$

worin $c^*\omega = k''$ eine von der Frequenz unabhängige Dämpfungsgröße verkörpert. Daraus läßt sich die *komplexe frequenzunabhängige Steifigkeit* dieses Systems ableiten

$$\bar{k} = k + ic^*\omega = k' + ik'' \tag{2.7}$$

Dieser Ansatz einer komplexen frequenzunabhängigen Steifigkeit wird auch als hysteretisch gedämpftes Modell bezeichnet. Ursprünglich wurde er für

stationäre Schwingungen abgeleitet, wurde dann aber auch für Ausschwingvorgänge angewandt (z.B. MYKLESTAD N.O. 1952, LANCASTER P. 1960).

In allgemeiner Form wird die komplexe Steifigkeit folgendermaßen angegeben:

$$\bar{E} = E' + iE'' \tag{2.8}$$

hierin bezeichnet E' den Speichermodul, der die elastischen Eigenschaften des Systems widerspiegelt, und E'' den Verlustmodul, der Aufschluß über den Energieverbrauch des Systems, also die Dämpfung gibt. Für ein hysteretisch gedämpftes System ist $E''=c^*\omega$ und damit konstant, während für ein viskoses Modell nach Kelvin-Voigt $E''=c\omega$ linear mit der Frequenz zunimmt. Viskose und hysteretische Dämpfungsansätze sind weit verbreitet u.a. auch in der Bodendynamik (z.B. HAUPT W. 1978, 1986 , MOLENKAMP F. 1980, STUDER J.+ ZIEGLER A. 1986, WOLF J.P 1985).

Der Ansatz einer hysteretischen Dämpfung hat jedoch für große Dehnungen und hohe Dämpfungsgrade bei transienten Lasten, insbesondere bei Impulsbelastungen eine Verletzung der Kausalität der Lösung im Zeitbereich zur Folge (CRANDALL 1970, SCANLAN 1970, NASHIF 1985, GAUL 1985). Unter Kausalität versteht man in diesem Zusammenhang die Bedingung, daß eine Reaktion niemals vor der Aktion stattfinden kann, d.h. im geschilderten Fall der Kausalitätsverletzung wird eine geringe Verformung errechnet, die vor dem Eintreffen der transienten Belastung auftritt. Trotzdem kann ein hysteretisches Modell anwendbar sein, da für kleine Dehnungen und kleine Dämpfung die Kausalitätsverletzung praktisch vernachlässigbar klein wird und für harmonische Belastungsvorgänge ohnehin verschwindet.

2.2 Mehr-Parameter-Modelle aus Feder- und Dämpferelementen

Um eine bessere Anpassung des Modells an Versuchsergebnisse zu erreichen, wurde das Kelvin-Voigt-Modell bzw. Maxwell-Modell zu verschiedenen Drei-Parameter-Modellen erweitert, wie sie in Bild 2.3 dargestellt sind.

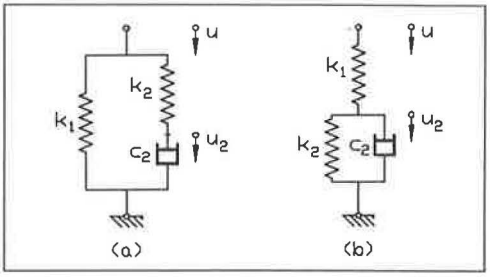


Bild 2.3: Drei-Parameter-Modelle: Typ (a), Typ (b)

Für das Drei-Parameter-Modell Typ (a) gelten folgende Beziehungen:

$$F = F_1 + F_2 \quad \rightarrow \quad \dot{F} = \dot{F}_1 + \dot{F}_2 \tag{2.9a}$$

$$F_2 = c_2 \dot{u}_2 \tag{2.9b}$$

$$F_2 = k_2 (u - u_2) \quad \rightarrow \quad \dot{F}_2 = k_2 (\dot{u} - \dot{u}_2) \tag{2.9c}$$

$$F_1 = k_1 u \quad \rightarrow \quad \dot{F}_1 = k_1 \dot{u} \tag{2.9d}$$

Aus den Gleichungen (2.9a-d) läßt sich nach der Elimination von u_2 die differentielle Kraft-Weg-Beziehung, d.h. das Stoffgesetz ableiten:

$$F = k_1 u + c_2 \left(1 + \frac{k_1}{k_2}\right) \dot{u} - \frac{c_2}{k_2} \dot{F} \tag{2.10}$$

Für das Drei-Parameter-Modell Typ (b) gelten folgende Beziehungen:

$$F = k_1 (u - u_2) \quad \rightarrow \quad \dot{F} = k_1 (\dot{u} - \dot{u}_2) \tag{2.11a}$$

$$F = k_2 u_2 + c_2 \dot{u}_2 \tag{2.11b}$$

Entsprechend erhält man aus den Gleichungen (2.11a-b) nach der Elimination von u_2 das Stoffgesetz für das Drei-Parameter-Modell Typ (b):

$$F = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} u + \frac{k_1 c_2}{k_1 + k_2} \dot{u} - \frac{c_2}{k_1 + k_2} \dot{F} \tag{2.12}$$

Bei einer entsprechenden Wahl der Parameter können die beiden Typen in einander überführt werden (BLAND 1960). Aus einem Vergleich der Koeffizienten aus (2.10) und (2.12) erhält man drei Gleichungen, woraus man die Parameter des Systems (b) in Abhängigkeit der des Systems (a) ableiten kann, so daß identisches Systemverhalten vorliegt.

$$k_{1b} = k_{1a} + k_{2a} \quad \rightarrow \quad k_{1a} = \frac{k_{1b} k_{2b}}{k_{1b} + k_{2b}} \tag{2.13a}$$

$$k_{2b} = \frac{k_{1a}^2}{k_{2a}} + k_{1a} \quad \rightarrow \quad k_{2a} = \frac{k_{1b}^2}{k_{1b} + k_{2b}} \tag{2.13b}$$

$$c_{2b} = c_{2a}\left(1 + \frac{k_{1a}}{k_{2a}}\right)^2 \quad \rightarrow \quad c_{2a} = c_{2b}\frac{k_{1b}^2}{(k_{1b} + k_{2b})^2} \tag{2.13c}$$

Das bedeutet: die Modellierung ist nicht eindeutig. Beide Modelle werden in der Literatur als "standard linear material" oder auch "standard linear solid" bezeichnet (z.B. CHRISTENSEN 1971, FLÜGGE 1975, GAUL 1987). In allgemeiner Form kann das Stoffgesetz für Drei-Parameter-Modelle wie folgt angegeben werden:

$$\sigma = q_0\varepsilon + q_1\dot{\varepsilon} - p_1\dot{\sigma} \tag{2.14}$$

Hierin sind die Stoffparameter q_0, q_1 und p_1 aus den in Versuchen gemessenen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen abzuleiten. Daraus läßt sich im Frequenzbereich die komplexe Steifigkeit, d.h. Speicher- und Verlustmodul ableiten:

$$\sigma = q_0\varepsilon + q_1 i\omega\varepsilon - p_1 i\omega\sigma \quad \rightarrow \quad \sigma = \frac{q_0 + i\omega q_1}{1 + i\omega p_1}\varepsilon = (E' + iE'')\varepsilon \tag{2.15}$$

$$E' = \frac{q_0 + q_1 p_1 \omega^2}{1 + (p_1\omega)^2} \tag{2.16a}$$

$$E'' = \frac{(-q_0 p_1 + q_1)\omega}{1 + (p_1\omega)^2} \tag{2.16b}$$

Für Modell Typ (a) ergibt sich die komplexe Steifigkeit damit aus Gleichung (2.10), (2.14) und (2.16) oder mit Hilfe der Impedanzrechnung (z.B. MÜLLER 1988, SETO 1964) zu:

$$\bar{E} = \frac{1}{\frac{1}{k_2} + \frac{1}{ic_2\omega}} + k_1 = E' + iE'' =$$

$$= \frac{k_1 k_2^2 + (k_1 + k_2)(c_2\omega)^2}{k_2^2 + (c_2\omega)^2} + i\,\frac{[-k_1 k_2 + (k_1 + k_2)k_2]c_2\omega}{k_2^2 + (c_2\omega)^2} \tag{2.17}$$

Durch die Einführung weiterer Grundelemente lassen sich die Drei-Parameter-Modelle beliebig erweitern. So erhält man beispielsweise die sogenannte Kelvin-Kette und das verallgemeinerte Maxwell-Modell, welche in Bild 2.4 dargestellt sind. Hierfür erhält man das Stoffgesetz aus der erweiterten Gleichung (2.14):

$$\sigma + p_1\dot{\sigma} + p_2\ddot{\sigma} + \cdots = q_0\varepsilon + q_1\dot{\varepsilon} + q_2\ddot{\varepsilon} + \cdots \tag{2.18}$$

Daraus kann man die allgemeinste Form der mathematischen Beschreibung eines viskoelastischen Materials in differentieller Form nach BLAND und LEE (1955) ableiten:

$$\bar{P}(\sigma) = \bar{Q}(\varepsilon) \tag{2.19}$$

mit den Spannungs- bzw. Dehnungskomponenten σ und ε. $\bar{P}$ bzw $\bar{Q}$ bezeichnen Polynom-Operatoren, die folgendermaßen definiert sind:

$$\bar{P}(\sigma) = \sum_{r=0}^{m} p_r \left(\frac{d}{dt}\right)^r \sigma(t) \quad = \quad \sum_{r=0}^{n} q_r \left(\frac{d}{dt}\right)^r \varepsilon(t) \; = \; \bar{Q}(\varepsilon) \tag{2.20}$$

hierin sind p_r und q_r Materialkonstanten und m, n und r positive ganzzahlige Größen.

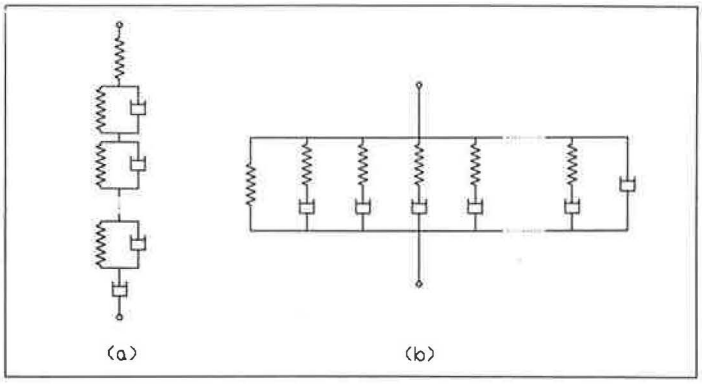


Bild 2.4: Mehr-Parameter-Modelle :
(a) Kelvin-Kette (b) verallgemeinertes Maxwell-Modell

Die komplexe Steifigkeit erhält man unmittelbar aus der in den Frequenzbereich transformierten Gleichung (2.20):

$$\bar{E} = \frac{\sum_{r=0}^{n} q_r (i\omega)^r}{\sum_{r=0}^{m} p_r (i\omega)^r} \tag{2.21}$$

Das Verhalten solcher Systeme wurde von PARKE (1966) beschrieben, jedoch beschränkte die Komplexität dieser Modelle ihre Anwendung, sowohl bei

der Ermittlung der Parameter aus Versuchen als auch bei der Durchführung dynamischer Berechnungen.

2.3 Dämpfungsbeschreibung mit nicht ganzzahligen Zeitableitungen

Eine Erweiterung der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen in differentieller Form nach Gleichung (2.20) auf *nicht ganzzahlige Zeitableitungen* wurde von TORVIK + BAGLEY (1987) und GAUL (1989, 1990, 1991) und anderen vorgestellt.

$$\sum_{r=0}^{m} p_r \left(\frac{d}{dt}\right)^r \sigma(t) = \sum_{r=0}^{n} q_r \left(\frac{d}{dt}\right)^r \varepsilon(t) \qquad \text{r nicht ganzzahlig} \tag{2.22}$$

Beispiel:

$$\sum_{r=0}^{n} q_r \left(\frac{d}{dt}\right)^r = q_0 + q_{0,5}(i\omega)^{0,5} \qquad \text{für } r=0\,;\ 0,5$$

$$\sum_{r=0}^{m} p_r \left(\frac{d}{dt}\right)^r = p_0 \qquad \text{für } r=0$$

mit $q_0 = E$; $q_{0,5} = \sqrt{2}\,E\xi$ und $p_0 = 1$ ergibt sich in Verbindung mit Gleichung (2.21) die komplexe Steifigkeit zu:

$$\bar{E} = E' + iE'' = E\left(1 + \sqrt{2}\,(i\omega)^{0,5}\xi\right) = E\left(1 + \sqrt{|\omega|}\,\xi + i\frac{\omega}{|\omega|}\sqrt{|\omega|}\,\xi\right)$$

Hierin ist $\xi = c/k\sqrt{\omega_n}$ ein Parameter zur Beschreibung der Dämpfungseigenschaften.

Der besondere Vorteil dieser Methode gegenüber einem Ansatz mit ganzzahligen Zeitableitungen liegt o.g. Autoren zufolge in der Verringerung der erforderlichen Anzahl der im Versuch zu bestimmenden Materialparameter, um eine befriedigende Anpassung der Modelleigenschaften an die gemessenen Eigenschaften zu erhalten. Als gewisser Nachteil kann allerdings der Verlust der physikalischen Interpretierbarkeit der einzelnen Kurvenanpassungsparameter angesehen werden.

2.4 Dämpfungsmodelle mit Gedächtnisintegralen

Die Theorie der linearen Dämpfung mit Hilfe von Gedächtnisfunktionen wurde 1876 von BOLTZMANN begründet. Im englischsprachigen Raum werden diese Ansätze als "hereditary models" bezeichnet, da die gegenwärtigen Verformungen eines Systems mit diesen Eigenschaften nicht nur von den gegenwärtigen Beanspruchungen abhängen, sondern auch von der Belastungsvorgeschichte. Mit anderen Worten das System "erinnert" sich an die "Erblast" früherer Belastungsvorgänge. Die Dämpfungskraft hierfür ist

$$F_d = \int_{-\infty}^{t} \Phi(t,\tau)\, u(\tau)\, d\tau \tag{2.23}$$

Hierin ist t der gegenwärtige Zeitpunkt, τ die Integrationsvariable ein beliebiger Zeitpunkt der Vergangenheit, u ist die Verschiebung und Φ die Gedächtnisfunktion. Oft ist Φ nur von der Zeitdifferenz $(t-\tau)$ abhängig, dann wird Gleichung (2.23) zu

$$F_d = \int_{-\infty}^{t} \Phi(t-\tau)\, u(\tau)\, d\tau \tag{2.24}$$

Die Gedächtnisfunktion muß aus Versuchen ermittelt werden. Oft wird hierfür eine monotone Abkling- bzw. Kriechfunktion in folgender Form gewählt:

$$\Phi(t) = \sum_{i=1}^{n} A_i e^{-t/\chi_i} \tag{2.25}$$

Man nennt diesen Ansatz ein hereditäres System n-ten Grades, darin sind A_i Gedächtnisparameter von der Dimension einer Steifigkeit und χ_i Relaxationszeiten des Materials. VOLTERRA (1950) beschrieb eine Methode zur Ableitung der Gedächtnisfunktion aus der Systemantwort auf sinus- oder impulsförmige Anregung. Folgende Gedächtnisintegrale wurden von GROSS (1947) für ein hereditäres System 1.Grades vorgeschlagen (vergleiche auch MÜLLER G. 1989, BECKER 1975):

$$\sigma(t) = G(t)\varepsilon(0) + \int_{0}^{t} G(t-\tau)\, \frac{d\varepsilon(\tau)}{d\tau}\, d\tau \tag{2.26a}$$

hierin ist G(t) die Relaxationsfunktion, mit der die Spannungen infolge der Anfangsdehnung $\varepsilon(0)$ abklingen, t der betrachtete Zeitpunkt und τ ein beliebiger Zeitpunkt der Vergangenheit, an dem zusätzliche Dehnungsinkremente auftreten. Durch eine partielle Integration kann man eine alternative Form dieser Gleichung ableiten:

$$\sigma(t) = G(t)\varepsilon(0) + [G(t-\tau)\varepsilon(\tau)]_0^t - \int_0^t \frac{dG(t-\tau)}{d\tau}\varepsilon(\tau)d\tau$$

$$\sigma(t) = G(0)\varepsilon(t) - \int_0^t \frac{dG(t-\tau)}{d\tau}\varepsilon(\tau)d\tau \qquad (2.26b)$$

Mit $G(t) = E[1 + e^{-t/\chi}]$ erhält man daraus:

$$\sigma(t) = 2E\varepsilon(t) - \int_0^t \frac{E}{\chi} e^{-(t-\tau)/\chi}\varepsilon(\tau)d\tau \qquad (2.27)$$

Bei einem harmonischen Zeitverlauf der Dehnungen kann man nach kurzer Zwischenrechnung die komplexe Steifigkeit des Systems ermitteln:

$$E' = E\left(2 - \frac{1}{1+(\omega\chi)^2}\right) = E\frac{1+2(\omega\chi)^2}{1+(\omega\chi)^2} \qquad (2.28a)$$

$$E'' = E\frac{|\omega|\chi}{1+(\omega\chi)^2} \qquad (2.28b)$$

Analoge Beziehungen zu Gleichung (2.26) erhält man mit J(t) als Kriechfunktion:

$$\varepsilon(t) = J(t)\sigma(0) + \int_0^t J(t-\tau)\frac{d\sigma(\tau)}{d\tau}d\tau \qquad (2.29)$$

Die Ansätze von Gedächtnisintegralen zeichnen sich durch eine gute physikalische Interpretierbarkeit aus.

2.5 Vergleich verschiedener linearer Dämpfungsmodelle

In diesem Abschnitt soll durch ein Beispiel die Frequenzabhängigkeit der komplexen Steifigkeiten der verschiedenen linearen Dämpfungsmodelle veranschaulicht werden. Hierzu wird die dimensionslose Frequenz $a_0=\omega/\omega_n$ eingeführt (mit

ω_n= Bezugsfrequenz, z.B. Eigenfrequenz des Systems). Für die gewählten Parameter sind die komplexen Steifigkeiten in Tabelle 2.1 zusammengestellt.

Tabelle 2.1: Komplexe Steifigkeiten verschiedener Dämpfungsmodelle

Modell	Speichermodul E'	Verlustmodul E''
Hysteretisches Modell	E mit $E = k$	$E\eta$ mit $\eta = 0{,}10$
Kelvin-Voigt-Modell	E mit $E = k$	$Ea_0\xi$ mit $\xi=c/k\omega_n = 0{,}10$
Drei-Parameter-Modell Typ A	$E\,(1+2a_0^2\xi^2)/(1+a_0^2\xi^2)$ mit $k_1=k_2=E$	$E\,a_0\xi/(1+a_0^2\xi^2)$ mit $\xi=c_2/k_1\omega_n = 0{,}10$
Modell mit fraktionalen Ableitungen	$E\,(1+(\lvert a_0\rvert)^{0.5}\xi)$	$E\,(\lvert a_0\rvert/a_0)\,(\lvert a_0\rvert)^{0.5}\xi$ mit $\xi = 0{,}10$
Modell mit Gedächtnisintegral	$E\,(1+2a_0^2\xi^2)/(1+a_0^2\xi^2)$	$E\,a_0\xi/(1+a_0^2\xi^2)$ mit $\xi=\chi\omega_n = 0{,}10$

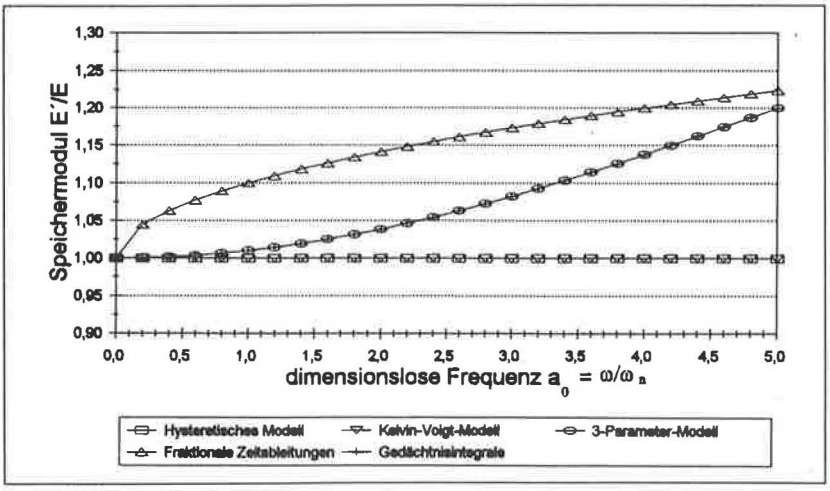


Bild 2.5: Frequenzabhängigkeit des Speichermoduls verschiedener Dämpfungsmodelle

Der Verlauf der komplexen Steifigkeiten dieser Systeme in Abhängigkeit von der Frequenz ist in Bild 2.5 und 2.6 dargestellt. Für die gewählten Parameter ist das Drei-Parameter-Modell mit dem Ansatz eines Gedächtnisintegrals (hereditäres System 1.Grades) austauschbar. Die Gleichwertigkeit dieser beiden Ansätze für bestimmte Parameter wurde auch von HOBBS A.K. (1971) nachgewiesen.

Die Wahl des für ein bestimmtes Material zweckmäßigsten Stoffgesetzes sowie die Ableitung der benötigten Modellparameter hängt von der Güte, Zuverlässigkeit und Fülle der zur Verfügung stehenden Meßwerte ab.

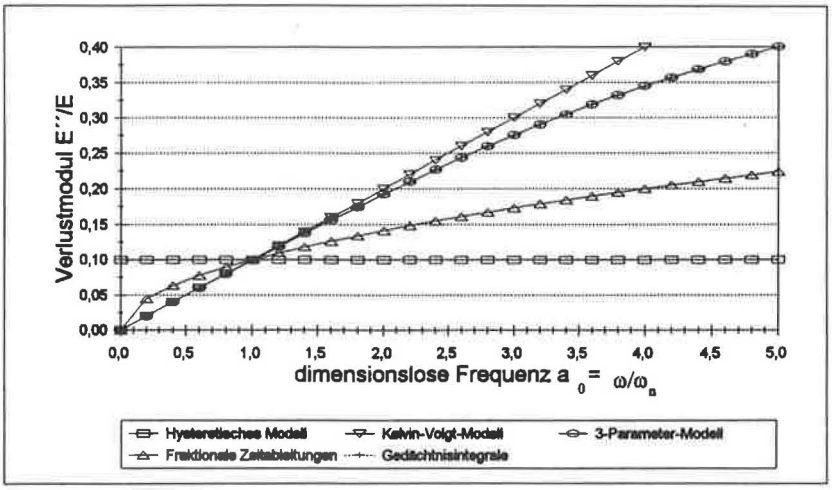


Bild 2.6: Frequenzabhängigkeit des Verlustmoduls verschiedener Dämpfungsmodelle

2.6 Nichtlineare Dämpfungsmodelle

Obwohl die Zielrichtung dieser Untersuchungen Schwingungen mit kleinen Dehnungsamplituden sind, soll an dieser Stelle kurz auf Ansätze zur Beschreibung der Materialdämpfung bei großen Dehnungen eingegangen werden.

Die Abhängigkeit der Materialdämpfung, aber auch der Elastizitäts-, Steife- und Schubmoduln von der Dehnungsamplitude wird durch viele Untersuchungen belegt. Sehr ausgeprägt ist dieses Verhalten bei Erdstoffen zu beobachten (siehe z.B. HARDIN 1965, HARDIN+DRNEVICH 1972a,b ...). Als Beispiel sind hier typische Kurven für Sande in Bild 2.7 und 2.8 gegeben. Die Bilder zeigen jedoch, daß für sehr kleine Dehnungen, d.h. ε bzw. $\gamma<10^{-6}$, die Abhängigkeit von der Dehnungsamplitude praktisch verschwindet.

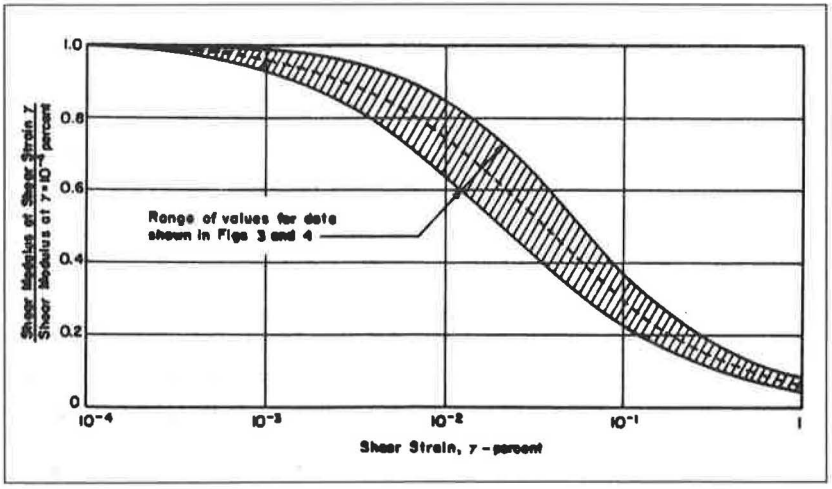


Bild 2.7: Abhängigkeit des dynamischen Schubmoduls von der Schubdehnung für Sand nach SEED 1970

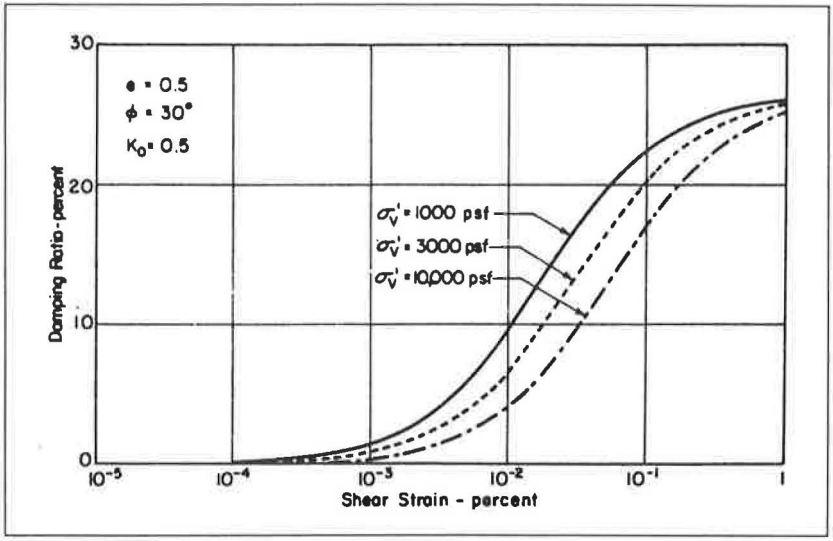


Bild 2.8: Abhängigkeit des Dämpfungsgrades von der Schubdehnung für Sand nach SEED 1970

Ansätze für eine mathematische Beschreibung sind z.B. bei LAZAN (1969) zu finden. Im einfachsten Fall wird die Dämpfungsenergie U_d zu einer Potenz der Spannungs- (Gl. 2.30) oder der Dehnungsamplituden, $\tilde{\sigma}$ bzw. $\tilde{\varepsilon}$ (Gl 2.31, vgl. CHANG + BIEBER 1968) in Relation gesetzt:

$$U_d = C_d \tilde{\sigma}^m \tag{2.30}$$

$$U_d = J_n(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_0)^m \quad \text{für } \varepsilon > \varepsilon_0 \tag{2.31}$$

$$U_d = 0 \quad \text{für } \varepsilon \leq \varepsilon_0 \tag{2.31}$$

hierin sind C_d, J_n Proportionalitätsfaktoren und ε_0 die Grenzdehnung ab der hysteretische Dämpfung auftritt. Ist der Exponent m=2, so liegen lineare Verhältnisse vor.

Diese Beziehungen basieren auf einem rheologischen Modell aus vielen parallelgeschalteten elastoplastischen Elementen, das sind Federn, die mit Coulomb'schen Reibelementen in Reihe geschaltet sind (siehe Bild 2.9)

Ausgehend von einem rheologischen Modell mit unendlich vielen elastoplastischen Elementen leiten BOLTON und WILSON (1990) Gleichungen für die

Torsionsschwingung eines Systems mit einem Freiheitsgrad ab. In diesem System haben alle Federn die gleiche Steifigkeit K.

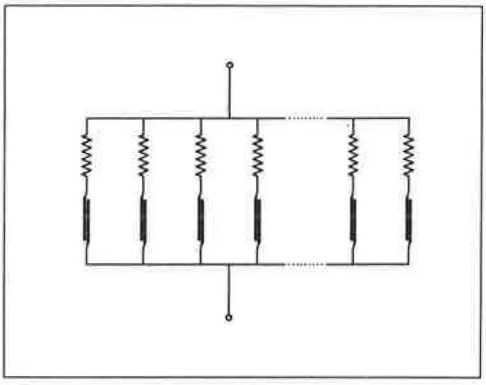


Bild 2.9: Nichtlineares hysteretisches Dämpfungsmodell (Iwan-Jenkins-Modell)

Die Reibelemente jedoch haben unterschiedliche Verdrehungen Θ_y beim Einsetzen des Gleitens. Diese Verdrehungen sind durch eine Häufigkeitsverteilung $\rho(\Theta_y)$ beschrieben. Faßt man aus den Meßergebnissen von Resonant-Column-Versuchen die Maximalpunkte der Hysteresekurven unterschiedlicher Dehnungsamplitude in eine Kurve zusammen, erhält man die sogenannte "back bone curve". BOLTON (1990) zeigt, daß der Einfluß der Schwingungsfrequenz vernachlässigbar ist, in dem er die Meßergebnisse von zyklischen und dynamischen Versuchen vergleicht. Zyklische Vorgänge sind dynamische Vorgänge geringer Frequenz, bei denen die Massenträgheitskräfte keine Rolle spielen. Für das Torsionsmoment T entlang der "back bone curve" und generell für den Erstbelastungsast gilt im gewählten Modell für die momentane Verdrehung ϑ:

$$T = K\int_0^{\vartheta} \Theta_y \rho(\Theta_y)\, d\Theta_y + K\vartheta\int_{\vartheta}^{\infty} \rho(\Theta_y)\, d\Theta_y \qquad (2.32)$$

Der erste Summand repräsentiert die plastifizierten Elemente ($\vartheta > \Theta_y$) und der zweite die Elemente, bei denen noch kein Gleiten eingesetzt hat, die sich also noch elastisch verhalten ($\vartheta < \Theta_y$).

Unter Anwendung der Differentiationsregel für Integrale, die von einem Parameter abhängen (siehe z.B. BRONSTEIN 1979 S349 Gl 2'), wird diese Gleichung nach ϑ differenziert. Die Regel lautet:

$$\frac{d}{dy}\int_{\alpha(y)}^{\beta(y)} f(x,y)dx = \int_{\alpha(y)}^{\beta(y)} \frac{\partial f(x,y)}{\partial y}dx + \beta'(y)\cdot f(\beta(y),y) - \alpha'(y)\cdot f(\alpha(y),y) \qquad (2.33)$$

Damit ergibt sich aus Gleichung (2.32):

$$\frac{dT}{d\vartheta} = K\left[\int_0^{\vartheta} \frac{\partial \Theta_y \rho(\Theta_y)}{\partial \vartheta}d\Theta_y + \frac{\partial \vartheta}{\partial \vartheta}\vartheta\rho(\vartheta)\right] + K\left[\int_{\vartheta}^{\infty} \frac{\partial \vartheta \rho(\Theta_y)}{\partial \vartheta}d\Theta_y + \frac{\partial \Theta_y}{\partial \vartheta}\vartheta\rho(\infty) - \frac{\partial \vartheta}{\partial \vartheta}\rho(\vartheta)\right]$$

mit $\frac{\partial \Theta_y \rho(\Theta_y)}{\partial \vartheta} = 0$ (auch für $\Theta_y \to \infty$) und $\frac{\partial \vartheta}{\partial \vartheta} = 1$ erhält man:

$$\frac{dT}{d\vartheta} = K\,\vartheta\rho(\vartheta) + K\left[\int_{\vartheta}^{\infty} \rho(\Theta_y)d\Theta_y - \vartheta\rho(\vartheta)\right] = K\int_{\vartheta}^{\infty} \rho(\Theta_y)d\Theta_y \qquad (2.34)$$

Die zweite Ableitung ergibt:

$$\frac{d^2T}{d\vartheta^2} = \frac{d}{d\vartheta}\left[K\int_{\vartheta}^{\infty} \rho(\Theta_y)d\Theta_y\right] = \frac{\partial K}{\partial \vartheta}\left[\int_{\vartheta}^{\infty} \rho(\Theta_y)d\Theta_y\right] + K\left[\frac{\partial \Theta_y}{\partial \vartheta}\vartheta\rho(\infty) - \frac{\partial \vartheta}{\partial \vartheta}\rho(\vartheta)\right]$$

mit $\frac{\partial K}{\partial \vartheta} = 0$ erhält man:

$$\frac{d^2T}{d\vartheta^2} = -K\rho \qquad (2.35)$$

Es zeigt sich, daß die Häufigkeitsverteilung aus der Krümmung der "back bone curve" und der Anfangssteigung K ermittelt werden kann. Der Verlauf der "back bone curve" wurde von HARDIN + DRNEVICH (1972) hyperbelähnlich angenähert.

$$T = \frac{K\vartheta}{(1+\vartheta/\Theta_r)} \qquad (2.36)$$

Hierin ist Θ_r eine Bezugsgröße, die sich aus der Regression ergibt. Sie ist abhängig von der Dichte des Bodens und der mittleren effektiven Hauptspannung. Gleichung (2.36) läßt sich folgendermaßen umformen:

$$\frac{K}{T} = \frac{1}{\vartheta} + \frac{1}{\Theta_r} \qquad (2.37)$$

In dieser Form können aus den "back bone" Daten mittels linearer Regression die Anfangssteifigkeit K und die Bezugsverdrehung Θ_r abgeleitet werden. Nach

zweifacher Ableitung von Gleichung (2.36) und Gleichsetzen mit (2.35) kann die Häufigkeitsverteilung ρ bestimmt werden:

$$\rho = \frac{2}{\Theta_r(1+\vartheta/\Theta_r)^3} \tag{2.38}$$

Hier ist anzumerken, daß in den Gleichungen (2.36) bis (2.38) anstelle ϑ eigentlich Θ_y stehen müßte, da die Häufigkeit $\rho(\Theta_y)$ des Beginns des Gleitens einzelner Feder-Reibelemente in Abhängigkeit der jeweiligen Grenzverdrehung Θ_y angegeben wird. Die Gleichungen sind hier jedoch entsprechend der Veröffentlichung von BOLTON und WILSON (1990) wiedergegeben.

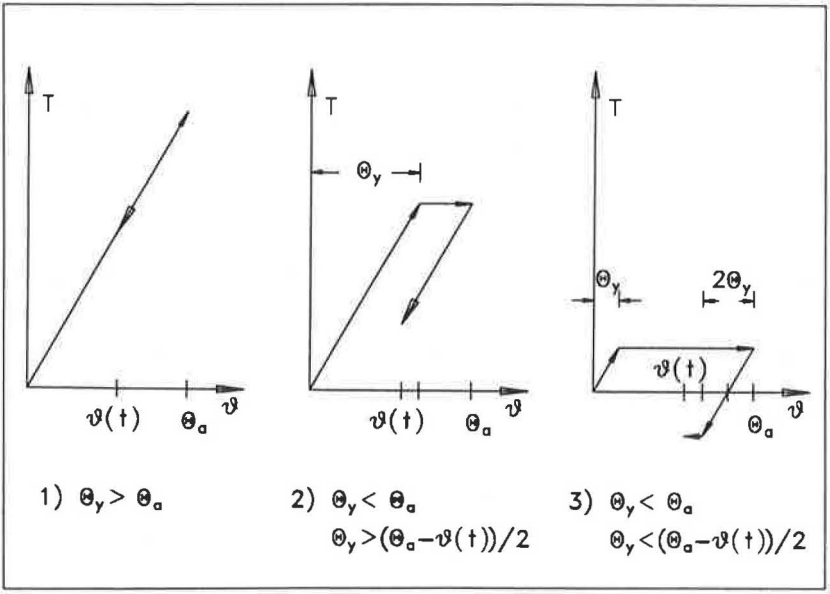


Bild 2.10: Momenten-Verdrehungs-Beziehungen für einzelne Elemente des Iwan-Jenkins-Modells

1) nichtplastifiziertes Element (reine Feder)

2) Element mit Plastifizierung auf dem Belastungsast

3) Element mit Plastifizierung auf dem Be- und Entlastungsast

Der Entlastungsast einer Hysteresekurve mit der Verdrehungsamplitude Θ_a kann für $\Theta_a > \vartheta(t) > -\Theta_a$ durch die Summe von drei Termen berechnet werden. Der erste behandelt die Elemente, die selbst bei der maximalen Verdrehung Θ_a noch elastisches Verhalten zeigten, demzufolge sich also auch beim Entlastungsvorgang immer noch elastisch verhalten ($|\vartheta(t)| < \Theta_y$).

Der zweite Term berücksichtigt die Elemente, bei denen die Reibelemente zwar bei der Belastung ins Gleiten kamen, die aber wieder elastisch wurden ($|\Theta_a - \vartheta(t)| < 2\Theta_y$). Der dritte beschreibt die Elemente, die sowohl beim Belastungs- als auch Entlastungsvorgang ins Gleiten kamen ($|\Theta_a - \vartheta(t)| > 2\Theta_y$).

$$T = K\vartheta \int_{\Theta_a}^{\infty} \rho \, d\Theta_y + K \int_{(\Theta_a - \vartheta(t))/2}^{\Theta_a} [\Theta_y - (\Theta_a - \vartheta(t))]\rho \, d\Theta_y - K \int_{0}^{(\Theta_a - \vartheta(t))/2} \Theta_y \rho \, d\Theta_y \qquad (2.39)$$

Exemplarisch sind in Bild (2.10) die Momenten-Verdrehungsbeziehungen bis zum Erreichen des betrachteten Punktes auf dem Entlastungsast für jeweils ein elastoplastisches Element der drei verschiedenen Terme aus Gleichung (2.39) dargestellt. Ein analoger Ansatz läßt sich für den Wiederbelastungsast entwickeln.

Aus diesen Ansätzen lassen sich nach WILSON (1988) für eine hyperbolische backbone-Kurve durch Kurvenanpassung sogenannte "linear-äquivalente Parameter" als Näherung ableiten. Hierzu wird die bekannte Bewegungsgleichung des viskos-gedämpften Ein-Massen-Systems für Torsionsschwingung mit der eines hyteretisch gedämpften Ein-Massen-Systems verglichen:

$$I\ddot{\vartheta} + c\dot{\vartheta} + k\vartheta = T(t) = I\ddot{\vartheta} + f\left(\vartheta, \operatorname{sign}\left(\dot{\vartheta}\right)\right) \qquad (2.40)$$

Hierin steht $f\left(\vartheta, \operatorname{sign}\left(\dot{\vartheta}\right)\right)$ sowohl für elastische als auch für dissipative Momentenanteile. Der Fehler $E\left(\vartheta, \dot{\vartheta}\right)$ in der linear-äquivalenten Näherung läßt sich als Differenz der Torsionsmomente aus den hysteretischen Elementen und den Torsionsmomenten aus den viskosen Elementen definieren:

$$E\left(\vartheta, \dot{\vartheta}\right) = f\left(\vartheta, \operatorname{sign}\left(\dot{\vartheta}\right)\right) - c\dot{\vartheta} - k\vartheta \qquad (2.41)$$

Die linear-äquivalenten Parameter c und k kann man durch Minimierung der Summe der Fehlerquadrate über die Zeit gewinnen. In den folgenden Minimierungsbedingungen bedeutet M{} den Mittelwert einer Größe über die Zeit.

$$\frac{\partial}{\partial k} M\left\{E\left(\vartheta,\dot{\vartheta}\right)^2\right\} = \frac{\partial}{\partial c} M\left\{E\left(\vartheta,\dot{\vartheta}\right)^2\right\} = 0 \ ,$$

daraus ergibt sich:

$$M\left\{\vartheta E\left(\vartheta,\dot{\vartheta}\right)\right\} = M\left\{\dot{\vartheta} E\left(\vartheta,\dot{\vartheta}\right)\right\} = 0$$

mit Gleichung (2.41) erhält man:

$$M\{k\,\vartheta^2\} + M\{c\,\vartheta\dot{\vartheta}\} - M\left\{\vartheta \cdot f\left(\vartheta, \operatorname{sign}\left(\dot{\vartheta}\right)\right)\right\} = 0$$

$$M\{k\,\vartheta\dot{\vartheta}\} + M\{c\,\dot{\vartheta}^2\} - M\left\{\dot{\vartheta} \cdot f\left(\vartheta, \operatorname{sign}\left(\dot{\vartheta}\right)\right)\right\} = 0 \ .$$

Für harmonische Vorgänge gilt $M\{\vartheta\dot{\vartheta}\} = 0$. Somit erhält man:

$$k = M\left\{\vartheta \cdot f\left(\vartheta, \operatorname{sign}\left(\dot{\vartheta}\right)\right)\right\} / M\{\vartheta^2\} \quad \text{und} \quad c = M\left\{\dot{\vartheta} \cdot f\left(\vartheta, \operatorname{sign}\left(\dot{\vartheta}\right)\right)\right\} / M\{\dot{\vartheta}^2\} \ . \qquad (2.42)$$

Mit der Annahme, daß $\vartheta(t)=\Theta_a\cos(\delta)$ ist (worin $\delta=\omega t-\phi$ die Gesamtphasenlage beschreibt), kann der Mittelwert über die Zeit durch den Mittelwert über einen Schwingungszyklus ersetzt werden. Der jeweilige Nenner in den Gleichungen (2.46) wird zu:

$$M\{\vartheta^2\} = \frac{1}{2\pi} 2 \int_0^{\pi} (\Theta_a \cos\delta)^2 d\delta = \frac{\Theta_a^2}{2} \quad \text{bzw} \quad M\{\dot{\vartheta}^2\} = \frac{1}{2\pi} 2 \int_0^{\pi} (\Theta_a \omega \sin\delta)^2 d\delta = \frac{(\Theta_a\omega)^2}{2} \ .$$

Einsetzen in Gleichung (2.42) führt zu:

$$k = \frac{2}{\pi\Theta_a} \int_0^{\pi} f(\Theta_a\cos\delta \ , \operatorname{sign}(-\omega\Theta_a\sin\delta)) \ \cos\delta \ d\delta = \frac{2}{\pi\Theta_a} \int_0^{\pi} f(\Theta_a, \delta) \ \cos\delta \ d\delta \qquad (2.43)$$

$$c = \frac{-2}{\pi\Theta_a\omega} \int_0^{\pi} f(\Theta_a\cos\delta \ , \operatorname{sign}(-\omega\Theta_a\sin\delta)) \ \sin\delta \ d\delta = \frac{-2}{\pi\Theta_a\omega} \int_0^{\pi} f(\Theta_a, \delta) \sin\delta \ d\delta \ . \qquad (2.43)$$

Die Funktion f beschreibt also die hysteretischen Eigenschaften des Systems bzw. das durch diese Eigenschaften bedingte Torsionsmoment während des Schwingungsvorgangs in Abhängigkeit von der Amplitude Θ_a und der Gesamtphasenlage δ wie auch Gleichung (2.39). Unter Vernachlässigung akkumulierender plastischer Verformungen - bei kleinen Dehnungsamplituden ist das zulässig

- sind Be- und Entlastungsast der Hystereseschleife für eine feste Amplitude symmetrisch, deshalb genügt für die Integration der Bereich von 0 bis π. Mit $f(\Theta_a, \vartheta)=T$ ergibt Gleichung(2.43):

$$k = \frac{2}{\Theta_a \pi}\left[\int_0^{\pi} K\vartheta(t)\int_{\Theta_a}^{\infty} \rho\, d\Theta_y + K\int_{(\Theta_a-\vartheta(t))/2}^{\Theta_a} [\Theta_y - (\Theta_a - \vartheta(t))]\rho\, d\Theta_y \; - \right.$$
$$\left. -K\int_0^{(\Theta_a-\vartheta(t))/2} \Theta_y \rho\, d\Theta_y\right]\cos\delta d\delta \qquad (2.44)$$

$$c = \frac{-2}{\Theta_a \pi\omega}\left[\int_0^{\pi} K\Theta(t)\int_{\Theta_a}^{\infty} \rho\, d\Theta_y + K\int_{(\Theta_a-\Theta(t))/2}^{\Theta_a} [\Theta_y - (\Theta_a - \vartheta(t))]\rho\, d\Theta_y \; - \right.$$
$$\left. -K\int_0^{(\Theta_a-\vartheta(t))/2} \Theta_y \rho\, d\Theta_y\right]\sin\delta d\delta \; . \qquad (2.45)$$

Nach kurzer mathematischer Umformung gibt der Autor die linear-äquivalenten Parameter k und c in folgender Form an:

Steifigkeit $$k = \frac{4K}{\alpha(1+\alpha)^2} \qquad (2.46)$$

Dämpfungsparameter $$c = \frac{4K}{\pi\omega}\left[\frac{\ln\alpha^4}{(\alpha^2-1)^2} - \frac{(\alpha^2+1)}{\alpha^2(\alpha^2-1)}\right] \qquad (2.47)$$

worin $\alpha^2 = 1 + \frac{\Theta_a}{\Theta_r}$ mit Θ_r=Referenzdrehung aus Backbone-Kurve (siehe S.18)

Diese Parameter können dazu verwendet werden, die Lösung für die Torsionsschwingungsgleichung $I\ddot{\vartheta} + c\dot{\vartheta} + k\vartheta = T_a\cos(\omega t)$ zu bestimmen. Die Lösung für den eingeschwungenen Zustand lautet:

$$\vartheta(t) = \Theta_a\cos(\omega t - \Phi) \qquad (2.48)$$

mit der Schwingungsamplitude

$$\Theta_a = \frac{T_a}{\sqrt{(k - I\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \qquad (2.49)$$

Abschließend wird hier noch der prinzipielle Verlauf der linear-äquivalenten Parameter k und c in Abhängigkeit von der Verdrehung graphisch dargestellt.

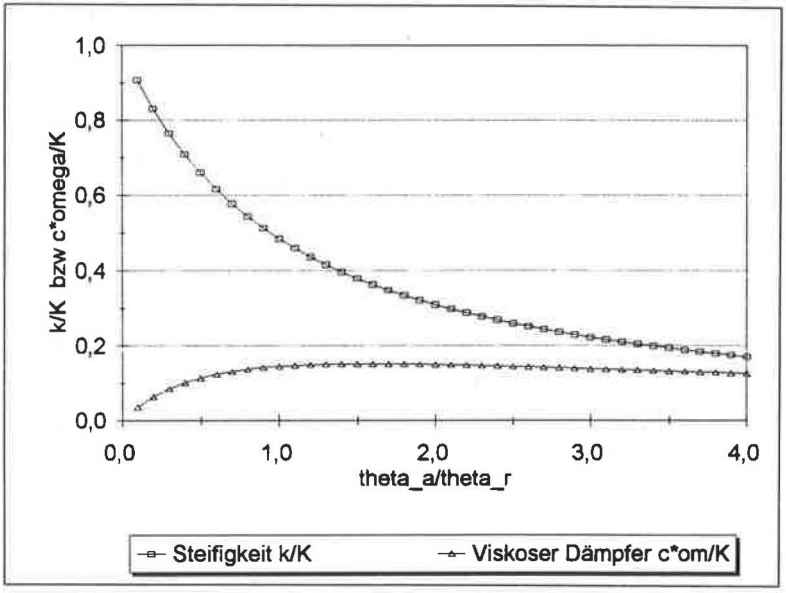


Bild 2.11: Verlauf der bezogenen Steifigkeit k/K und des viskosen Dämpfungsparameters $c^*\omega/K$ in Abhängigkeit von der relativen Verdrehung Θ_a/Θ_r (= theta_a/theta_r)

Aus Bild (2.11) ist zu erkennen, daß die Steifigkeit des Systems mit der Amplitude der Verdrehung stark abnimmt, während der Dämpfungsparameter c nach einer anfänglichen Zunahme stagniert und dann sogar wieder abnimmt.

Die Entwicklung der Steifigkeit mit zunehmender Verdrehung stimmt mit dem beobachteten Verhalten in Versuchen überein. Eine Abnahme der Dämpfung mit der Amplitude steht allerdings im Widerspruch zu den in der Literatur dargestellten Meßergebnissen, d.h. für diese Dehnungsbereiche verläßt man offensichtlich den Geltungsbereich der Näherung.

3 Versuche und Versuchsgeräte zur Bestimmung der Materialdämpfung von Boden

Prinzipiell können zur Dämpfungsermittlung bei Bodenmaterialien sowohl Labor- als auch Feldversuche durchgeführt werden. In Feldversuchen wird dabei in erster Linie die Abnahme der Schwingungsamplitude mit dem Abstand zum Schwingungserreger gemessen. Bei der Rayleigh-Wellen-Dispersionsmessung wird die Amplitudenabnahme infolge Ausbreitung der Schwingung in der Form $1/\sqrt{r}$ vorausgesetzt und die zusätzliche Abnahme der Materialdämpfung zugewiesen. Im Labor lassen sich jedoch nicht zuletzt wegen der besseren Reproduzierbarkeit und Homogenität der Proben mittels verschiedener Versuchsmethoden Erkenntnisse über die Materialdämpfung von Böden gewinnen. Somit sind Laborversuche für eine grundlegende systematische Untersuchung der Materialdämpfung gegenüber Messungen im Felde vorzuziehen.

3.1 Laborversuche zur Bestimmung dynamischer Materialparameter

Zu den für dynamische Messungen im Labor am häufigsten verwendeten Methoden und Geräten gehören das zyklische Dreiaxialgerät, das Resonant-Column-Gerät und in gewissen Fällen Ultraschallmessungen. Ferner kommen verschiedentlich auch das zyklische Ringschergerät und das zyklische Simple-Shear-Gerät zum Einsatz. (vgl. HAUPT 1986a,b). Das Resonant-Column-Gerät wird im Abschnitt 3.2 näher besprochen (vgl. auch HAUPT 1987). Hier sind im Anschluß kurz die wesentlichen Merkmale der anderen Versuche dargestellt.

Ultraschallmessungen sind vorwiegend für die Bestimmung von Wellenlaufzeiten in felsartigen oder festen bindigen Böden sinnvoll, woraus man dynamische Moduln ermitteln kann.

Das Simple-Shear-Gerät wird seit längerer Zeit in der Bodenmechanik eingesetzt. Die Probe ist meist ein flacher rechteckiger Körper, der zwischen zwei Lastplatten einem vertikalem Druck ausgesetzt ist. Zusätzlich kann die obere Platte horizontal und drehungsfrei (zyklisch) verschoben werden, wodurch theoretisch eine konstante Scherverformung innerhalb der Probe erzeugt wird. Zu-

gleich wird durch stählerne Seitenplatten die seitliche Verformung behindert. Aus den Kraft-Weg-Kurven über einen Zyklus lassen sich die dynamischen Parameter ableiten. Nach HAUPT 1986b liegt der Vorteil dieses Gerätes darin, daß einem statischen Normalspannungszustand eine unabhängig variierbare zyklische Schubspannung überlagert werden kann. Sofern es gelingt, die seitliche Normalverformung auszuschalten, wird damit weitgehend das Durchlaufen einer Scherwelle durch ein Bodensegment im Untergrund simuliert. Als wesentlicher Nachteil wird jedoch die Inhomogenität des Schub- und Normalspannungszustandes betrachtet (SEED H.B. , PEACKOCK W. H.1971).

Im Ring-Schergerät wird, wie der Name schon aussagt, eine kreisringförmige Probe verwendet. Die Probenhöhe nimmt von außen nach innen linear ab, dadurch erhält man bei einer zyklischen Verdrehung der oberen Kopfplatte eine konstante Schubdehnung innerhalb der Probe. Der Umgebungsdruck ist innerhalb und außerhalb des Ringes gleich und kann unabhängig vom Torsionsmoment und einer vertikalen Last verändert werden. Die Ermittlung der dynamischen Bodenkennwerte erfolgt über die Auswertung der Spannungs-Dehnungsbeziehungen über einen Zyklus. Es muß jedoch auch bei diesem Versuch ein Nachteil in Kauf genommen werden: Infolge einer Vertikalbelastung ergibt sich an der nach außen geneigten Probenunterseite eine radiale Schubspannung, dadurch ist der tatsächliche Spannungsverlauf innerhalb der Probe weitgehend unbekannt. Detailliertere Angaben zum Aufbau des Gerätes findet man z.B. bei ISHIBASHI I., SHERIF M.A. 1974.

Das zyklische Dreiaxialgerät ist verhältnismäßig weitverbreitet (siehe HAUPT 1986a,b). Dies ist unter anderem darin begründet, daß sich vorhandene statische Dreiaxialgeräte vergleichsweise einfach umrüsten lassen und aus statischen Versuchen umfangreiche Erfahrungen mit dem Gerät vorliegen. Verwendet werden zylindrische Bodenproben, die einem allseitigen Umgebungsdruck ausgesetzt und zusätzlich durch eine statische und eine zyklische Vertikalkraft beansprucht werden. Die Vertikallast wird hydraulisch, pneumatisch oder mechanisch aufgebracht, dabei lassen sich Frequenzen bis etwa 10 Hertz (bei mechanischem Antrieb bis etwa 20 Hertz) erreichen. Wie bei allen zyklischen Versuchen werden

die viskoelastischen Bodenparameter aus der Spannungs-Dehnungs-Kurve eines Zyklus abgeleitet (Zur Auswertung der sogenannten Hysteresekurven siehe auch Kapitel 4).

Das am Prüfamt für Grundbau, Bodenmechanik und Felsmechanik vorhandene zyklische Dreiaxialgerät hat eine elektromechanische Belastungseinrichtung für die Aufbringung vertikaler Lasten. Mit dem Gerät können Frequenzen bis zu 20 Hertz weggesteuert gefahren werden. Man erreicht somit den Übergang zu echten dynamischen Versuchsmethoden, bei denen, im Gegensatz zu den zyklischen Versuchen, Massenträgheitskräfte von Bedeutung sind. Im Rahmen dieses Forschungsvorhabens war beabsichtigt, das Untersuchungsprogramm durch Versuchsserien mit dem zyklischen Dreiaxialgerät zu ergänzen. Es stellte sich jedoch bei Vorversuchen heraus, daß für die angestrebten Dehnungsbereiche von $<10^{-5}$ keine exakten Sinusbelastungen erzeugt werden konnten. Infolgedessen mußte auf diese Versuche verzichtet werden.

Wesentlich höhere Frequenzen und damit tatsächlich dynamische Beanspruchungen können (mit Ausnahme der Ultraschallmethode, die wiederum kaum Aussagen bezüglich der Materialdämpfung erlaubt) nur mit dem Resonant-Column-Gerät erzielt werden, deshalb wurde im vorliegenden Forschungvorhaben dieses Gerät gewählt.

3.2 Das Resonant-Column-Gerät

Der Resonant-Column-Versuch, der auf der eindimensionalen Wellenausbreitung beruht, ist als ein Standardversuch zur Bestimmung der dynamischen Bodenkennwerte zu bezeichnen. Heute sind verschiedene Versionen dieses Gerätes in Gebrauch, die sich im wesentlichen durch die Randbedingungen an den Probenenden unterscheiden. In der Folge soll das Funktionsprinzip am Beispiel des von HALL J.R., RICHARD F.E. 1963 vorgestellten Geräts dargestellt werden (Randbedingung fest-frei), wie es auch in etwas modifizierter Form im Rahmen des Forschungsvorhabens zum Einsatz kam. Am Prüfamt für Grundbau und Bodenmechanik der TU München ist derzeit kein Resonant-Column-Gerät

vorhanden, wegen der hohen Anschaffungskosten konnte im Rahmen dieses Forschungsvorhabens kein solches Gerät beschafft werden. Aus diesem Grund wurden die Versuche mit dem umgebauten Gerät der Bayrischen Landesgewerbeanstalt (LGA), Bereich Geotechnik, in Nürnberg durchgeführt. Die Modifikation des Gerätes bestand in erster Linie aus der Erweiterung der möglichen Anregungsform auf longitudinale Schwingungszustände. Diese konzeptionelle Änderung der Apparatur wurde unter der Leitung von Herrn Dr.-Ing. W. Haupt (LGA) entwickelt und technisch realisiert. Das modifizierte Gerät ist in den Bildern (3.1) bis (3.3) in verschiedenen Einbauphasen dargestellt.

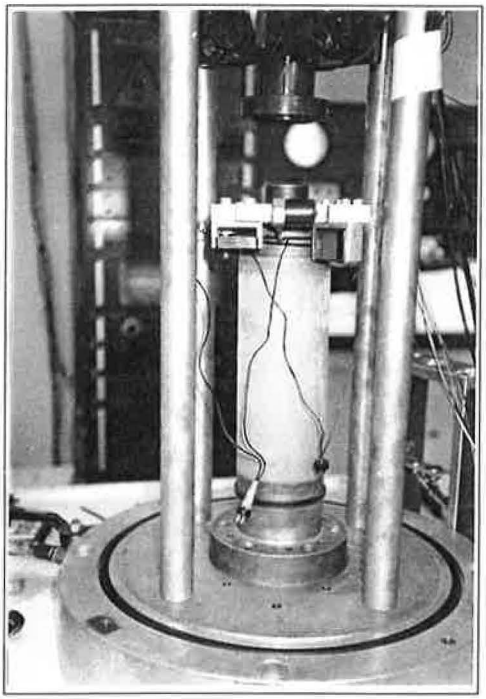


Bild 3.1: Resonant-Column-Gerät:
Eingebaute Bodenprobe mit Kopfplatte
Spule links: Longitudinalantrieb
Spule rechts: Torsionsantrieb
Beschleunigungsaufnehmer Mitte: Messung der Torsionsbeschleunigung

Eine zylindrische Bodenprobe steht auf der Grundplatte des Gerätes. Der Fußpunkt der Probe kann somit in guter Näherung als festgehalten betrachtet werden. Auf dem oberen Ende der Probe befindet sich eine Kopfplatte, die ihrerseits das Antriebs- und Meßsystem trägt (siehe Bild 3.1).

Das im Anschluß geschilderte Funktionsprinzip des Gerätes und das zugrundeliegende mechanische Modell sind im wesentlichen für Torsions- und Longitudinalanregung gleich bzw. analog, deshalb werden sie nur für den Fall der Torsionsschwingung erläutert.

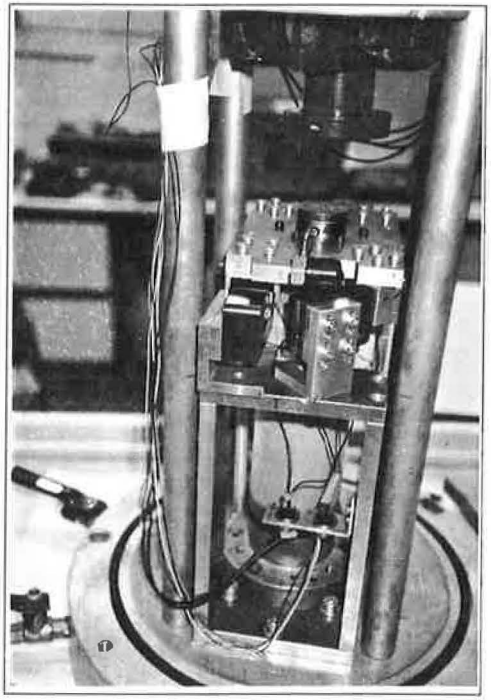


Bild 3.2: Resonant-Column-Gerät:
Eingebaute Bodenprobe mit Kopfplatte und
Permanentmagnete inklusive Haltevorrichtungen

Der Antrieb besteht aus paarweise symmetrisch angeordneten elektrischen Spulen, die sich beim Durchfluß von Wechselstrom am magnetischen Feld von fest an Haltevorrichtungen montierten Permanentmagneten (siehe Bild 3.2) abstoßen.

Als Meßsystem dienen piezokeramische Beschleunigungsaufnehmer, die ebenfalls paarweise und symmetrisch angeordnet sind (siehe Bild 3.3). Durch eine Riffelung des Metallkopfes im Bereich der Kontaktfläche zur Probe ist die Kopfplatte kraftschlüssig mit der Bodenprobe verbunden und hat, mit Ausnahme der Stromversorgungskabel für den Antrieb und die Meßeinrichtung, keine Verbindung zur Apparatur. Aus diesem Grund kann das obere Ende des schwingenden Systems (Probe mit Kopfplatte) in guter Näherung als frei beweglich angesehen werden.

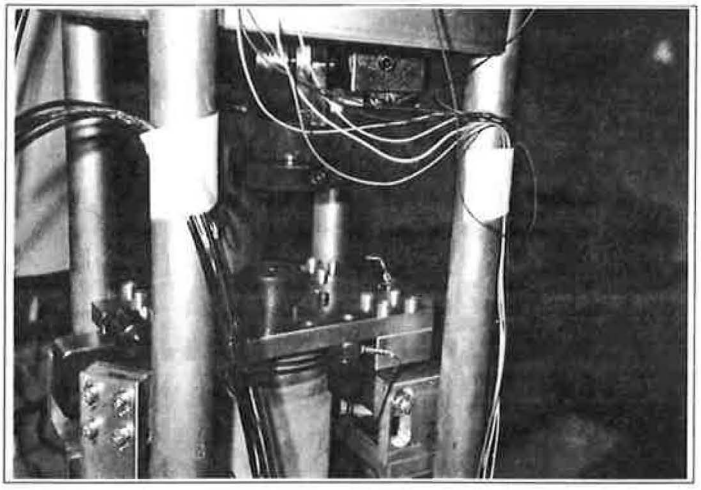


Bild 3.3: Resonant-Column-Gerät:
Eingebaute Bodenprobe mit Kopfplatte und Permanentmagnete inklusive Haltevorrichtungen
Beschleunigungsaufnehmer links und rechts: Messung der Torsionsbeschleunigung
Beschleunigungsaufnehmer Mitte: Messung der Longitudinalbeschleunigung

Mit dem von HALL vorgestellten Gerät kann eine Bodenprobe in Torsionsschwingungen um die vertikale Symmetrieachse versetzt werden. Das mechanische Prinzip ist in Bild (3.5) dargestellt. In der Folge sollen kurz einige theoretische Grundlagen dargelegt werden.

Bild 3.4: Resonant-Column-Gerät:
Geschlossene Druckzelle

3.2.1 Theoretische Grundlagen

Die folgenden Beziehungen gelten in entsprechender Form sowohl für Torsions- als auch Longitudinalbeanspruchung, exemplarisch werden sie für Torsionsschwingungen abgeleitet.

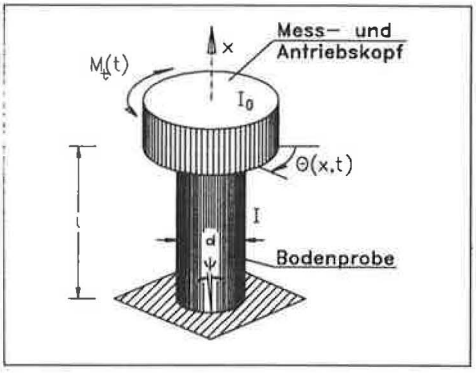


Bild 3.5: Resonant-Column-Gerät: Randbedingung fest-frei: mechanisches System

Da bei zylindrischer Querschnittsform der Probe infolge der Verdrehung des Probenkopfes keine Verwölbungen auftreten, entsteht ein reiner Schubspannungs- bzw. Scherdehnungszustand (Auf die Wirkung der Querdehnungsbehinderung an den Probenenden im Fall einer Longitudinalbeanspruchung wird in Abschnitt 3.2.3 eingegangen). Es gilt somit die Differentialgleichung der Torsionsschwingung des massebelegten Stabes für die Verdrehung $\Theta(x,t)$:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial t^2} = c_s \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} \tag{3.1}$$

Hierin ist c_s die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Scherwelle entlang des Stabes. Für einen harmonischen Ansatz der Form

$$\vartheta(x,t) = \vartheta(x)\, e^{i\omega t} \tag{3.2}$$

erhält man die Lösung der Differentialgleichung zu

$$\vartheta(x) = C_1 \sin(k\,x) + C_2 \cos(k\,x) \tag{3.3}$$

Hierin ist die Wellenzahl k gleich dem Verhältnis der Kreisfrequenz ω zur Scherwellengeschwindigkeit c_s:

$$k = \omega / c_s \tag{3.4}$$

Aus den Randbedingungen erhält man die Bestimmungsgleichungen:

- Starre Festhaltung am Fußende:

$$\vartheta(x=0) = 0 \rightarrow C_2 = 0 \tag{3.5}$$

- Momentengleichgewicht am Kopfende

$$M(x=l) = G J \frac{\partial \vartheta(x=l)}{\partial x} = -I_0 \frac{\partial^2 \vartheta(x=l)}{\partial t^2} \tag{3.6}$$

Hierin ist mit J das polare Flächenträgheitsmoment der Bodenprobe bezeichnet, für einen kreisförmigen Querschnitt ist $J = \pi r^4/2$. Das Rotationsmassenträgheitsmoment des Probenkopfes inklusive der Spulen und Beschleunigungsaufnehmer um die vertikale Drehachse I_0 ist durch ein geeignetes Verfahren bei der Herstellung des Gerätes messtechnisch zu bestimmen. Das Rotationsmassenträgheitsmoment der Bodenprobe ist $I = J \times \rho \times l$. Damit erhält man aus Gleichung (3.6) unter Berücksichtigung der Vereinfachung $\beta = kl = \omega / c_s l$:

$$\frac{I}{I_0} = \beta \tan\beta \tag{3.7}$$

Für ein bestimmtes Verhältnis I/I_0 läßt sich nun aus Gleichung (3.7) β iterativ berechnen oder aus entsprechenden Diagrammen z.B. Bild (3.6) ablesen. Prinzipiell hat Gleichung (3.7) für einen festen Wert I/I_0 unendlich viele Eigenwerte. Dies bedeutet: physikalisch hat das System unendlich viele Eigenfrequenzen. Für die Versuchsdurchführung sind jedoch nur die ersten beiden Eigenfrequenzen relevant, da höhere Eigenfrequenzen nicht mehr eindeutig identifiziert, d.h. von Resonanzerscheinungen der Apparatur unterschieden werden können.

Für die gemessene Eigenfrequenzen f_e des schwingenden Systems ergibt sich aus Gleichung (3.4):

$$c_s = \frac{\omega_e}{k} = \frac{2\pi f_e l}{\beta} \tag{3.8}$$

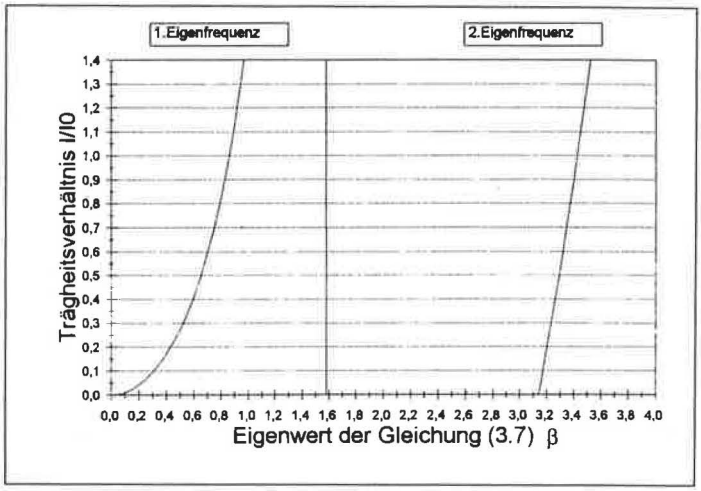


Bild 3.6: Eigenwerte der Gleichung (3.7)

Damit läßt sich der dynamische Schubmodul G einer Bodenprobe bei bekannter Dichte mit folgendem Zusammenhang bestimmen:

$$c_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \tag{3.9}$$

In analoger Weise läßt sich aus der Eigenfrequenz der Longitudinalschwingung der dynamische Elastizitätsmodul bestimmen.

Die Eigenfrequenz des Systems kann bei harmonischer Erregung aus der Phasenbeziehung zwischen dem antreibenden elektrischen Strom und dem gemessenen Beschleunigungssignal ermittelt werden. Gibt man beide Signale auf die horizontale bzw. vertikale Achse eines Oszillographen, so ergibt sich bei der ersten Eigenfrequenz eine Ellipse, deren Hauptachsen horizontal und vertikal liegen. Für Frequenzen nahe der Eigenfrequenz erhält man geneigte Ellipsen. Für Frequenzen, die weiter von der Eigenfrequenz entfernt liegen, entartet die Ellipse zu einem Strich und der kleinere Hauptachsenradius geht gegen Null. Je geringer die Dämfung ist, desto schmäler wird der Frequenzbereich mit verwertbaren Hytereseellipsen. Die Feststellung der Eigenfrequenz ist nicht nur für die

Bestimmung der dynamischen Moduln sondern auch für die Dämpfungsermittlung von großer Bedeutung (siehe Kapitel 4).

3.2.2 Repräsentative Dehnung

Wie in Kapitel 2 bereits erläutert wurde, sind sowohl die dynamischen Moduln als auch die Dämpfungseigenschaften des Materials stark vom Dehnungsniveau abhängig. Da die Dehnungen bzw. Gleitungen infolge Longitudinal- bzw. Torsionsanregung innerhalb der Bodenprobe nicht konstant verlaufen, gilt es zunächst, eine sinnvolle Definition des Dehnungsniveaus zu finden. Eine entsprechende Ableitung findet sich bei HAUPT (1986a).

Per Festlegung wird nun diejenige mittlere konstante Dehnung bzw.Gleitung als repräsentative Dehnung (Gleitung) gewählt, die über das gesamte Probenvolumen betrachtet die gleiche Arbeit erfordert, wie die tatsächlich vorhandene Dehnungsverteilung.

Für die bei Torsionsschwingungen auftretende Verdrehungsamplitude $\Theta(x)$ gilt:

$$\vartheta(x) = C_1 \sin(k\,x) = C_1 \sin(\beta\, x/l) \tag{3.10}$$

$$C_1 = \frac{\vartheta(l)}{\sin(\beta)} \tag{3.11}$$

Daraus ergibt sich die Gleitungsamplitude zu:

$$\gamma(x,r) = r\frac{\partial\vartheta}{\partial x} = r\,C_1\frac{\beta}{l}\cos\left(\frac{\beta}{l}x\right) = r\,\frac{\vartheta(l)}{\sin(\beta)}\frac{\beta}{l}\cos\left(\frac{\beta}{l}x\right) \tag{3.12}$$

Die für diesen Verformungszustand erforderliche Arbeit pro Volumeneinheit ist:

$$dA = \tfrac{1}{2}\gamma\,(x,r)\,\tau\,dV = \tfrac{1}{2}\,G\,\gamma(x,r)^2\,dV \tag{3.13}$$

$$dV = dx\,dr\,r\,d\varphi \tag{3.14}$$

$$dA = \frac{G}{2}\left(\frac{\vartheta(l)}{l}\frac{\beta}{\sin\beta}\right)^2 r^3\cos^2\left(\frac{\beta}{l}x\right)dx\,dr\,d\varphi \tag{3.15}$$

Für die Gesamtarbeit A erhält man:

$$A = \int_0^l\int_0^R\int_0^{2\pi} \frac{G}{2}\left(\frac{\vartheta(l)}{l}\frac{\beta}{\sin\beta}\right)^2 r^3\cos^2\left(\frac{\beta}{l}x\right)d\varphi\,dr\,dx \tag{3.16}$$

$$A = G\pi\left(\frac{\vartheta(l)}{l}\frac{\beta}{\sin\beta}\right)^2\frac{R^4}{4}\left(\frac{1}{2}l+\frac{\sin(2\beta)}{4\beta}\right) \tag{3.17}$$

Die erforderliche Arbeit für eine konstante Gleitung γ_m beträgt:

$$A_m = \int_0^l\int_0^R\int_0^{2\pi}\frac{G}{2}\gamma_m^2\, r\, d\varphi\, dr\, dx \tag{3.18}$$

$$A_m = \frac{G}{2}\pi\gamma_m^2\, l\, R^2 = \frac{G}{2}\gamma_m^2 V \tag{3.19}$$

Mit der Forderung $A=A_m$ ergibt sich für die repräsentative konstante Gleitung:

$$\gamma_m = \frac{\vartheta(l)}{l}\frac{R}{2}\frac{\beta}{\sin\beta}\sqrt{1+\frac{\sin(2\beta)}{2\beta}} \tag{3.20}$$

Mit $D_s = \frac{\beta}{\sin\beta}\sqrt{1+\frac{\sin(2\beta)}{2\beta}}$ und $|\vartheta(l)| = \left|\frac{\vartheta(l)}{\omega^2}\right|$ erhält man die repräsentative Gleitung γ_m direkt aus der gemessenen Torsionsbeschleunigung des Probenkopfes :

$$\gamma_m = \frac{\vartheta(l)\, R}{2l\omega^2} D_s \tag{3.21}$$

Die Dehnungen bei Longitudinalbeanspruchungen sind, sofern man die Wirkung der Querdehnungsbehinderung an den Probenenden vernachläßigt, durch folgende Gleichung beschrieben:

$$\varepsilon(x) = \frac{\partial u}{\partial x} = C_1\frac{\beta}{l}\cos\left(\frac{\beta}{l}x\right) \tag{3.22}$$

$$C_1 = \frac{u(l)}{\sin(\beta)} \tag{3.23}$$

Die erforderliche elastische Verformungsarbeit je Volumenelement ist:

$$dA = \tfrac{1}{2}\varepsilon(x)\,\sigma\, dV = \tfrac{1}{2}E\,\varepsilon(x)^2\, dV \tag{3.24}$$

$$A = \int_0^l\int_0^R\int_0^{2\pi}\frac{E}{2}\frac{u(l)}{l}\frac{\beta}{\sin\beta}^2 r\cos^2\left(\frac{\beta}{l}x\right) d\varphi\, dr\, dx \tag{3.25}$$

$$A = E\pi\left(\frac{u(l)}{l}\frac{\beta}{\sin\beta}\right)^2\frac{R^2}{2}\left(\frac{1}{2}l+\frac{\sin(2\beta)}{4\beta}\right) \tag{3.26}$$

Die erforderliche Arbeit für eine konstante Dehnung ε_m beträgt:

$$A_m = \int_0^l \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{E}{2} \varepsilon_m^2 \, r \, d\varphi \, dr \, dx \tag{3.27}$$

$$A_m = \frac{E}{2} \pi \varepsilon_m^2 \, l \, R^2 \tag{3.28}$$

Mit der Forderung $A=A_m$ ergibt sich für die repräsentative konstante Dehnung

$$\varepsilon_m = \frac{u(l)}{l\sqrt{2}} \frac{\beta}{\sin\beta} \sqrt{1 + \frac{\sin(2\beta)}{2\beta}} \tag{3.29}$$

Mit $D_p = \frac{\beta}{\sin\beta} \sqrt{1 + \frac{\sin(2\beta)}{2\beta}}$ und $|u(l)| = \left|\frac{\ddot{u}(l)}{\omega^2}\right|$ erhält man die repräsentative Dehnung ε_m aus der gemessenen Longitudinalbeschleunigung des Probenkopfes:

$$\varepsilon_m = \frac{\ddot{u}(l)}{l\sqrt{2}\,\omega^2} D_p \tag{3.30}$$

Der Verlauf der Funktionen D_s bzw D_p in Abhängigkeit von β_s bzw β_p ist in Bild (3.7) dargestellt.

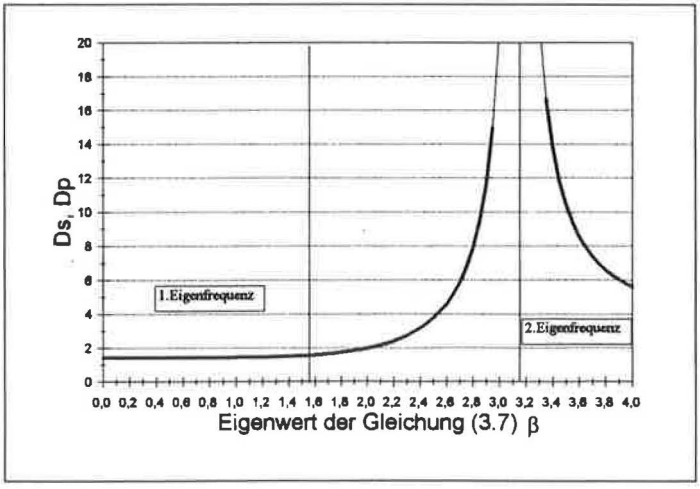


Bild 3.7: Funktionen D_s und D_p

3.2.3 Einfluß der Querdehnungsbehinderung an den Endflächen der Probe bei Longitudinalanregung

Im Abschnitt 3.1 wurde für den Torsionsschwingungsmodus im Resonant-Column-Gerät festgestellt, daß für diesen Fall keine Zwängungen an den Probenenden auftreten. Bei Longitudinalanregung des Systems gilt diese Feststellung jedoch nicht mehr. So ist die Bodenprobe bestrebt, sich bei einer Längsstauchung infolge der Querdehnungseigenschaften zu verbreitern, d.h. ihr Durchmesser nimmt zu. An den Probenenden ist diese Querdehnung jedoch durch den kraftschlüssigen Verbund zur Kopf- bzw. Fußplatte behindert. In diesem Abschnitt soll untersucht werden, inwieweit das Schwingungsverhalten des Gesamtsystems dadurch beeinflußt wird.

Zu diesem Zweck wurde das schwingende System mit Hilfe des Finite-Element-Programms SOLVIA analysiert. Die Bodenprobe wurde mit 10 x 50 axissymetrischen Elementen mit verteilter Masse abgebildet (siehe Bild 3.8). Die Kopfplatte wurde als starre Masse an das obere Ende der Probe gekoppelt.

Am Beispiel einer untersuchten Bodenprobe wird die gemessene und die berechnete Eigenfrequenz verglichen und das Verschiebungsfeld der ersten Eigenform bei behinderter Querdehnung an den Probenenden (siehe Bild 3.8 und 3.9) ermittelt.

Die Probe Nr 1 bestand aus Mittelsand. Folgende geometrische Werte wurden gemessen:

Durchmesser:	d	=	80,34	mm
Länge:	l	=	190,27	mm
Dichte:	ρ	=	1754,5	kg/m^3
Masse der Probe:	M	=	1,692	kg
Massenträgheitsmoment der Probe:	$I = 1/2\ M*d^2/4$	=	13,654	kg cm^2
Masse der Kopfplatte:	M_0	=	2,338	kg
Massenträgheitsmoment der Kopfplatte:		I_0 =	49,667	kg cm^2

Gemessene 1.Eigenfrequenzen:

Longitudinalschwingung $f_{1,p}$= 306,6 Hz

Torsionsschwingung $f_{1,s}$= 124,7 Hz

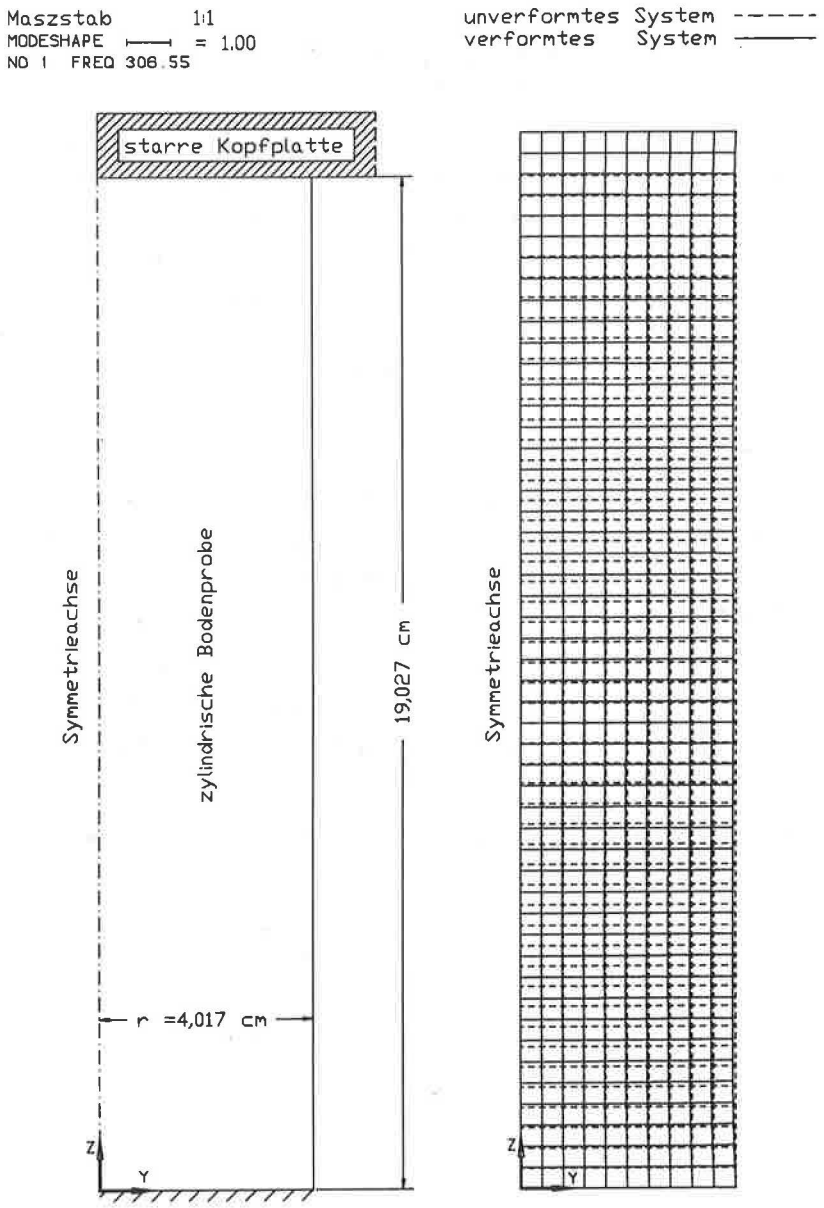


Bild 3.8: Finite-Element-Berechnung: - Statisches System
- unverformtes und verformtes FE-Netz

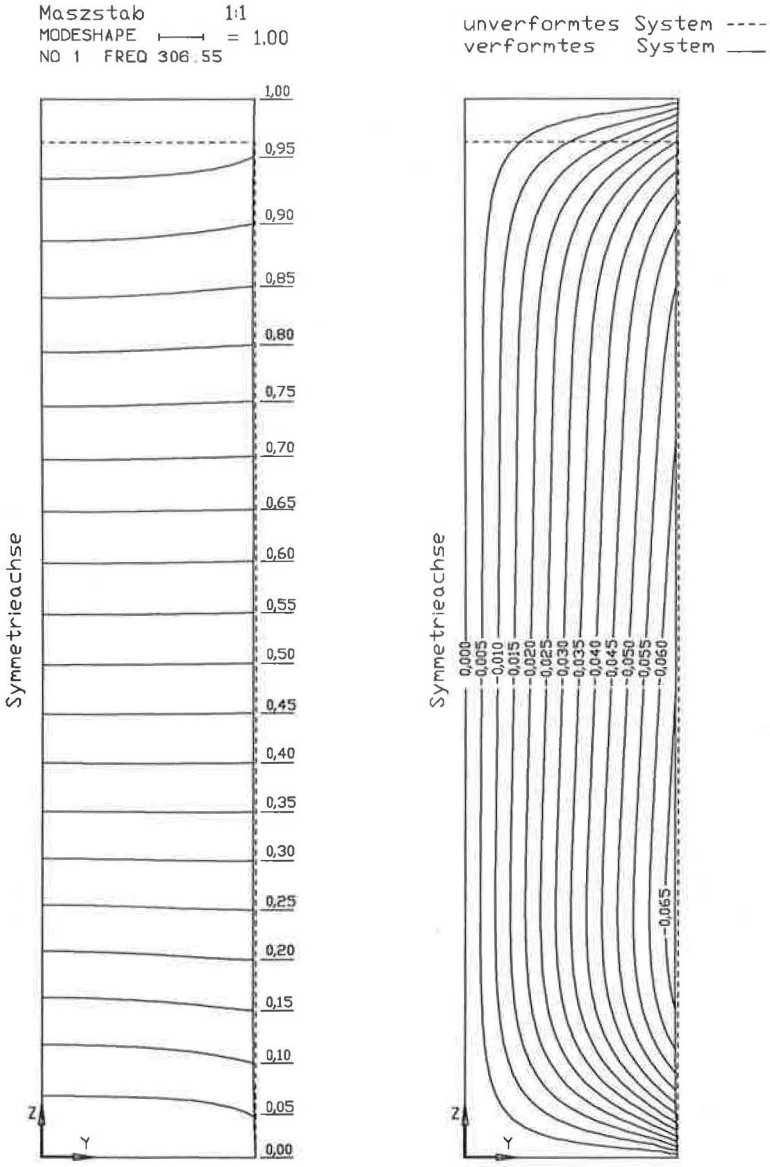


Bild 3.9: Finite-Element-Berechnung:
- Höhenlinien der Vertikalverformung
- Höhenlinien der Horizontalverformung

Aus der Geometrie der Probe leiten sich mit Hilfe von Gleichung (3.7) die Eigenwerte β_p = 0,7605 und β_s = 0,5015 der beiden Schwingungsmoden ab. Für den ersten Berechnungsschritt wird die Behinderung der Querdehnung an den Probenenden vernachlässigt, d.h. die Probe wird als idealer EA-Stab betrachtet. Die Wellenausbreitungsgeschwindigkeiten c_p=481,96 m/s und c_s =297,29 m/s werden aus Gleichung (3.8) gewonnen. Zur besseren Unterscheidung werden die hieraus berechneten Materialkennwerte E und ν mit dem Index "EA" versehen. Daraus folgt E_{EA}=407,6 MN/m² und G=155,5 MN/m². Aus der Elastizitätstheorie ist der Zusammenhang zwischen dem Elastizitäts-, dem Schubmodul und der Querdehnzahl ν bekannt:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{3.31}$$

Daraus läßt sich ν_{EA} =0,3108 ableiten. Somit sind die erforderlichen Materialkennwerte E und ν für die FE-Berechnung der Eigenfrequenz bekannt. Zunächst wurden drei Rechenläufe mit unterschiedlichen Randbedingungen durchgeführt. Eine Zusammenstellung der errechneten ersten drei Eigenfrequenzen ist in Tabelle (3.1) angegeben.

Tabelle 3.1: Berechnete Eigenfrequenzen für Longitudinalschwingungen

Materialkennwerte: E_{EA}=407,6 MN/m² , ν_{EA}=0,3108 Randbedingungen:	1.Eigen-frequenz	2.Eigen-frequenz	3.Eigen-frequenz
Ohne Behinderung der Querdehnung (idealer EA-Stab)	306,4	1335,0	2429,0
Volle Behinderung der Querdehnung (Kontinuum)	361,4	1594,0	3040,0
Behinderung der Querdehnung am Probenende	310,0	1374,0	2526,0

Die tatsächlichen Randbedingungen werden in der gemessenen Eigenfrequenz widergespiegelt. Werden also mit dieser gemessenen Eigenfrequenz die elastischen Materialkennwerte E und ν in erster Näherung analog zu Gleichung (3.8) ermittelt, so wird der E-Modul und damit auch die Querdehnzahl ν überschätzt. Die Finite-Element-Berechnungen mit den Materialkennwerten E_{EA} und ν_{EA} ergeben folgerichtig für die Randbedingungen des EA-Stabes praktisch die

gemessene Eigenfrequenz, während für die tatsächlichen Verhältnisse eine etwas höhere Eigenfrequenz ermittelt wurde. Folglich müssen die Materialkennwerte E und ν etwas kleiner sein, damit die mit realistischen Randbedingungen mit Hilfe der FE-Methode berechnete Eigenfrequenz mit der gemessenen übereinstimmt. Nach iterativen Rechenläufen erhält man für E=400,2 MN/m^2. Der Schubmodul ist unverändert G=155,5 MN/m^2. Daraus resultiert die Querdehnzahl ν = 0,2872.

Tabelle 3.2: Berechnete Eigenfrequenzen für Longitudinalschwingungen

Materialkennwerte: E=400,2 MN/m^2 , ν=0,2872 Randbedingungen:	1.Eigen-frequenz	2.Eigen-frequenz	3.Eigen-frequenz
Ohne Behinderung der Querdehnung (idealer EA-Stab)	303,7	1325,0	2423,0
Volle Behinderung der Querdehnung (Kontinuum)	346,6	1528,0	2915,0
Behinderung der Querdehnung am Probenende	306,6	1354,0	2504,0

Tabelle 3.3: Abweichungen von den tatsächlichen Frequenzen und Kenngrößen

	Dimension	E_{EA} , ν_{EA}	E, ν	Abweichung %
1.Eigenfrequenz für tatsächliche Randbedingungen	Hz	310,0	306,6	1,1
1.Eigenfrequenz für EA-Stab	Hz	306,4	303,7	0,9
Elastizitätsmodul E	MN/m^2	407,6	400,2	1,8
Querdehnzahl ν	-	0,3108	0,2872	8,2

Man kann also feststellen, daß die 1.Eigenfrequenz im vorliegenden Fall um ca. 0,9% über der des tatsächlichen EA-Stabes liegt und daß folglich der E-Modul des Bodens um ca. 1,8% und die zugehörige Querdehnzahl sogar um über 8% überschätzt wurde. Da die Torsionsschwingung nicht durch die Querdehnungsbehinderung beeinflußt wird, bleibt der Schubmodul unverändert.

In Bild 3.9 werden die ermittelten Vertikal- und Horizontalkomponenten (d.h. Radialkomponenten) des Verschiebungsfeldes der ersten Eigenform mittels Höhenliniendarstellung veranschaulicht. Besonders gut ist die Wirkung der Querdehnungsbehinderung bei den Radialverformungen erkennbar. Entsprechend dem Prinzip von de St´Venant ist der Störungsbereich an den Probenenden auf einen kleinen Bereich, d.h. unten und oben jeweils etwa 15% der Probenhöhe begrenzt.

Die geringe Veränderung der Eigenfrequenz und die geringe Beeinflussung des Verschiebungsfeldes zeigen, daß sich das Schwingungsverhalten des Gesamtsystems Bodenprobe-Kopfmasse durch die Behinderung der Querdehnung an den Probenenden nicht wesentlich ändert. Somit kann die Befürchtung entkräftet werden, nach der insbesondere durch Oberflächenwellen, welche durch die Verformungsbehinderung hervorgerufen werden könnten, die Schwingungsantwort entscheidend verändert wird. Für die weiteren Untersuchungen wird deshalb von einer Berücksichtigung der Querdehnungsbehinderung abgesehen.

4 Methoden der Ermittlung von Dämpfungsgrößen mit Hilfe des Resonant-Column-Gerätes

4.1 Vergrößerungsfunktion

Für Frequenzbereiche nahe der ersten Eigenfrequenz läßt sich das Resonant-Column-Gerät als Einmassenschwinger betrachten. Bei einer harmonischen Anregung ist die beschreibende Bewegungsgleichung (Gleichung 2.1) für dieses System aus den Grundlagen der Technischen Mechanik bekannt. Vergleicht man die sich ergebende dynamische Verformungsamplitude mit der statischen bei gleicher Kraftamplitude, ergibt sich eine frequenzabhängige Vergrößerung der Systemantwort im Falle dynamischer Belastung, die sogenannte Vergrößerungsfunktion. Neben der Frequenz hängt der Verlauf der Vergrößerungsfunktion auch von Grad der Dämpfung ab, insbesondere gilt dies für den Frequenzbereich nahe der Eigenfrequenz des Systems. In Bild 4.1 sind Vergrößerungsfunktionen eines viskos gedämpften Systems für Dämpfungsgrade von 3, 5 und 10% dargestellt.

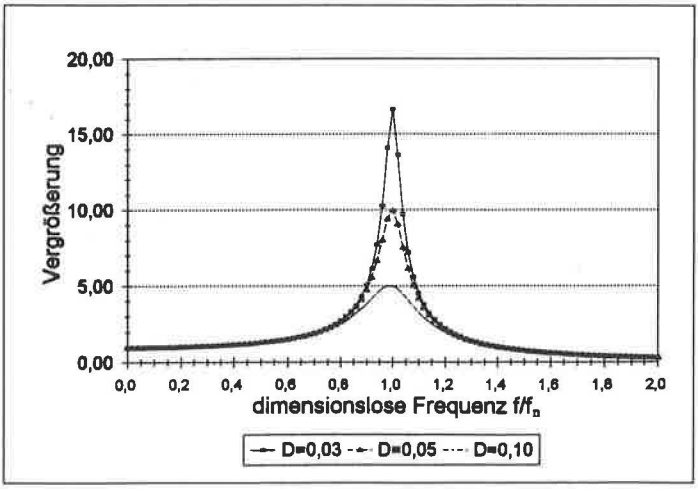


Bild 4.1: Vergrößerungsfunktion eines Einmassenschwingers für verschiedene Dämpfungsgrade

Für geringe Dämpfungsgrade $D=c/(2m\omega_n)$ gilt an der Stelle der Eigenfrequenz:

$$\frac{x_{dyn}}{x_{stat}} = \frac{1}{2D} \tag{4.1}$$

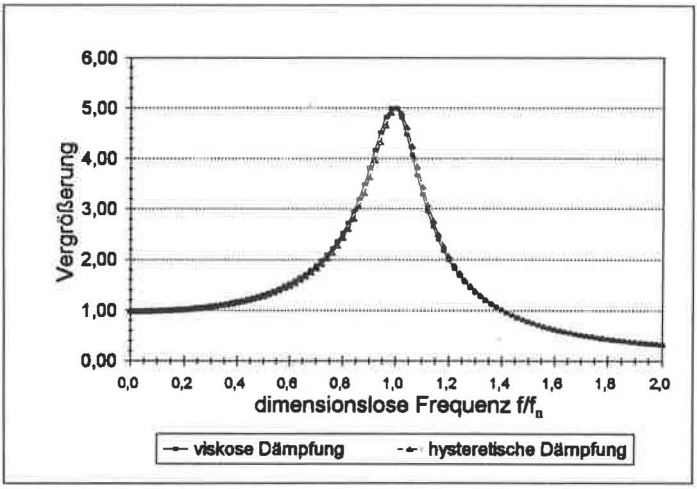


Bild 4.2: Vergrößerungsfunktion für viskose bzw. hysteretische Dämpfung D=0,10

In Bild 4.2 sind die Vergrößerungsfunktionen eines viskos gedämpften und eines hysteretisch gedämpften Einmassenschwingers dargestellt. Es wird deutlich, daß sich die beiden Funktionen nur geringfügig unterscheiden und dies umso weniger, je geringer das Dämpfungsniveau ist. Es ist somit nahezu unmöglich, mit diesem Verfahren eine Unterscheidung zwischen hysteretischer oder viskoser Dämpfung zu machen, geschweige denn eine weitergehende Untersuchung der Frequenzabhängigkeit der Dämpfung durchzuführen.

4.2 Halbwertsbreite

Ein weiteres Dämpfungsmaß ist die sogenannte Halbwertsbreite oder Half-Power-Bandwidth. Es ist die Differenz $df = f_2 - f_1$ der Frequenzen, bei denen die Amplitude das $1/\sqrt{2} = 0,707$-fache der maximalen Amplitude Xmax, d.h. bei denen der Energiegehalt der Schwingung gerade die Hälfte des Maximalwertes

beträgt (siehe Bild 4.3). Bei genügend kleiner Dämpfung (D<<1) ist die auf die Resonanzfrequenz f_n bezogene relative Halbwertsbreite (siehe z.B. E. KRÄMER 1987):

$$\frac{df}{f_n} = 2D \tag{4.2}$$

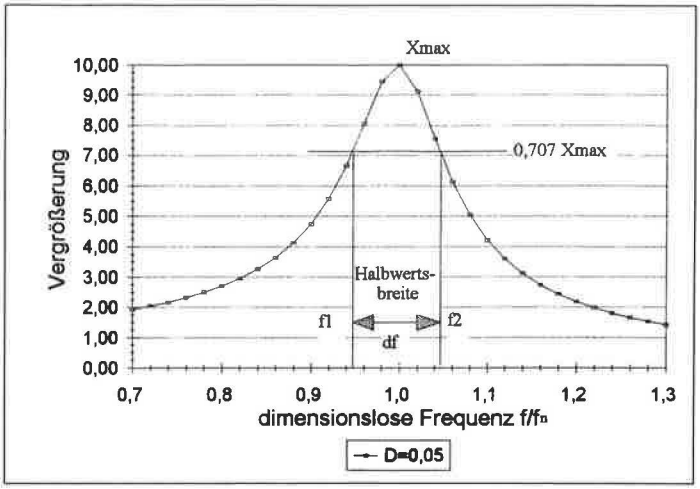


Bild 4.3: Halbwertsbreite df

Mit dieser Methode kann also nur ein Dämpfungswert ermittelt werden. Eine Unterscheidung zwischen hysteretischer oder viskoser Materialdämpfung bzw. eine genauere Untersuchung der Frequenzabhängigkeit ist auch hier nicht möglich.

4.3 Ausschwingkurven

Nach dem Abschalten des elektrischen Antriebssystems des Resonant-Column-Gerätes schwingt das Gesamtsystem Bodenprobe-Kopfplatte mit einer freien gedämpften Schwingung in der Eigenfrequenz des Systems aus. Die relative Abnahme der Schwingungsamplitude je Zyklus ist hierbei ein Maß für den Grad der

Dämpfung (siehe Bild 4.4). Der homogene Teil der Lösung der Bewegungsgleichung (2.1) ergibt sich zu (siehe z.B. W.T. THOMPSON 1981):

$$x(t)=C\, e^{-\delta t}\cos(\omega_d t+\gamma) \tag{4.3}$$

hierin sind: $\delta=c/2m$ Abklingkonstante (4.4)

$$\omega_d=\sqrt{\omega_n^2-\delta^2}=\omega_n\sqrt{1-D^2}$$ gedämpfte Eigenkreisfrequenz (4.5)

$$\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}}$$ ungedämpfte Eigenkreisfrequenz (4.6)

Die Konstanten C und γ werden aus den Anfangsbedingungen $x(0)$ und $\dot{x}(0)$ bestimmt.

Aus Gleichung (4.5) ergibt sich:

$$D=\delta/\omega_n \tag{4.7}$$

Aus dem Ausschwingversuch (Bild 4.4) kann man das logarithmische Dekrement

$$\Lambda=\ln\frac{x_n}{x_{n+1}}=\frac{1}{m}\ln\frac{x_n}{x_{n+m}} \tag{4.8}$$

ermitteln.

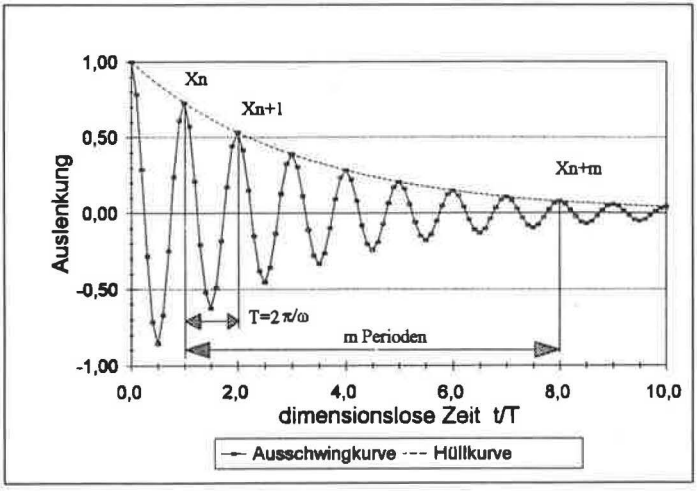


Bild 4.4: Ausschwingkurve

Aus Gleichung (4.8) erhält man für D<1 die Beziehung

$$\Lambda = \frac{2\pi\delta}{\omega_d} = \frac{2\pi D}{\sqrt{1-D^2}} \tag{4.9}$$

und für D<<1 näherungsweise:

$$\Lambda = 2\pi D \tag{4.10}$$

Die Auswertung eines Ausschwingvorgangens ist ein relativ zuverlässiges und häufig angewendetes Verfahren zur Bestimmung von Dämpfungsgrößen. Es läßt sich jedoch naturgemäß nur bei der oder den Eigenfrequenzen eines schwingenden Systems anwenden und ist somit für die systematische Untersuchung der Frequenzabhängigkeit der Materialdämpfung nicht in besonderem Maße geeignet. Trotzdem hat das Verfahren wegen seiner einfachen Durchführung und verhältnismäßig guten Zuverlässigkeit Vorteile gegenüber den oben beschriebenen Methoden.

Eine Erweiterung der Aussagekraft kann man durch die Untersuchung der höherer Eigenfrequenz erzielen. Praktisch läßt sich aber allenfalls die zweite Eigenfrequenz nützen, da bei Frequenzen größer als 1300 Hz einzelne Teile des Resonant-Column-Gerätes Resonanzerscheinungen zeigen. Ferner kann man durch Montage von Zusatzmassen an der Kopfplatte die Eigenfrequenzen des Systems verringern. Dieser Vorgang erfordert jedoch ein Öffnen der Druckzelle, in der sich die Bodenprobe während des Versuches befindet. Die damit verbundene Dekompression der Probe erfordert bei bindigen Böden eine erheblichen Zeitaufwand für eine erneute Konsolidationsphase, ehe der Versuch fortgesetzt werden kann. Ferner ist es trotz vorhandener Haltevorrichtungen nicht gänzlich auszuschließen, daß bei dem mechanischen Vorgang der Montage einer Zusatzmasse die Bodenprobe nachhaltig beeinflußt wird. Geometrische Zwänge der Druckzelle und die begrenzte Tragfähigkeit der Bodenproben gestatten eine Erhöhung der Kopfmasse nur in begrenztem Maße. Somit ist abzusehen, daß für die praktische Versuchsdurchführung nur ein Umbau in Frage kommt.

4.4 Auswertung von Hysteresekurven

Betrachtet man die Kraft-Weg-Kurve eines stationär und harmonisch schwingenden Einmassenschwingers über einen ganzen Schwingungszyklus, so kann man aus deren Verlauf Rückschlüsse auf das elastische und dissipative Verhalten des Systems ableiten (siehe Bild 4.5). Beim Resonant-Column-Gerät wird die Kraft nicht direkt gemessen, sondern der zu ihr proportionale antreibende elektrische Strom. Ebenso wird aufgrund der extrem kleinen Verformungen nicht der Weg, sondern die für sinusförmige Anregung proportionale und um 180° phasenverschobene gemessene Beschleunigung. Hierdurch hat man auch den Vorteil, kein äußeres Referenzsystem für die Wegmessung zu benötigen. Gibt man die Meßsignale für den antreibenden Strom und der Beschleunigung der Kopfmasse auf die horizontale bzw. vertikale Achse eines Oszilloskops, erhält man die sogenannten Hysteresekurven in Form von mehr oder weniger geneigten Ellipsen. Die Größe der von der Ellipse umschlossenen Fläche ist ein Maß für die dissipierte Energie je Schwingungszyklus.

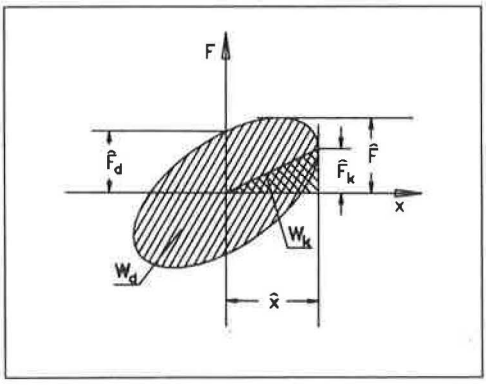


Bild 4.5: Hysteresekurve

Der Flächeninhalt der geneigten Ellipse aus Weg $\hat{x}$ und Kraft $\hat{F}$ läßt sich einfach berechnen (vgl. Standardwerke der Mathematik z.B. Bronstein 1979):

$$W_d = \frac{1}{2} \pi \hat{x} \hat{F}_d \tag{4.11}$$

$$\hat{F}_d = \hat{F}\sin(\phi) \tag{4.12}$$

hierin ist $\hat{F}_d$ die Dämpferkraft und ϕ die Phasenverschiebung zwischen der antreibenden Kraft F der Auslenkung x. Der Akzent über den Variablen kennzeichnet die Amplitude. Somit erhält man die durch Dämpfung "verzehrte" Energie eines Schwingungszyklus aus Gleichung (4.11):

$$W_d = \pi\,\hat{x}\,\hat{F}\sin(\phi) \tag{4.13}$$

Für sinusförmige Schwingungen ist die Beschleunigung $\ddot{x}(t)$ direkt proportional und um 180° phasenversetzt zum Weg x(t):

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2\,x(t) = -\omega^2\,\hat{x}\sin(\omega\,t) \tag{4.14}$$

Wegen einer Unzulänglichkeit des verwendeten Textverarbeitungssystems wird die Amplitude der Beschleunigung mit $\bar{X}$ bezeichnet (zwei Akzente übereinander sind nicht darstellbar).

$$W_d = \pi\frac{\bar{X}}{\omega^2}\,\hat{F}\sin(\phi+\pi) = \pi\frac{\bar{X}}{\omega^2}\,\hat{F}\sin(\phi_2) \tag{4.15}$$

mit Φ_2= Phasenlage zwischen Beschleunigungssignal und Stromsignal. Die antreibende Kraft und der sie verursachende elektrische Strom sind phasengleich zueinander. Die maximale potentielle Energie, d.h. durch elastische Verformungen gespeicherte Arbeit des Systems kann durch folgende Gleichung bestimmt werden:

$$W_k = \frac{1}{2}k\hat{x}^2 \tag{4.16}$$

Aus dem Verhältnis von dissipierter Energie W_d zu potentieller Energie W_k erhält man den sogenannten Verlustfaktor η_v:

$$\eta_v = \frac{W_d}{2\pi W_k} = \frac{\hat{F}_d}{\hat{F}_k} = \frac{\hat{F}\sin\phi}{\hat{F}_k} = 2D \tag{4.17}$$

hierin ist D der Dämpfungsgrad. Da die magnetischen Eigenschaften der Spulen nicht exakt bekannt sind, kann die antreibende Kraft nicht direkt bestimmt werden, es ist also erforderlich, den Proportionalitäts- oder Kalibrierungsfaktor experimentell zu ermitteln. Hierzu wird der Dämpfungsgrad bei der ersten Eigenfrequenz durch Ausschwingversuche festgestellt. Durch einen Vergleich zur

Auswertung der Hysteresekurve bei der gleichen Frequenz erhält man den Kalibrierungsfaktor.

$$\eta_v = \frac{\hat{F}\sin\phi}{\hat{F}_k} = \frac{\hat{I}\sin\phi_2}{\hat{X}} \cdot kal = 2D \qquad (4.18)$$

worin $\hat{I}$ für die Amplitude des antreibenden elektrischen Stroms steht.

Aus der beschriebenen Vorgehensweise ergibt sich die Notwendigkeit der Bestimmung der Phasenlage Φ_2 zwischen den Meßsignalen für Strom und Beschleunigung. Für diese Aufgabe stehen prinzipiell mehrere Methoden der digitalen Signalverarbeitung zur Verfügung (siehe z.B. NATKE 1992). Die Signale werden zwar in analoger Form von den Aufnehmern erfaßt, für die weitere Verarbeitung jedoch in digitaler Form auf dem Massenspeicher eines Personal-Computers gespeichert.

4.4.1 Bestimmung der Phasenlage mittels schneller Fourier-Transformation

Die Methode der schnellen Fourier-Transformation (Fast-Fourier-Transform oder auch kurz FFT genannt) hat sich im Zeitalter der elektronischen Datenverarbeitung zu einem fundamentalen analytischen Hilfmittel in der Signalverarbeitung entwickelt. Ihre Grundlagen und Anwendungsmöglichkeiten wurden u.a. von BRIGHAM (1989), BRACEWELL (1982) und FÖLLINGER (1986) beschrieben.

Die Daten eines Meßvorgangs (=Einzelmessung) bestehen für jedes Signal aus 2^n Meßwerten, im vorliegenden Fall ist n=12, das ergibt 4096 Werte. Der durch diese Werte beschriebene zeitliche Verlauf der Meßgröße wird durch die Fourier-Transformation vom Zeitbereich in den sogenannten Frequenzbereich überführt. Dadurch erhält man Informationen über den Frequenzgehalt, d.h. Amplituden und Phasenlagen eines Meßsignals an 2^{n-1} Stellen des Frequenzspektrums. Der Abstand Δf dieser Stützstellen des Spektrums untereinander ist abhängig von der Länge des Signals im Zeitbereich, der Meßdauer T:

$$\Delta f = \frac{1}{T} \qquad (4.20)$$

Je größer die Meßdauer ist, desto feiner ist die Frequenzauflösung. Einen analogen Zusammenhang gibt es zwischen der Abtastrate bzw dem zeitlichen Abstand dt zweier Meßwerte und der maximal abbildbaren Frequenz f_{max}:

$$\Delta t \approx \frac{1}{2f_{max}} \tag{4.21}$$

Gleichung (4.21) zeigt, daß mit steigender Abtastrate bzw. kleiner werdendem dt die maximale Frequenz, d.h. die erfaßte Frequenzbandbreite zunimmt. Durch die FFT-Analyse erhält man ein diskretes Spektrum, d.h. nur einzelne Werte für bestimmte Frequenzen und kein koninuierliches Spektrum.

Für ein harmonisch variierendes Meßsignal (ohne Rauschen) würde ein kontinuierliches Frequenzspektrum nur an einer Stelle eine Amplitude größer Null ergeben. Sofern die Frequenz des harmonischen Signals exakt einer Stützstelle des FFT-Spektrums entspricht, gilt das auch für das diskrete Spektrum. Im Normalfall ergibt sich jedoch eine Frequenz, die zwischen zwei Stützstellen des FFT-Spektrums liegt. Aus der FFT-Analyse erhält man dann an benachbarten Stellen, den sogenannten Seitenbändern, des diskreten Spektrums Amplituden größer Null. Dieser Effekt wird als Leakage bezeichnet, womit die Umlagerung, das "Auslaufen", der im Signal enthaltenen Energie auf die Seitenbänder zum Ausdruck kommt. Der Leakage-Effekt hat nicht nur Einfluß auf die errechneten Amplituden der Frequenzanteile, sondern auch auf die ermittelte Phasenlage. Eine detailliertere Untersuchung des Leakage-Effektes auf die Phasenlage wird in Kapitel 7 vorgestellt.

4.4.2 Bestimmung der Phasenlage mittels Kurvenanpassung

Als Alternative zur FFT können Verfahren der Kurvenanpassung wie z.B. Methode der kleinsten Fehlerquadrate angesehen werden. Hierbei wird eine geschätzte Kurve dem Meßsignal bestmöglich angepaßt, d.h. die prinzipielle Form and Art der Kurve muß von vornherein bekannt sein.

Für eine harmonische Schwingung bekannter Frequenz und einem mit Offset behafteten Meßsignal wäre folgender Ansatz sinnvoll:

$$f(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t) + C \tag{4.22}$$

mit $\tilde{f}(t)$ = bestmögliche Näherung des tatsächlichen Signals f(t)

Mit Δ wird die Summe der Fehlerquaderate bezeichnet; sie berechnet sich aus:

$$\Delta = \sum_{i=0}^{i=n} \left(f(t) - \tilde{f}(t) \right)^2 \tag{4.23}$$

Aus der Minimierung von Gleichung (4.23) ergeben sich folgende Bedinungen:

$$\frac{\partial \Delta}{\partial A} = 2 \sum_{i=0}^{i=n} (-f(t_i) + A\cos(\omega t_i) + B\sin(\omega t_i) + C)\cos(\omega t_i) = 0 \tag{4.24}$$

$$\frac{\partial \Delta}{\partial B} = 2 \sum_{i=0}^{i=n} (-f(t_i) + A\cos(\omega t_i) + B\sin(\omega t_i) + C)\sin(\omega t_i) = 0 \tag{4.25}$$

$$\frac{\partial \Delta}{\partial C} = 2 \sum_{i=0}^{i=n} (-f(t_i) + A\cos(\omega t_i) + B\sin(\omega t_i) + C) \cdot 1 = 0 \tag{4.26}$$

Hieraus ergibt sich ein lineares Gleichungssystem für die unbekannten Parameter A, B und C. Die Phasenlage des Signals erhält man aus:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{-B}{A}\right) \tag{4.27}$$

Soll auch die Frequenz als Unbekannte eingeführt werden, wird aus dem linearen Gleichungssystem ein nichtlineares, das sich nur auf iterativem Weg lösen läßt. Hierzu sei auf die Kapitel 7 verwiesen.

Probleme können sich mit diesem Verfahren ergeben, wenn neben der Hauptfrequenz noch andere Frequenzanteile vorhanden sind, speziell bei Schwebungen. In solchen Fällen wird die ermittelte Phasenlage verfälscht.

4.5 Dämpfungsermittlung über Energiebetrachtungen

Prinzipiell besteht eine weitere Möglichkeit, die Dämpfungseigenschaften eines Probeköpers mit dem Resonant-Column-Gerät zu bestimmen, im Vergleich zwischen der aufgewendeten elektrischen Energie und der im schwingenden System "verbrauchten" mechanischen Energie.

Der Gesamtenergieverbrauch je Schwingungszyklus, d.h. die äußere Arbeit ergibt sich zu:

$$W_a = \frac{1}{2}\hat{u} \cdot \hat{i} \cdot \cos\Phi \cdot T \tag{4.28}$$

Hierin ist $\hat{u}$ die elektrische Spannung, $\hat{i}$ der fließende elektrische Strom, Φ die Phasenlage zwischen den beiden und T die Zyklusdauer oder Periode. Im elektrischen System wird ein Teil der Energie über den elektrischen Widerstand in Wärme umgewandelt:

$$W_R = \frac{1}{2} R \cdot \hat{i}^2 \cdot T \tag{4.29}$$

Mit R wird der elektrische Widerstand bezeichnet. Der Energieverbrauch im mechanischen System ergibt sich aus der Differenz der äußeren Arbeit und der im elektrischen System in Wärme umgewandelten Energie:

$$W_{mech} = W_a - W_R \tag{4.30}$$

Die potentielle Energie des mechanischen Systems ist:

$$W_{pot} = \frac{1}{2} k \cdot x^2 \tag{4.31}$$

Der Verlustfaktor und der Dämpfungsgrad ermittelt sich aus dem Verhältnis der durch mechanische Dämpfung aufgezehrten Energie zur potentiellen Energie:

$$\eta_v = \frac{W_{mech}}{2\pi W_{pot}} = 2D \tag{4.32}$$

Der Vorteil dieser Vorgehensweise läge darin, daß in diesem Fall die zu bestimmende Phasendifferenz nur innerhalb des elektrischen System liegt und die Phasenlage des mechanischen Systems in die Betrachtung nicht mit eingeht. Sofern eine Verfälschung der Phasenlage bei der Messung der mechanischen Schwingung aufträte, könnte sie auf diese Weise umgangen werden.

Dennoch sind auch für dieses Verfahren Phasenlagen zu ermitteln und es können hierfür die gleichen Schwierigkeiten auftreten, wie bei der Auswertung von Hysteresekurven.

5 Probenmaterial und -herstellung

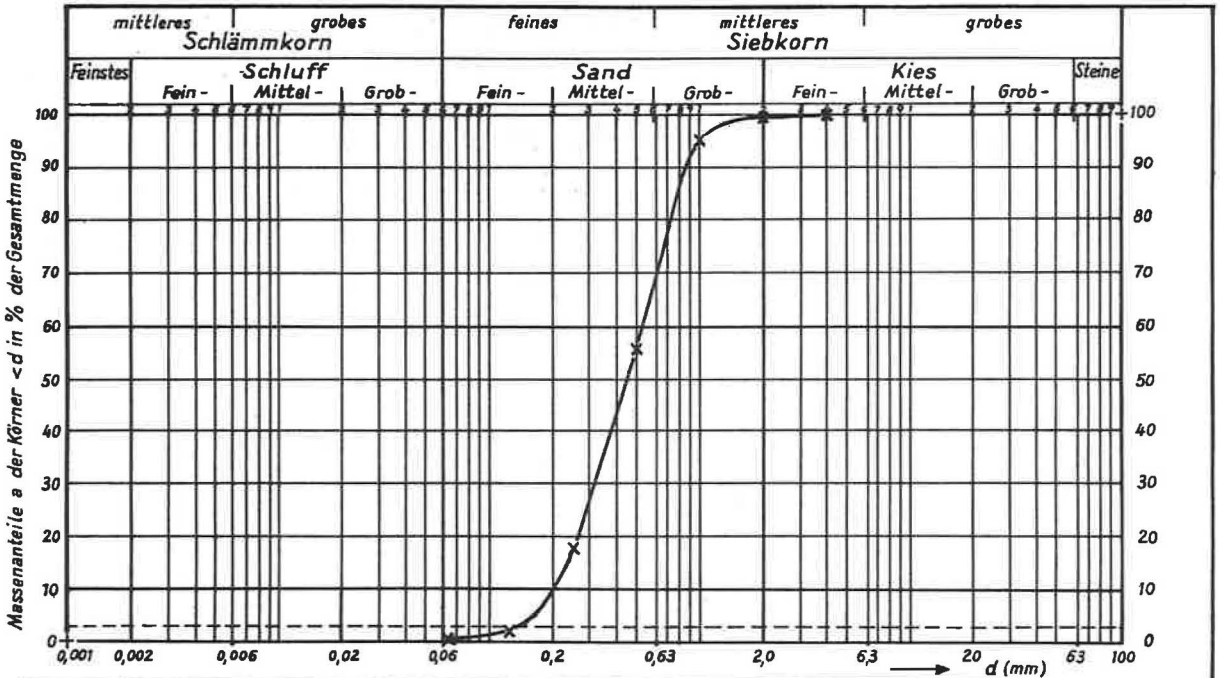
5.1 Probenmaterial

Für die Versuche wurden zwei verschiedene Bodenarten ausgewählt. Neben einem gleichkörnigen Nürnberger Mittelsand wurde ein aus Krieberg stammender Schluff verwendet. Für den Sand lagen seitens der LGA bereits zahlreiche Erfahrungen über die dynamischen Eigenschaften aus früheren Versuchen mit dem traditionellen Resonant-Column-Gerät vor, so daß eine gewisse Vergleichsmöglichkeit zu den Untersuchungsergebnissen mit dem neuentwickelten Gerät vorhanden war. Für Schluffe liegen dagegen auch in der Literatur kaum Ergebnisse vor, während für Tone (z.B. DOBRY 1991, KAGAWA 1992) und besonders für Sande (z.B. HARDIN 1965, 1972, 1978, TATSUOKA 1978, EDIL 1978, DRNEVICH 1984, SEED 1986, SAXENA 1989, MORRIS 1990,...) eine Vielzahl von Veröffentlichungen vorliegt.

Mit den vorgesehenen Bodenmaterialien wurden eine Reihe von Standardlaborversuchen durchgeführt. In Bild 5.1 und 5.2 sind jeweils die Körnungslinien nach DIN 18123 dargestellt. Daraus ist zu erkennen, daß es sich zum einen um einen enggestuften Mittelsand und zu anderen um einen Grobschluff (U,t,fs') handelt.

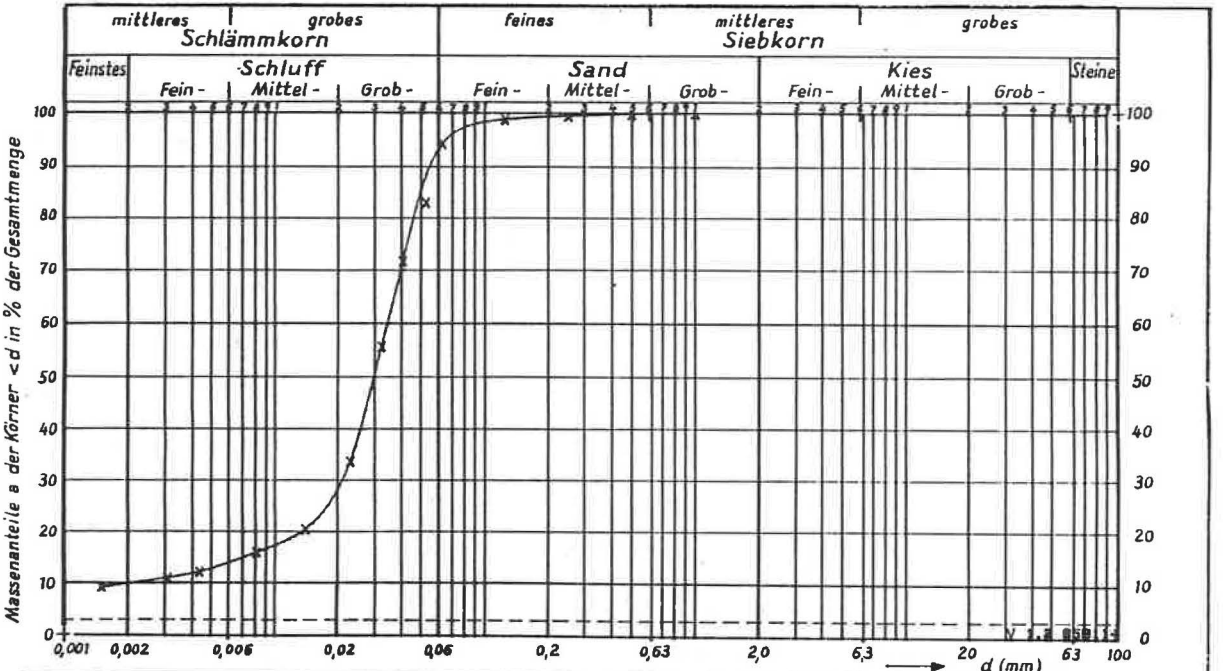
Im Proctorversuch wurde mit einer bezogenen Verdichtungsarbeit von 0,6MNm/m³ für den Sand eine einfache Proctordichte von 1,705 t/m³ bei einem Wassergehalt von 11,5% und für den Schluff 1,802 t/m³ bei einem Wassergehalt von ca. 13% erzielt. (siehe Bild 5.3 und 5.4).

Mit dem Sand wurden Versuche zur Lagerungsdichte nach DIN 18126 durchgeführt, die Ergebnisse sind in Tabelle 5.1 zusammengefaßt.



Probe Nr.	Entnahme - stelle	tiefe [m]	ort	Bodengruppe DIN 18196	Bodenart DIN 4022	Geologische Bezeichnung	U	C	Kornkenn-zahl	Arbeitsweise
——×——	MVH			SE	Mittelsand, stark grobsandig schwach feinsandig		3		00100	Siebung, naß

Bild 5.1: Körnungslinie nach DIN 18123: Mittelsand



Probe Nr.	Entnahme - stelle	tiefe [m]	ort	Bodengruppe DIN 18196	Bodenart DIN 4022	Geologische Bezeichnung	U	C	Kornkennzahl	Arbeitsweise
——×				UL	Grobschluff		14.6	5.47	1 0 1 0	Sedimentation

Bild 5.2: Körnungslinie nach DIN 18123: Grobschluff

Probe Nr.	
Bodenart	Sand
Entnahmestelle / -tiefe	MVH, LGA
Versuchszylinder d_1 mm	
Verdichtungsarbeit MNm/m³	0,6
Korndichte ϱ_s t/m³	2,65
w_{Pr} Korn < 2,0 mm ⌀ %	11,5
ϱ_{Pr} Korn < 2,0 mm ⌀ t/m³	1,705
w_{Pr} Gesamtkorn %	
ϱ_{Pr} Gesamtkorn t/m³	

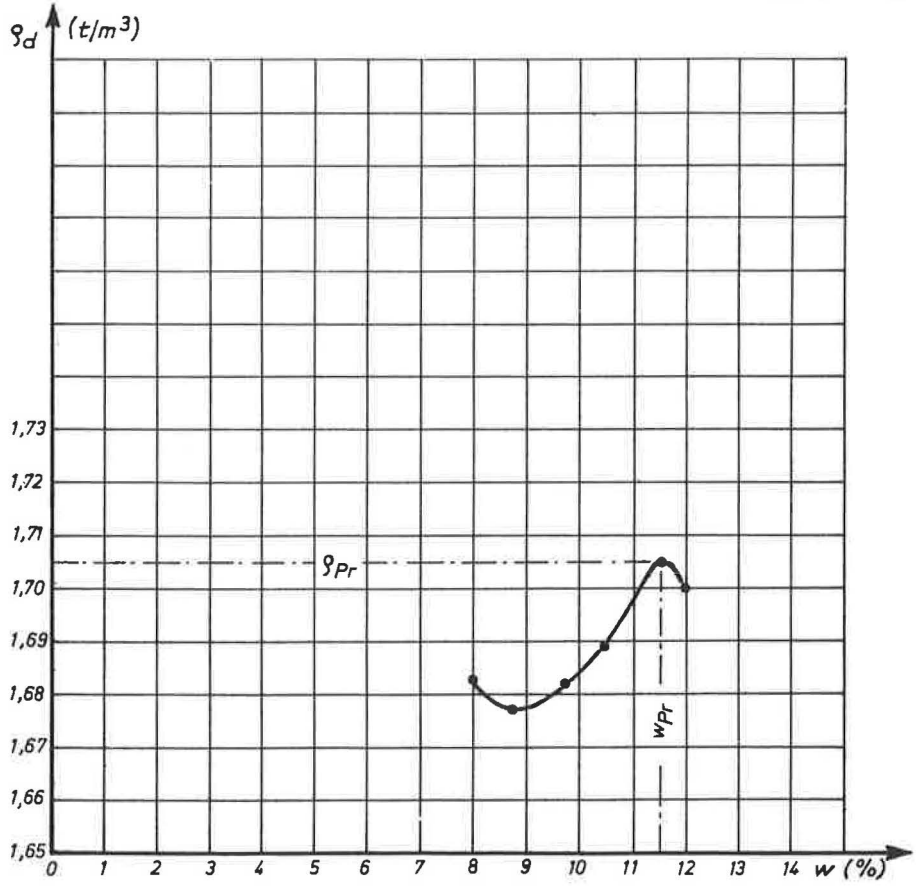


Bild 5.3: Proctorkurve nach DIN 18127: Mittelsand

Probe Nr.			
Bodenart		Schluff	
Entnahmestelle	- tiefe	Krieberg	
Versuchszylinder d_1	mm		
Verdichtungsarbeit	MNm/m³	0,6	
Korndichte ϱ_s	t/m³	2,68	
w_{Pr} Korn <	mm ϕ %	12,80	
ϱ_{Pr} Korn <	mm ϕ t/m³	1,802	
w_{Pr} Gesamtkorn	%		
ϱ_{Pr} Gesamtkorn	t/m³		

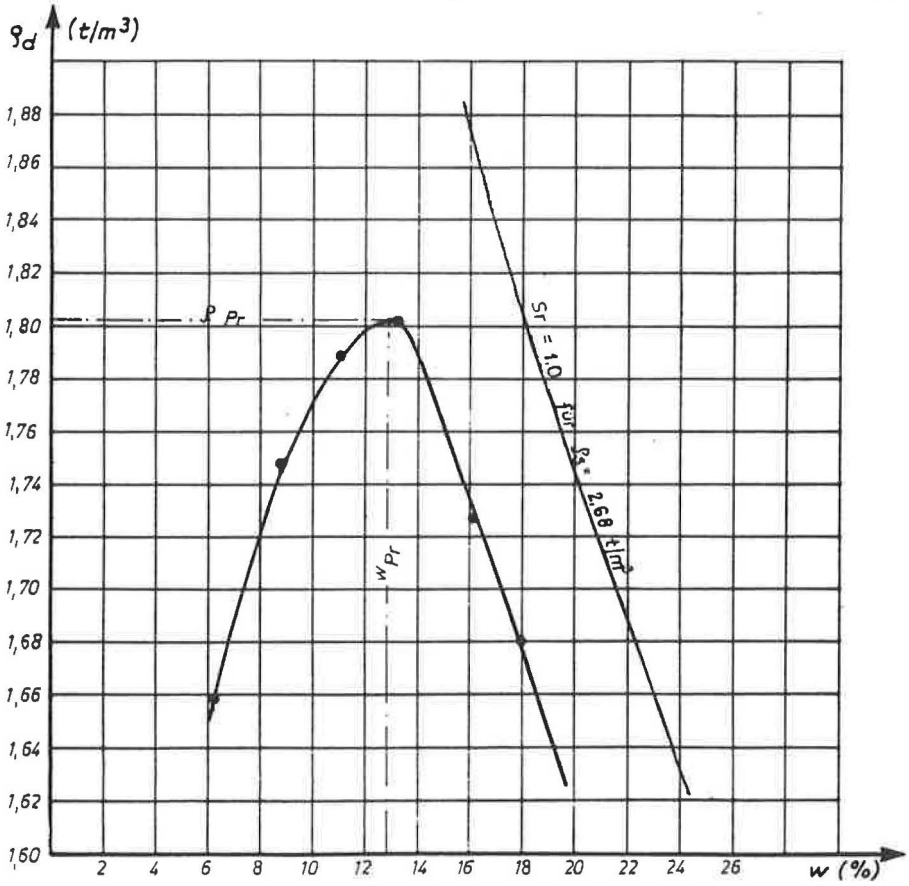


Bild 5.4: Proctorkurve nach DIN 18127: Grobschluff

Lagerungsdichte nach DIN 18126

Projekt:	FI 136/10-1			Proj. Nr.:			Probe Nr:	
Bodenart:	Mittelsand			Entnahme Stelle:		LGA	Tiefe(m):	
nat n:			nat e:					
max d :			Rho s:	2,650 g/cm3		md:		g
Maße des Versuchszylinders:								
dz(cm)=	7,12	ha(cm)=	5,00		A(cm2)=	39,82		
hz(cm)=	11,22	hk(cm)=	6,50		V(cm3)=	446,78	mB(g)=	731,1
Dichteste Lagerung:								
O Auf Rütteltisch		O Mit Schlaggabel						
Versuch Nr.		1	2	3				
a1	(cm)	0,74	0,58	0,59				
a2	(cm)	0,68	0,72	0,54				
a3	(cm)	0,76	0,70	0,69				
am	(cm)	0,73	0,67	0,61				
t = am + hk	(cm)	7,23	7,17	7,11				
h = hz +ha -t	(cm)	8,99	9,05	9,11				
V = A*h	(cm3)	358,12	360,51	362,90				
mB + md	(g)	1389,20	1389,50	1390,60				
md	(g)	658,10	658,40	659,50				
Rho d	(g/cm3)	1,838	1,826	1,817				
Rho d i.M.	(g/cm3)				1,827			
min n		1 - Rho d/ Rho s =			0,311			
min e		Rho s/ Rho d - 1 =			0,450			
Lockerste Lagerung:								
O mit Trichter, ds (mm) =				O mit Kelle		O mit Handschaufel		
Versuch Nr.		1	2	3	4	5	6	
md	(g)	658,1	658,4	659,5				
Rho d	(g/cm3)	1,473	1,474	1,476				
Rho d i.M.	(g/cm3)				1,474			
max n		1 - Rho d/ Rho s =			0,444			
max e		Rho s/ Rho d - 1 =			0,798			
Lagerungsdichte:		D = (max n - n)/(max n - min n) =						
Bez. Lagerungsdichte:		Id = (max e - e)/(max e - min e) =						
Verdichtungsfähigkeit:		If = (max e - min e) / min e =			0,771			

Tabelle 5.1: Lagerungsdichte Mittelsand

5.2 Probenherstellung

5.2.1 Sandproben

Auf dem Probenträger wurde eine zylindrische Gummimembrane durch Dichtringe befestigt. Hierauf wurden vorgefertigte zylindrische Halbschalen aus Messing als äußere Schalung montiert. Die Membrane wurde durch Unterdruck an diese Schalung angesaugt, um Behinderungen beim Einbringen des Bodenmaterials und das Entstehen von Fehlstellen auszuschließen. Anschließend wurde der Sand in trockenem Zustand (w<0,5%) lagenweise eingerieselt und mit einem Handstampfer verdichtet. Da Proben mit unterschiedlichen Dichten untersucht werden sollten, wurde mit unterschiedlicher Verdichtungsaufwand gearbeitet.

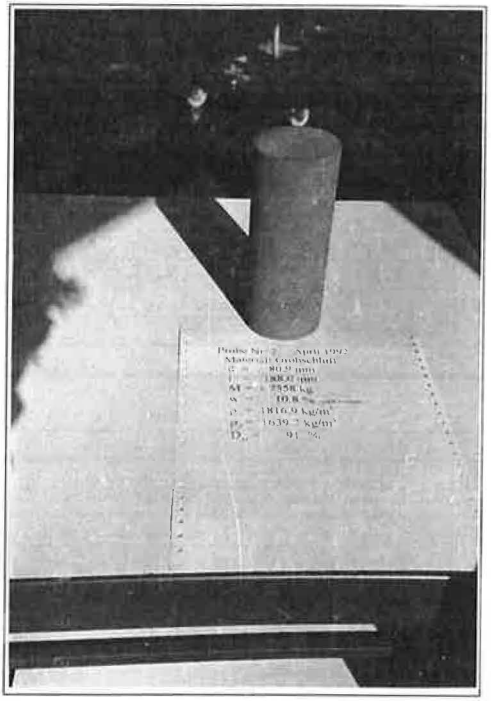


Bild 5.5: Getrocknete Schluffprobe

Wegen des extrem geringen Wassergehaltes konnten für den Sand bei vergleichsweiser geringer Verdichtungsenergie hohe relative Proctordichten erreicht werden, da für diesen Boden, wie aus Bild 5.3 ansatzweise zu erkennen ist, die bei gleicher Verdichtungsenergie erreichbare Dichte für gegen Null gehenden Wassergehalt über den Wert beim Proctorwassergehalt zunimmt (vergleiche auch P.v.SOOS 1990). Die geometrischen Daten und die erzielten Dichten sind in Tabelle 5.2 zusammengestellt. Aufgrund der fehlenden Kohäsion waren die Sandproben beim Ein- und Ausbau aus dem Versuchsgerät nicht ohne Gummimenbrane und Beaufschlagung mit Unterdruck standfest, deshalb konnten keine Bilder ohne Membrane aufgenommen werden.

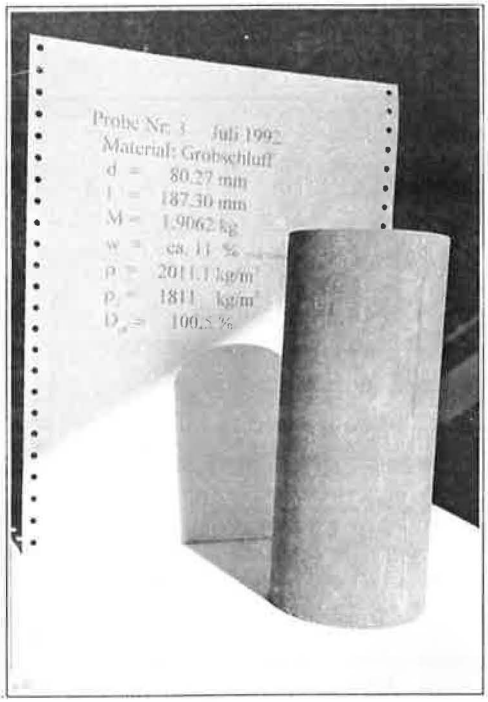


Bild 5.6: Getrocknete Schluffprobe

5.2.2 Schluffproben

Für die Herstellung der Proben wurde ein Wassergehalt von etwa 10 bis 11% angestrebt, also geringfügig unterhalb des optimalen Wassergehaltes von 12,8% aus der Proctorkurve, um möglichst gut handhabbare, robuste (d.h. unempfindlich gegen die Einflüsse bei der Montage der Zusatzmasse) Probekörper zu erhalten. Auch hier wurde der Boden lageweise eingebracht, jedoch wurde für die Verdichtung ein Proctorhammer verwendet. Um einen möglichst guten Verbund zwischen den einzelnen Lagen zu erreichen, wurde die Oberfläche jeder Lage nach dem Verdichten wieder aufgerauht. Die Bilder 5.5 und 5.6 zeigen getrocknete Schluffproben nach dem Versuch. Bild 5.7 zeigt eine Probe unmittelbar nach dem Ausbau aus dem Versuchsstand.

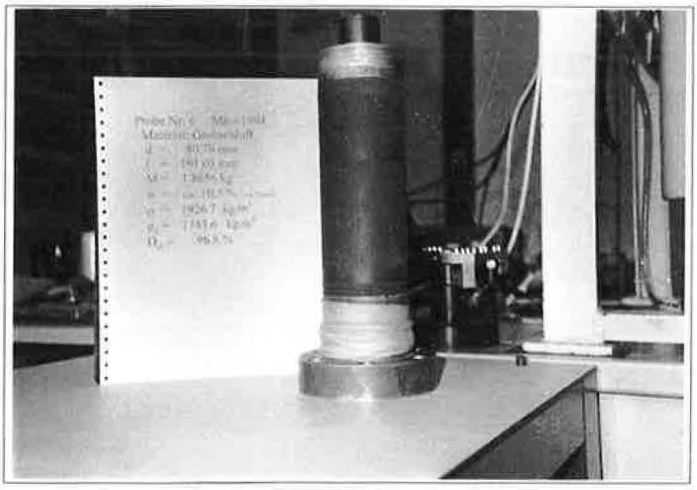


Bild 5.7: Schluffprobe nach dem Ausbau aus dem Versuchsstand

In der folgenden Tabelle haben die Indizes der Eigenwerte β und der Beiwerte D zur Bestimmung der repräsentativen Dehnung folgende Bedeutung:

Index L, T = Longitudinal- bzw. Torsionsschwingung
1,2 = 1. bzw. 2. Eigenfrequenz des Systems
Z = mit montierter Zusatzmasse

Probe		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Boden		S	U	U	S	S	U	U	U	U
Durchmesser d	mm	79,80	80,90	80,27	79,60	79,47	80,22	80,23	80,02	80,00
Probenlänge l	mm	190,27	188,00	187,30	190,43	189,99	191,03	189,46	189,69	189,05
Probenmasse feucht M	kg	1,6923	1,7558	1,9062	1,6277	1,5957	1,8656	1,7730	1,6155	1,6120
Dichte feucht ρ	t/m³	1778,3	1816,9	2011,1	1729,0	1693,3	1932,2	1851,1	1693,5	1696,4
Wassergehalt w	%	0,	10,8	11,0	0,	0,	10,4	10,4	10,4	10,4
Dichte trocken ρ_d	t/m³	1778,3	1639,8	1811,8	1729,0	1693,3	1750,2	1674,7	1533,5	1536,8
relative Proctordichte D_{pr}	%	104,3	91,0	100,5	101,4	99,3	97,1	93,0	85,1	85,3
Massenträgheitsmoment der Probe I_p	kgcm²	13,471	14,364	15,353	12,971	12,597	15,007	14,266	12,931	12,896
Kopfmasse M_0	kg	2,3400	2,3400	2,3400	2,3400	2,3400	2,3400	2,3400	2,3400	2,3400
Kopfmasse mit ZM M_{0Z}	kg	4,5824	4,5824	4,5824	4,5824	4,5824	4,5824	4,5824	4,5824	4,5824
Massenträgheitsmomet der Kopfplatte I_0	kgcm²	49,667	49,667	49,667	49,667	49,667	49,667	49,667	49,667	49,667
Massenträgheitsmomet der Kopfplatte mit ZM I_{0Z}	kgcm²	98,073	98,073	98,073	98,073	98,073	98,073	98,073	98,073	98,073
Eigenwerte β										
$\beta_{L,1}$	-	0,7604	0,7715	0,7966	0,7505	0,7427	0,7900	0,7745	0,7464	0,7458
$\beta_{L,2}$	-	3,3540	3,3612	3,3782	3,3477	3,3428	3,3737	3,3632	3,3451	3,3447
$\beta_{L,1Z}$	-	0,5727	0,5821	0,6035	0,5645	0,5580	0,5978	0,5846	0,5610	0,5605
β_{L2Z}	-	3,2546	3,2586	3,2682	3,2511	3,2484	3,2656	3,2597	3,2497	3,2494
$\beta_{T,1}$	-	0,4984	0,5132	0,5289	0,4898	0,4833	0,5235	0,5116	0,4891	0,4885
$\beta_{T,2}$	-	3,2255	3,2309	3,2368	3,2225	3,2202	3,2347	3,2303	3,2222	3,2220
$\beta_{T,1Z}$	-	0,3623	0,3736	0,3856	0,3558	0,3509	0,3815	0,3724	0,3553	0,3549
$\beta_{T,2Z}$	-	3,1847	3,1875	3,1906	3,1831	3,1819	3,1895	3,1872	3,1830	3,1829
Beiwerte D für repräsentative Dehnung										
$D_{L,1}$	-	1,4201	1,4205	1,4214	1,4198	1,4195	1,4211	1,4206	1,4196	1,4196
$D_{L,2}$	-	-16,3935	-15,9081	-14,8892	-16,8414	-17,2071	-15,1479	-15,7827	-17,0324	-17,0631
$D_{L,1Z}$	-	1,4160	1,4161	1,4164	1,4159	1,4158	1,4164	1,4162	1,4159	1,4159
$D_{L,2Z}$	-	-29,3590	-28,3962	-26,3752	-30,2455	-30,9688	-26,884	-28,1477	-30,6227	-30,6843
$D_{T,1}$	-	1,4152	1,4154	1,4155	1,4152	1,4151	1,4155	1,4153	1,4152	1,4152
$D_{T,2}$	-	-38,990	-36,7331	-34,5413	-40,3873	-41,5069	-35,2751	-36,9677	-40,5050	-40,6078
$D_{T,1Z}$	-	1,4145	1,4145	1,4146	1,4145	1,4145	1,4146	1,4145	1,4145	1,4145
$D_{T,2Z}$	-	-74,4059	-69,9391	-65,6051	-77,1729	-79,3917	-67,0586	-70,4060	-77,4037	-77,6070

Tabelle 5.2: Geometrische Daten, Dichten, Eigenwerte β und Beiwerte D zur Bestimmung der repräsentativen Dehnung der Proben

6 Versuchsdurchführung

Nach dem Einbau einer Bodenprobe wurde die Versuchszelle luftdicht verschlossen und mit einem bestimmten Überdruck von 1, 2 oder 3 bar beaufschlagt. Für beide in den Versuchen verwendeten Bodenarten wurde ein Anstieg der gemessenen Eigenfrequenz über einen gewissen Zeitraum nach der Druckaufbringung beobachtet. Man kann in diesem Zusammenhang von einer Art Konsolidation sprechen, obwohl insbesondere beim Sand nahezu kein Porenwasser vorhanden war. Der Anstieg der 1.Eigenfrequenz betrug für den Schluff etwa 5-10%, hatte etwa einen logarithmischen Verlauf und erstreckte sich für ca. 90% des Gesamtanstieges über einen Zeitraum von ungefähr 6 Stunden Beim Sand dagegen erreichte die Zunahme etwa 2 bis 4% und war nach ca. 2-3 Stunden nahezu abgeschlossen. Vereinzelte Messungen von Ausschwingkurven während dieser "Konsolidationsphase" zeigten jedoch keine eindeutige Veränderung in den ermittelten Dämpfungsparametern.

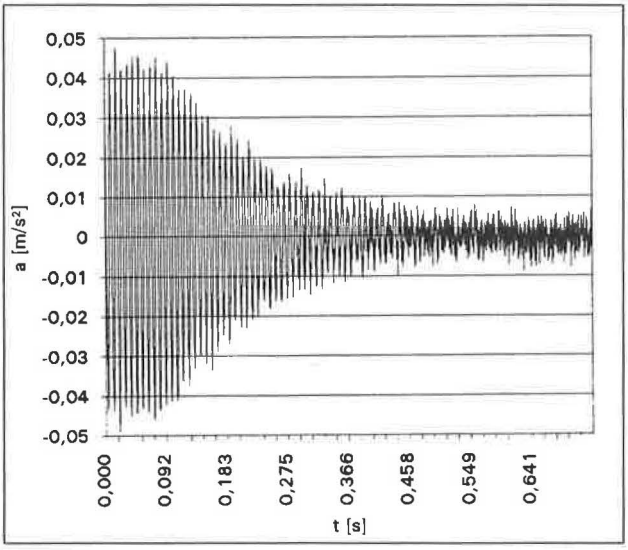


Bild 6.1: Ausschwingkurve für Torsionsanregung mit Dehnung von $\gamma = 1{,}5 \cdot 10^{-7}$ bei Probe Nr. 6

Zu Beginn einer Testreihe mit einer Probe wurden Ausschwingversuche durchgeführt. Es zeigte sich bald die Notwendigkeit der Mehrfachmessung, d.h. der Aufzeichnung mehrerer Ausschwingvorgänge bei sonst unveränderten Randbedingungen, wegen der besonders bei den angestrebten kleinen Dehnungsamplituden zu beobachtenden störenden Einflüsse. Das aufzuzeichnende Meßsignal kann durch eine Vielzahl von Faktoren beeinflußt werden. Zum einen handelt es sich um mechanische Schwingungen, zum anderen um elektrische Störungen, die unabhängig vom Versuchsvorgang auftreten. Auf der mechanischen Seite ist hier das allgemeine Erschütterungsniveau der Umgebung zu nennen, das durch Straßenverkehr, den Betrieb von Maschinen und teilweise durch zu der Zeit im Gange befindliche Bauarbeiten bei der LGA verursacht wurde. Zum elektrischen System ist anzumerken, daß es sich hier um Messungen im Millivoltbereich handelt und deshalb schon geringe elektrische Felder in der näheren Umgebung der Meßeinrichtung des Signal beeinträchtigen können.

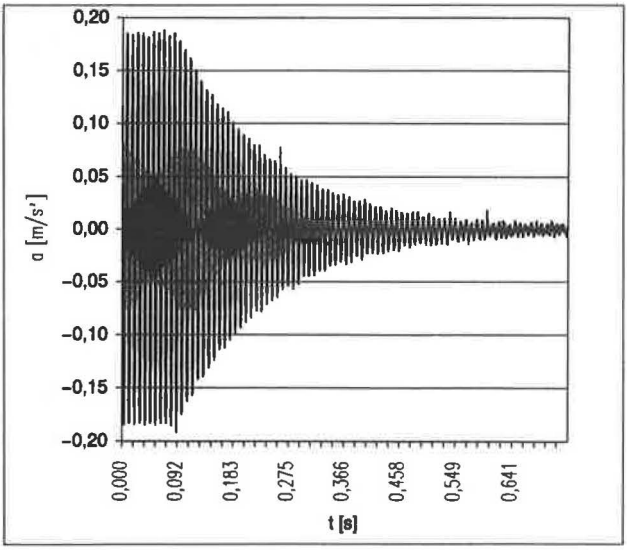


Bild 6.2: Ausschwingkurve für Torsionsanregung mit Dehnung von $\gamma = 6 \cdot 10^{-7}$ bei Probe Nr. 6

Je größer die Dehnungsamplitude gewählt wurde, desto geringer fielen diese störenden Einflüsse ins Gewicht, wie die Bilder 6.1 und 6.2 für Ausschwingkurven mit unterschiedlichem Dehnungsniveau verdeutlichen.

Im Anschluß an die Auschwingversuche wurden Messungen des stationären Schwingungsvorganges vorgenommen. Wie im Abschnitt 4.4 geschildert, wurde dabei zuerst die Eigenfrequenz untersucht, da wegen der fehlenden Information über die tatsächlich aufgebrachte Antriebskraft der erforderliche Kalibrierungsfaktor bestimmt werden mußte. Die Bilder 6.3 und 6.4 zeigen Meßwerte stationärer Schwingungen bei der Eigenfrequenz und etwas oberhalb der Eigenfrequenz als Hysteresekurven, d.h. als x-y-Darstellung der Meßsignale für den antreibenden Strom und die gemessene Beschleunigung.

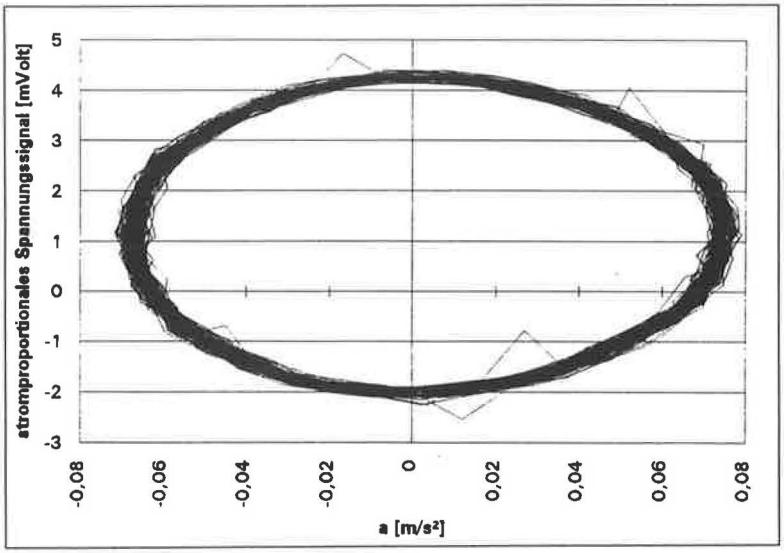


Bild 6.3: Hysteresekurve bei der Torsionseigenfrequenz f=102,5 Hz (Probe 2)

Durch die Auswertung der Hysteresekurven für verschiedene Frequenzen erwartete man sich einen gewissen Einblick in die Frequenzabhängigkeit der

Dämpfungseigenschaften. Da jedoch die Vergrößerungsfunktion des Einmassenschwingers für sehr kleine Dämpfung eine große Überhöhung an der Resonanzstelle bei der Eigenfrequenz hat, war es aus gerätetechnischen Gründen nur in einem kleinen Bereich um die Eigenfrequenz möglich, die Forderung eines konstanten Dehnungsniveaus einzuhalten. Die Grenzen lagen bei etwa 0,8 bzw 1,25-facher Eigenfrequenz, da für diese Frequenzen aufgrund der geringeren Empfindlichkeit des Schwingungssystems der erforderliche elektrische Antriebsstrom die zulässigen Grenzen für die Versuchsapparatur erreichte.

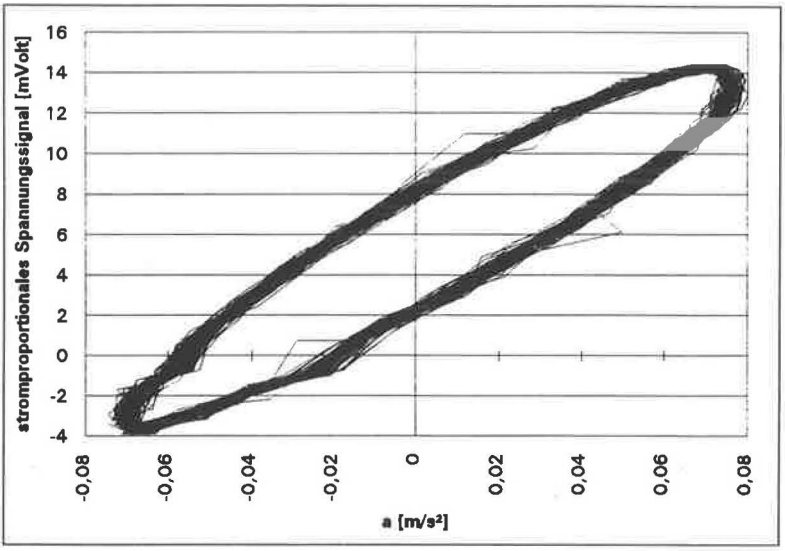


Bild 6.4: Hysteresekurve bei f=105 Hz (Probe 2)

Die Bilder zeigen auch eine gewisse Verfälschung des stromproportionalen Spannungssignals durch eine Verschiebung des Nullwertes im Meßsignal, einen sogenannten Offset.

7 Versuchsauswertung

7.1 Ausschwingversuche

Für diese Versuche werden die gemessenen Beschleunigungssignale im Zeitbereich untersucht. Aus den digitalen Meßwerten werden für jeden Schwingungszyklus die Maximalwerte ermittelt. Zu Beginn zeigt die Hüllkurve einen mehr oder weniger horizontalen Verlauf, da die Meßzeit schon kurz vor dem Abschalten des elektrischen Antriebes beginnt. Gegen Ende der Meßzeit wird das Nutzsignal des ausschwingenden Systems wegen seiner abnehmenden Amplitude von anderen mechanischen und elektrischen Störeinflüssen immer stärker beinträchtigt und überlagert, insbesondere bei kleiner Ausgangsamplitude. Die Hüllkurve wird logarithmiert und für einen Teilabschnitt zwischen dem Abschalten des Antriebsstroms und dem Überhandnehmen der Störeinflüssse mittels linearer Regression ausgewertet. Die Steigung der Regressionsgeraden ist ein Maß für die Dämpfung im ausschwingenden System (vergleiche Abschnitt 4.3).

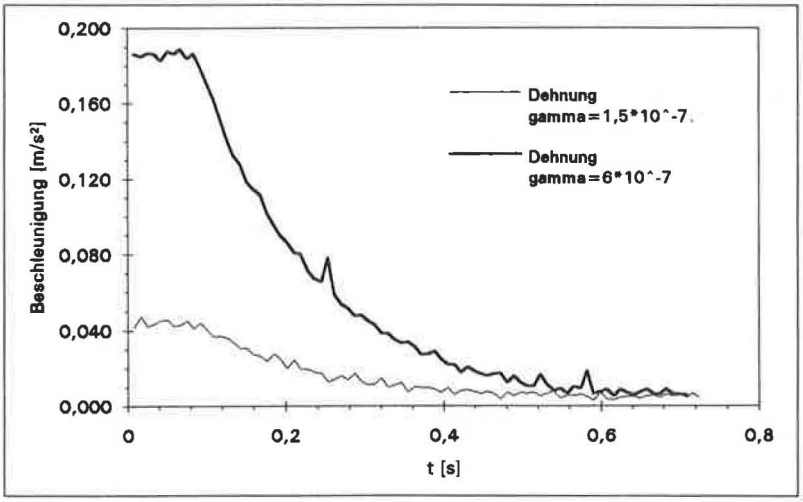


Bild 7.1: Hüllkurven für Torsionsausschwingvorgänge bei Probe Nr. 6

Die Bilder 7.1 und 7.2 zeigen exemplarisch die Hüllkurven aus zwei gemessenen Ausschwingkurven und die ermitttelten Regressionsgeraden für Torsionsschwingungen.

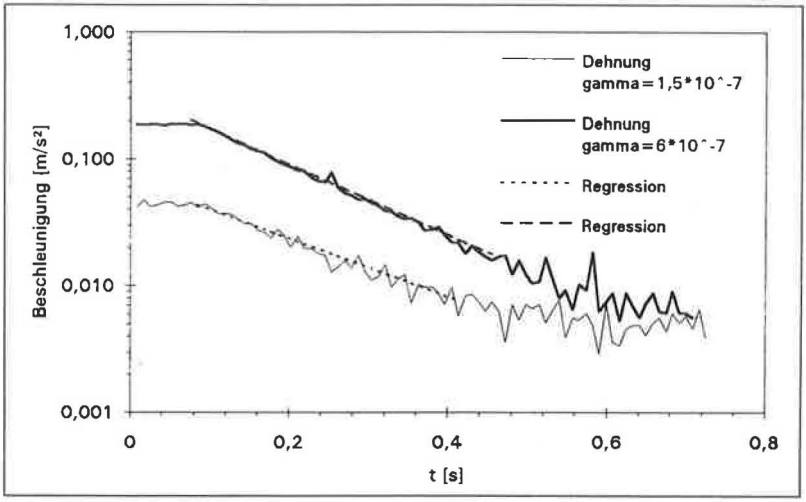


Bild 7.2: Logarithmierte Hüllkurven und Regressionsgeraden bei Probe Nr. 6

Bei einigen Versuchen, insbesondere Longitudinalschwingungen der Proben 7, 8 und 9, zeigten die Beschleunigungssignale die Auswirkung einer Überlagerung zweier Schwingungen mit nahe beieinander liegenden Frequenzen, also einer Schwebung (siehe z.B. Bild 7.3). Das oben beschriebene "Hüllkurvenverfahren" scheitert in diesen Fällen. Hierbei ist festzustellen, daß die von den beiden am Probenkopf montierten Beschleunigungsaufnehmern gemessenen Signale unterschiedliche Schwebungseffekte zeigen. Als Ursache dieser Schwebungserscheinungen sind vermutlich Inhomogenitäten der schluffigen Bodenproben mit geringer Dichte anzusehen, die sich besonders bei Longitudinalschwingungen bemerkbar machen. Diese Deutung wird gestützt durch die Beobachtung der unterschiedlichen Schwingungsamplituden der Meßsignale der beiden Beschleunigungsaufnehmer in Längsrichtung der Probe. Eine weitere Beeinträchtigung der Meßsignale tritt durch das Umgebungsrauschen auf.

Für die Auswertung dieser Messungen mußte eine Kurvenanpassung gewählt werden, bei der die Frequenzen der beiden Schwingungen als unbekannte Freiwerte erst bestimmt werden. Dadurch wird aus dem linearen Gleichungsystem (4.24 bis 4.26) ein nichtlineares, welches sich nicht mehr explizit sondern z.B. durch Iteration lösen läßt. Zu diesem Zweck wurden fertige Unterprogrammpakete aus dem Buch "Numerical Recipes" von W.PRESS (1989) verwendet, die nach der Methode der Gradientenoptimierung arbeiten. Hierbei wird eine Funktion der Fehlerquadrate minimiert, indem der Weg der Fallinie, d.h. entlang der steilsten Gradiente auf der mehrdimensionalen Oberfläche der möglichen Lösungen durch iterative Verbesserung der Ausgangswerte bis zum Minimum beschritten wird. Sofern die geschätzten Ausgangswerte nahe genug an der Lösung liegen, insbesondere die Frequenzen der beteiligten Schwingungen, konvergiert das Verfahren gut. Bei zu großem Abstand besteht je nach Beschaffenheit der Lösungsoberfläche die Möglichkeit der Konvergenz zu einem lokalen Minimum. Dies äussert sich im vorliegenden Fall darin, daß die Amplitude der zweiten an der Schwebung beteiligten Schwingung gegen Null geht und praktisch nur eine Schwingung ermittelt wird.

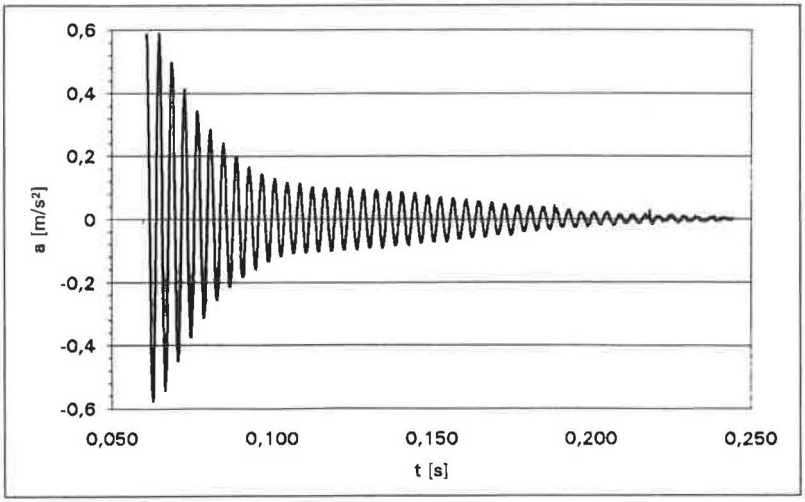


Bild 7.3: Ausschwingkurve mit Schwebung bei Longitudinalanregung (Probe 7)

Als Ergebnis der Auswertung erhält man zwei Schwingungen mit unterschiedlicher Frequenz und unterschiedlichem Dämpfungsverhalten. Es stellt sich somit die Frage, wie diese Werte in Bezug auf die Anregungsfrequenz einzustufen sind. Mit Gleichung (7.1) wird sowohl die Amplitude als auch die Frequenz der einzelnen Schwingungen berücksichtigt. Die durch die Materialdämpfung umgewandelte Energie je Zeiteinheit ist proportional zum Amplitudenquadrat und der Frequenz der Schwingung, entsprechend werden die Dämpfungsanteile gewichtet.

$$D_{f_a} = \frac{\sum_{i=1}^{i=4}\left[A_i^2 \cdot f_i \cdot D_{f_i}\right]}{\sum_{i=1}^{i=4}\left[A_i^2\right] \cdot f_a} \qquad (7.1)$$

hierin sind: A_i, f_i und D_{fi} die Amplitude, Frequenz und der Dämpfungsgrad der Einzelschwingung (2 für jedes der beiden Beschleunigungsaufnehmersignale)

f_a, D_{fa} Anregungsfrequenz, Dämpfungsgrad bei der Anregungsfrequenz

7.2 Auswertung der Hysteresekurven

Die digital aufgezeichneten Meßwerte wurden mit einem eigens hierfür entwikkelten Programm untersucht. Die schnelle Fourier Transformation (FFT) wurde in das Programm zur Bestimmung der Phasenlagen der Meßsignale integriert. In Abschnitt 4.4.1 wurde bereits auf die Probleme hingewiesen, die sich aus der Tatsache ergeben, daß die Abtastfrequenz praktisch nie ein ganzzahliges Vielfaches der zu messenden Signalfrequenz ist, d.h. die sogenannten Leakageeffekte.

Für ein harmonisches Signal mit einer Frequenz, die einem ganzzahligen Vielfachen der Abtastfrequenz entspräche, ergäbe sich die Phasenlage exakt aus dem Verhältnis der Werte von Imaginär- und Realteilteil aus dem diskreten Spektrum für die Signalfrequenz, sofern ein "sauberes" Signal ohne Rauschen vorliegt. Wenn die Anregungsfrequenz nicht mit einer Stützstelle des Spektrums zusammenfällt, entspricht sowohl die Amplitude als auch die Phasenlage, die man aus

den benachbarten Stützstellen ermittelt, nicht den tatsächlichen Werten. In der Folge soll eine kurze Herleitung für den auftretenden Fehler und eine Korrektur der ermittelten Phasenlage angegeben werden.

Für ein Cosinus-Signal der Frequenz f_0 gilt im Zeitbereich:

$$g(t) = \cos(2\pi f_0 t) \tag{7.2}$$

Nach der Fourier-Transformation in den Frequenzbereich wird daraus:

$$G(f) = \frac{1}{2}[\delta(2\pi f + 2\pi f_0) + \delta(2\pi f - 2\pi f_0)] \tag{7.3}$$

Ist das Signal mit einem Phasenversatz behaftet, wird Gl. (7.2) zu:

$$g(t) = \cos(2\pi f_0 - \alpha) \tag{7.4}$$

Die zugehörige Funktion im Frequenzbereich lautet:

$$G(f) = \frac{1}{2}[\delta(2\pi f + 2\pi f_0) + \delta(2\pi f - 2\pi f_0)] \cdot \left[\cos(\frac{f}{f_0}\alpha) - i\sin(\frac{f}{f_0}\alpha)\right] \tag{7.5}$$

Bei der Messung einer physikalischen Größe wirkt sich im Zusammenhang mit der Fourieranalyse auch die zeitliche Begrenztheit der Meßwertaufnahme aus. Mathematisch wird das "Zeitfenster" durch eine sogenannte Fensterfunktion abgebildet. Hier wird eine Rechteckfunktion verwendet, andere Funktionen (z.B. Hanning-Fensterfunktion), die die Meßwerte zu Beginn und am Ende eines Meßvorgangs beeinflussen (quasi dämpfen), werden nicht verwendet. Das symmetrisch zur y-Achse im Zeitbereich gelegene Rechteckfenster wird definiert durch Gl. (7.6) und die Transformierte durch Gl. (7.7):

$$h(t) = 1 \qquad -\frac{T_f}{2} < t < \frac{T_f}{2}$$

$$h(t) = 0.5 \qquad t = \pm\frac{T_f}{2} \tag{7.6}$$

$$H(f) = \frac{2}{2\pi f}\sin(2\pi f \frac{T_f}{2}) \tag{7.7}$$

Für das verschobene Fenster zwischen 0 und T_f gilt:

$$H(f) = \frac{2}{2\pi f}\sin(2\pi f \frac{T_f}{2})e^{-i2\pi f\frac{T_f}{2}} = \frac{2}{2\pi f}\sin(2\pi f \frac{T_f}{2})(\cos(2\pi f \frac{T_f}{2}) - i\sin(2\pi f \frac{T_f}{2})) \tag{7.8}$$

Die Aufzeichnung von n Meßwerten in der Meßzeit $T_f = n\,\Delta t$ läuft mathematisch gesehen von $-\Delta t/2$ bis $T_f - \Delta t/2$, da jeder Meßwert der Mitte der Meßdauer für

einen Wert zugeordnet wird. Dadurch ergibt sich für das transformierte Zeitfenster:

$$H(f) = \frac{2}{2\pi f}\sin(2\pi f \frac{T_f}{2})\left[(\cos(2\pi f \left(\frac{T_f}{2} - \frac{\Delta t}{2}\right)) - i\sin(2\pi f \left(\frac{T_f}{2} - \frac{\Delta t}{2}\right))\right] =$$

$$= \frac{2}{2\pi f}\sin(2\pi f \frac{T_f}{2})\left[(\cos(2\pi f\, T_f\left(\frac{n-1}{2n}\right)) - i\sin(2\pi f\ T_f\left(\frac{n-1}{2n}\right))\right] \quad (7.9)$$

Für eine genügend große Anzahl von Meßwerten geht Gl. (7.9) in (7.8) über. Bei den hier vorgestellten Untersuchungen wurden 4096 Einzelmeßwerte je Meßvorgang aufgezeichnet, so daß mit ausreichender Genauigkeit mit Gl. (7.8) gearbeitet werden kann.

Die zeitbegrenzte Messung ergibt sich im Zeitbereich aus der Multiplikation der Signalfunktion und der Fensterfunktion:

$$y(t) = g(t) \cdot h(t) \quad (7.10)$$

Im Frequenzbereich kommt dies nach den Prinzpien der Transformationsrechnung einer Faltung der transformierten Einzelfunktionen gleich (siehe z.B. BRIGHAM 1989).

$$Y(f) = G(f) * H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} G(\xi) \cdot H(f-\xi)d\xi =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}[\delta(\xi + f_0) + \delta(\xi - f_0)] \cdot \left[\cos(\frac{\xi}{f_0}\alpha) - i\sin(\frac{\xi}{f_0}\alpha)\right] \cdot$$

$$\cdot \frac{2}{2\pi(f-\xi)}\sin(2\pi(f-\xi)\frac{T_f}{2})\left[\cos(2\pi(f-\xi)\frac{T_f}{2}) - i\sin(2\pi(f-\xi)\frac{T}{2})\right]d\xi \quad (7.11)$$

$$= \frac{1}{2}\left\{ \frac{\sin(2\pi(f+f_0)\frac{T_f}{2})}{\pi(f+f_0)}\left[\cos(2\pi(f+f_0)\frac{T_f}{2}) - i\sin(2\pi(f+f_0)\frac{T_f}{2})\right] \cdot \left[\cos(\frac{-f_0}{f_0}\alpha) - i\sin(\frac{-f_0}{f_0}\alpha)\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{\sin(2\pi(f-f_0)\frac{T_f}{2})}{\pi(f-f_0)}\left[\cos(2\pi(f-f_0)\frac{T_f}{2}) - i\sin(2\pi(f-f_0)\frac{T_f}{2})\right] \cdot \left[\cos(\frac{f_0}{f_0}\alpha) - i\sin(\frac{f_0}{f_0}\alpha)\right]\right\}$$

Die Funktion Y(f) läßt sich in Real- und Imaginärteile aufspalten, aus deren Verhältnis die Phasenlage des Signals bestimmt werden kann. Betrachtet man nun die dem Ausgangssignal am nächsten gelegene Stützstelle des diskreten Frequenzspektrums, kann man nach der Einführung folgender Abkürzungen die Real- und Imaginäranteile wie folgt anschreiben.

Benachbarte Stützstelle: $f_l = k \cdot \Delta f$ mit $\Delta f = \frac{1}{T_f}$ Frequenzauflösung

Signalfrequenz: $f_0 = f_l + a \cdot \Delta f$ worin $-0,5 \le a = \frac{f_0 - f_l}{\Delta f} \le 0,5$

$$\Im(f_l) = \frac{1}{2}\left\{\frac{\sin\pi(k+k+a)}{\pi(2k+a)\Delta f}[-\sin\pi(2k+a)\cos\alpha + \cos\pi(2k+a)\sin\alpha] + \right.$$
$$\left. + \frac{\sin\pi(k-k-a)}{-\pi a \cdot \Delta f}[-\sin\pi(-a)\cos\alpha - \cos\pi(-a)\sin\alpha]\right\}$$

$$\Re(f_l) = \frac{1}{2}\left\{\frac{\sin\pi(2k+a)}{\pi(2k+a)\Delta f}[\cos\pi(2k+a)\cos\alpha + \sin\pi(2k+a)\sin\alpha] + \right.$$
$$\left. + \frac{\sin\pi(-a)}{-\pi a \cdot \Delta f}[\cos\pi(-a)\cos\alpha - \sin\pi(-a)\sin\alpha]\right\}$$

Mit der Beziehung $\sin\pi(2k+a)=\sin\pi(a)$ und unter Anwendung der Additionstheoreme und lassen sich die Gleichungen vereinfachen

$$\Im(f_l) = \frac{1}{2}\left\{\frac{\sin\pi a}{\pi(2k+a)\Delta f}[-\sin(\pi a - \alpha)] + \frac{\sin\pi a}{\pi a \Delta f}[\sin(\pi a - \alpha)]\right\}$$
$$= +\frac{1}{2}\sin\pi a \sin(\pi a - \alpha)\left[\frac{-1}{\pi(2k+a)\cdot\Delta f} + \frac{1}{\pi a \Delta f}\right] \qquad (7.12)$$

$$\Re(f_l) = \frac{1}{2}\left\{\frac{\sin\pi a}{\pi(2k+a)\Delta f}\cos(\pi a - \alpha) + \frac{\sin\pi a}{\pi a \Delta f}\cos(\pi a - \alpha)\right\} =$$
$$= \frac{1}{2}\sin\pi a \cos(\pi a - \alpha)\left[\frac{1}{\pi(2k+a)\cdot\Delta f} + \frac{1}{\pi a \cdot \Delta f}\right] \qquad (7.13)$$

Die Phasenlage φ_{FFT} für die der Anregungsfrequenz am nächsten gelegenen Stützstelle des Frequenzspektrums erhält man daraus zu:

$$\tan\varphi_{FFT} = \frac{\Im(f_l)}{\Re(f_l)} = \frac{\sin(\pi a - \alpha)}{\cos(\pi a - \alpha)}\left\{\frac{\frac{(-a+2k+a)\pi\Delta f}{(2k+a)a(\pi\Delta f)^2}}{\frac{(a+2k+a)\pi\Delta f}{(2k+a)a(\pi\Delta f)^2}}\right\} = \tan(\pi a - \alpha)\left[\frac{k}{k+a}\right] \qquad (7.14)$$

Aus Gleichung (7.14) ist zu erkennen, daß die Abweichung der aus der schnellen Fourier-Analyse ermittelten Phasenlage eines Signals neben der tatsächlichen Phase von zwei anderen Größen beeinflußt wird, nämlich vom Wert a, der die Nähe der Anregungsfrequenz zur benachbarten Stützstelle des Frequenzspektums beschreibt und von k, der Ordnungszahl der Nachbarstützstelle. Bild 7.4 zeigt, daß der aus der FFT ermittelte Phasenwinkel für a=±0,5 um ±90° abweichen kann. Würde man jeweils die zwei benachbarten Stützstellen des diskreten Spektrums auswerten und die Ergebnisse in Abhängigkeit vom Abstand a zur

tatsächlichen Frequenz wichten, würde sich die tatsächliche Phasenlage bezüglich der exakten Cosinusschwingung wesentlich besser ergeben. Da sowohl das Stromsignal als auch das Beschleunigungssignal die gleiche Verschiebung um πa erfahren, ergibt sich der numerische "Fehler" bzw. die Abweichung aus der FFT nur aus der unterschiedlichen Wirkung des Faktors $k/(k+a)$. Im Bild 7.5 ist dieser Fehler für verschiedene Werte a und ein Verhältnis $f1/\Delta f=50$ dargestellt.

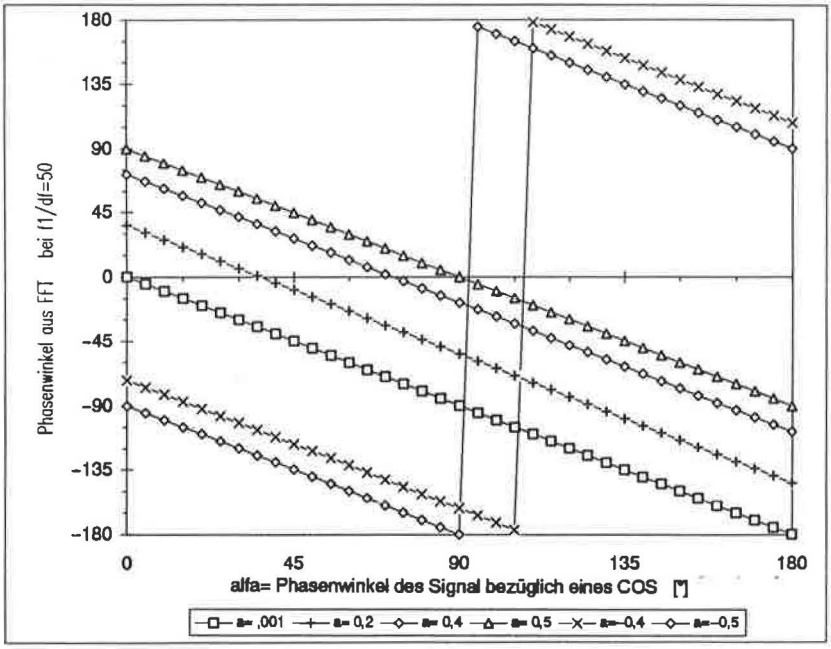


Bild 7.4: Phasenwinkel der benachbarten Stützstelle aus dem Frequenzspektrum

Für kleinere Quotienten k/a wächst die Abweichung deutlich an. Bei den Durchgeführten Versuchen ist der Fehler am größten bei kleiner Anregungsfrequenz und geringer Frequenzauflösung, d.h. großem Δf. Für hohe Anregungsfrequenzen wie z. B. für Longitudinalanregungen oberhalb der ersten Eigenfrequenz nimmt der numerische Fehler hingegen stark ab. Die hier abgeleitete Abweichung aus der numerischen Auswertung der Meßsignale läßt sich durch die

Umkehrung der Gleichung (7.13) neutralisieren. Da in der Praxis immer ein gewisser Störeinfluß durch Rauschen (mechanische und elektrische Störschwingungen und sogenanntes "weißes Rauschen") auftritt, läßt sich die exakte Phasenlage nur bedingt rekonstruieren. Bei den Versuchen wurde durch Mehrfachmessung und teilweise durch Bandpaßfilterung der Signale versucht, die Einflüsse des Rauschens zu verringern.

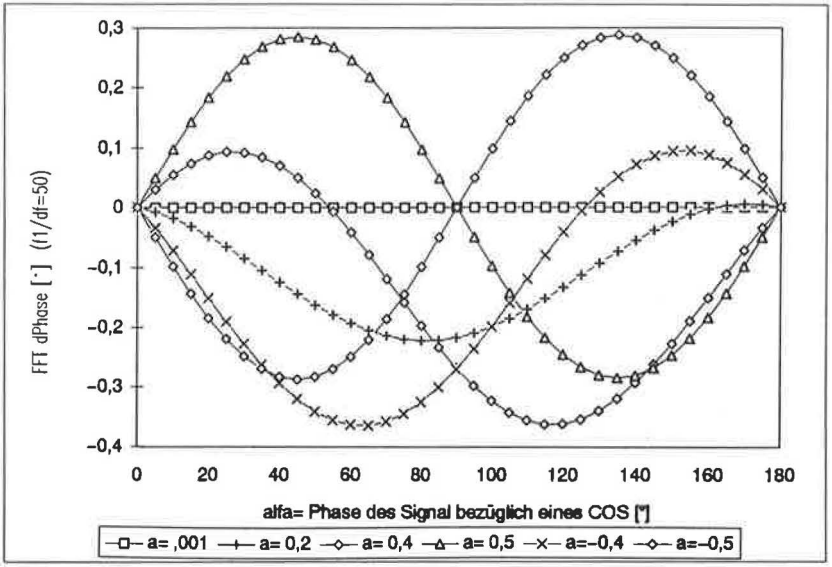


Bild 7.5: Durch die Abweichung der Anregungsfrequenz von der Stützstelle des Frequenzspektrums verursachter Abweichung der Phasendifferenz

Unter Berücksichtigung dieser Abweichungen wurden aus den stationären Einzelversuchen mit Probe 1 die in Bild 7.6 und Bild 7.7 dargestellten Phasendifferenzen zwischen dem Meßsignal des elektrischen Stromes und der Auslenkung (Phase der Auslenkung = Phase der Beschleunigung -180°) festgestellt.

Für jede physikalische Schwingung eilt die Reaktion (Auslenkung) der Aktion (anregende Kraft) hinterher. Ein Phasenversatz von mehr als 180° würde bedeuten, daß Energie erzeugt und nicht verbraucht würde, was aber ausgeschlossen werden kann. Die Unterschung der Meßeinrichtung zeigte, daß die verwendeten

Verstärker ebenfalls gewisse Phasenverschiebungen verursachten, die obendrein für verschiedene Verstärkungstufen unterschiedlich waren. Für alle folgenden Versuche wurden deshalb andere Verstärker (Bell & Howell) verwendet, die eine erheblich bessere Phasentreue des Meßsignals erreichten (bis 0,35° bei ca. 400 Hz). Zudem wurde versucht nach Möglichkeit immer mit der gleichen Verstärkereinstellung zu fahren, was aber den Frequenzbereich zusätzlich auf 0,8 bis 1,25 der ersten Eigenfrequenz der Probe einschränkte.

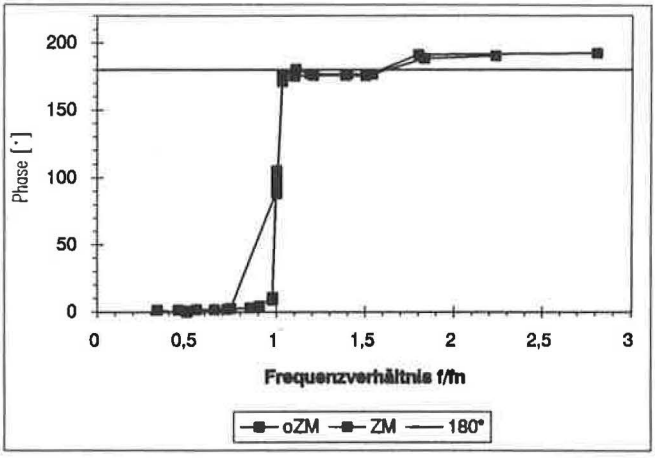


Bild 7.6: Gemessene Phasendifferenzen bei Probe 1 für stationäre Torsionsschwingungen

Die Auswertung der Versuche mit Probe 2 erbrachte zwar für die Torsionsschwingung nur noch Phasenwinkel zwischen 0 und 180°. Für die Longidudinalschwingung wurden jedoch nach wie vor, wenn auch wesentlich geringere Überschreitungen der theoretisch möglichen 180° Phasendifferenz festgestellt (ca. 181,5°). Die Phasenbestimmung erfolgte sowohl mittels FFT als auch mit Hilfe der Kurvenanpassung, wobei sich kaum nennenswerte Unterschiede ergaben. Trotz eingehender Untersuchungen des Meßsystems und der numerischen Auswertung konnte kein Teil des gesamten Vorganges ausfindig gemacht werden, der alleine für die Überschreitung der maximal möglichen 180° Phasenlage ursächlich war. Die Überschreitung ist folglich auf die Summe von vielen kleinen

Einflüssen zurückzuführen, deren Auswirkungen sich im einzelnen nicht oder nur unzureichend quantifizieren lassen. Zu den möglichen Einflüssen zählen:

- zeitlicher Versatz der Messung der einzelnen Meßkanäle (1 µsec je Kanal) ergibt bei 300 Hz ca. 0,2° Phasenabweichung
- Beschleunigungsaufnehmer: bei 0,1-facher Eigenfrequenz des Aufnehmers 0,2° bei den hier erzeugten Frequenzen jedoch deutlich geringer.
- Vorverstärker: Einfluß unbekannt
- Verstärker: bei 400 Hz bis ca. 0,35°
- Induktion im Kabel des Aufnehmerns durch Bewegung im instationären magnetischen Feld der Antriebsspulen: Einfluß unbekannt
- Unzureichende Abbildung des mechanischen Systems durch das Modell eines Einmasssenschwinger aufgrund von Wellenausbreitung in die Unterkonstruktion des Versuchstisches insbesondere bei Logitudinalschwingungen.
- Nicht exakte Bestimmung der Anregungsfrequenz: ein Δf von wenigen Zehntel Hertz verändert die erforderliche Korrektur für die Ergebnisse der Phasenbestimmung aus der FFT. Für die Kurvenanpassung ist die korrekte Bestimmung der Frequenz ebenfalls von entscheidener Bedeutung.

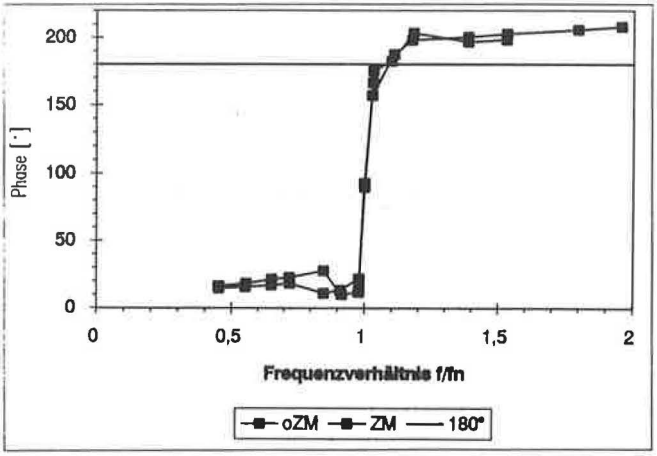


Bild 7.7: Gemessene Phasendifferenzen bei Probe 1 für stationäre Longitudinalschwingungen

Da die Bestimmung der Dämpfungsgrößen aus stationären Schwingungsvorgängen im wesentlichen auf der möglichst exakten Ermittlung der Phasenlagen basiert, scheidet die Methode der Dämpfungsermittlung durch Auswertung von Hysteresekurven aus.

7.3 Dämpfungsermittlung über Energiebetrachtungen

Wie in Abschnitt 4.5 geschildert, ist hier ebenso die Phasendifferenz zweier Meßsignale zu bestimmen, nämlich zwischen dem Stromsignal und der elektrischen Spannung. Sofern die Verfälschung der Phasenlage im wesentlichen bei der Messung der mechanischen Schwingung aufträte, könnte sie auf diese Weise größtenteils abgefangen werden. In der Praxis gestaltet sich diese Vorgehensweise als sehr schwierig. Nach Gleichung (4.30) ermittelt sich die Energie, die ins mechanischen System eingetragen wird und (unter Vernachlässigung eventueller Wellenabstrahlung) in der Probe in Wärme umgewandelt wird, aus der Differenz der aufgewendeten Energie und der im elektrischen System verbrauchten Energie. Bei geringer Dämpfung wächst die erforderliche Kraft zur Erzielung einer besimmten Auslenkung abseits der Eigenfrequenz des Systems sehr stark an, so daß sich die zu bestimmende mechanische Energie als Differenz großer Zahlen darstellt. Da nun beide Eingangswerte mit gewissen Ungenauigkeiten behaftet sind, ergab sich bei der Auswertung der Meßwerte nicht selten der Fall, daß die im elektrischen System verbrauchte Energie größer als die aufgewendete wäre.

Auch diese Ergebnisse sind physikalisch nicht möglich und für die Bestimmung der Dämpfungseigenschaften nicht geeignet.

Im Bereich nahe der Eigenfrequenz ist dieses Verfahren jedoch keineswegs problemlos. Der erforderliche Strom bzw. Spannung für die gewünschte Dehnungsamplitude wird sehr kein, d.h. es handelt sich dabei um Messungen von wenigen Millivolt. Die relative Größe von betragsmäßig geringen Störeinflüssen nimmt stark zu, statt Amplitudenverhältnisse von Störsignal zu Nutzsignal von kleiner 1% erhält man 10% und mehr. Hierbei ist anzumerken, daß sich zufällige Fehler, z.B. Rauschen, teilweise neutralisieren, während systematische Fehler in Messung und Auswertung dies nicht tun.

Somit muß festgestellt werden, daß auch dieses Verfahren für die Bestimmung der Frequnzabhängigkeit der Dämpfung bei den gegebenen Verhältnissen nicht erfolgversprechend durchführbar ist.

8 Versuchsergebnisse

Aus den in Kapitel 7 dargestellten Gründen werden hier nur die Ergebnisse der Ausschwingversuche dargestellt und analysiert. In den Versuchen wurden folgende Parameter variiert:

- äquivalente Dehnung der Bodenprobe: ca $1{,}5\ 10^{-7}$ bis $1{,}2\ 10^{-6}$
- Umgebungsdruck in der Versuchszelle: 100 bis 300 kN/m²
- Probendichte: siehe Tabelle 5.2
- Bodenart: nicht bindig, bindig
- Schwingungsmodus: Torsions-, Longitudinalschwingung

8.1 Ergebnisse für Bodenproben aus Mittelsand

Die Proben Nr. 1, 4 und 5 wurden aus Mittelsand hergestellt. Die Bilder 7.1 bis 7.3 zeigen die aus Auswingversuchen ermittelten Dämpfungswerte für die verschieden Proben. Die Legende der Bilder ist wie folgt zu lesen:

t bzw. l	Schwingungsmodus
mZ	Probenkopf mit montierter Zusatzmasse
s*n*	Angabe zum Umgebungsdruck σ, worin *n*=Zahlenwert [bar]

Die verschiedenen Punkte bei einer Anregungsfrequenz ergaben sich aus Ausschwingversuchen mit unterschiedlicher Amplitude sowie auch in gewissen Grenzen durch Streuungen der Versuchsergebnisse, wobei auch bei diesen kleinen Amplituden eine Abhängigkeit vom Dehnungsniveau erkennbar war.

Aus der Analyse der nachfolgenden Diagramme ergaben sich die im folgenden beschriebenen Feststellungen. Mit zunehmenden Umgebungsdruck erhöht sich die jeweilige Eigenfrequenz der Bodenprobe wegen der anwachsenden Probensteifigkeit, während sich die Dämpfungsgrade für die Longitudinalschwingung stärker als für Torsionsschwingung verringern. Über die Verringerung der Dämpfung bei Erhöhung des Zellendrucks wurde auch in der Fachliteratur (vgl. z. B. HOLZLÖHNER 1988, SEED 1986) berichtet.

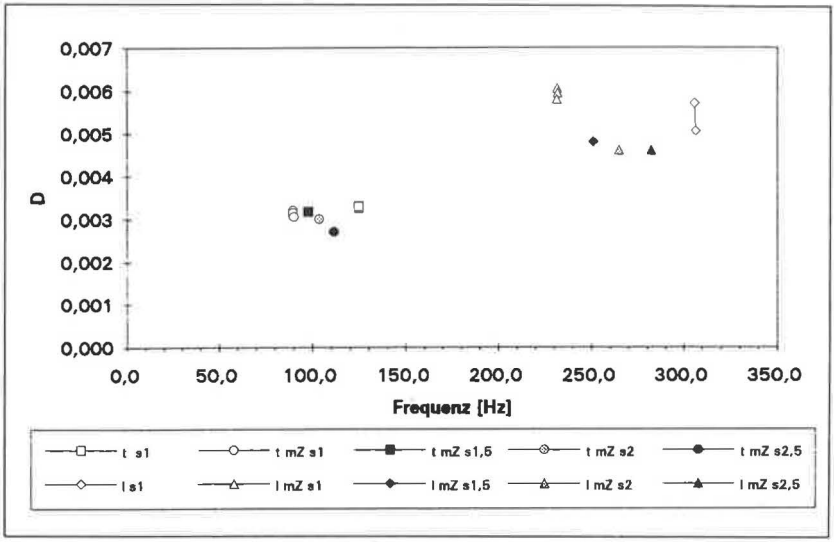


Bild 8.1: Probe 1

Der Einfluß der Probendichte auf die Dämpfung scheint jedoch gering zu sein und drückt sich allenfalls in einer kleinen Zunahme für Longitudinalbeanspruchung aus. Nach der Montage der Zusatzmasse ergaben sich verringerte Eigenfrequenzen, eine eindeutige Veränderung der Dämpfung läßt sich jedoch nicht feststellen.

Vergleicht man die Dämpfungsgrade aus Auschwingvorgängen bei der ersten Eigenfrequenz mit denen bei der zweiten, so kann man eine offensichtliche Zunahme für Longitudinalschwingung und ein eher indifferentes Verhalten für Torsionsschwingungen erkennen. Hierzu muß jedoch angemerkt werden, daß die Schwankungsbreite der Ergebnisse bei der zweiten Eigenfrequenz im allgemeinen und bei Longitudinalschwingungen im besonderen aufgrund der in Kapitel 4 geschilderten Störeinflüsse größer war als bei der ersten Eigenfrequenz und somit deren Zuverlässigkeit geringer bewertet werden muß. Insgesamt gesehen ergaben sich für Torsionsschwingungen geringere Dämpfungswerte als für Longitudinalschwingungen.

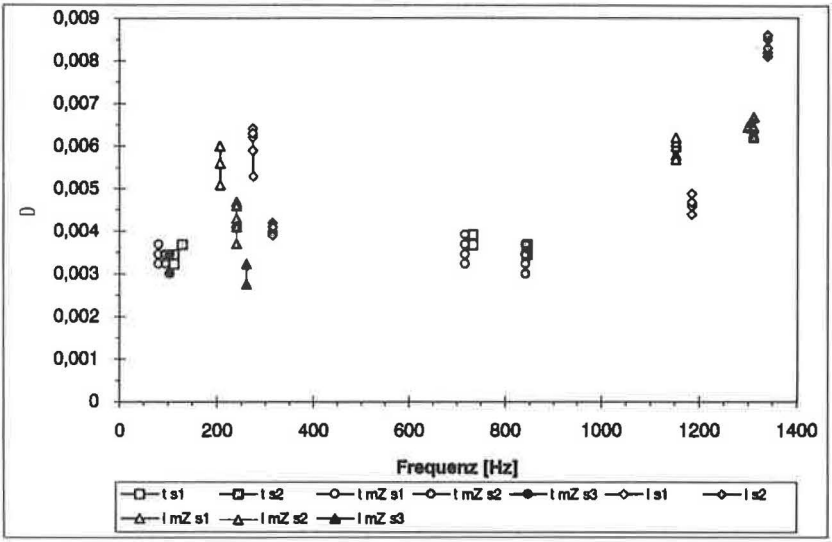


Bild 8.2: Probe 4

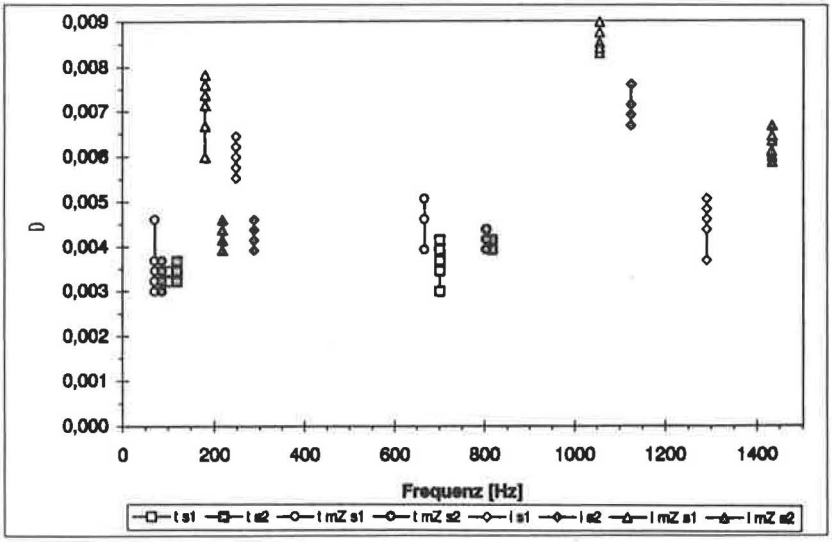


Bild 8.3: Probe 5

Für deutlich größere Dehnungsamplituden stellte SAXENA 1989 umgekehrte Verhältnisse fest. Bei genauer Betrachtung zeigen jene Diagramme bei Dehnungen von etwa 10^{-5} für beide Schwingungsmodi gleiche Dämpfungswerte, also durchaus einen möglichen Übergang zu den hier festgestellten Verhältnissen.

Im weiteren wurde die dynamische Querdehnzahl ermittelt. Sie errechnet sich aus dem dynamischen Elastizitäts- und dem Schubmodul:

$$\nu = \frac{E}{2G} - 1 \tag{8.1}$$

Die Bilder 8.4 bis 8.6 zeigen die ermittelten dynamischen Parameter der Sandproben.

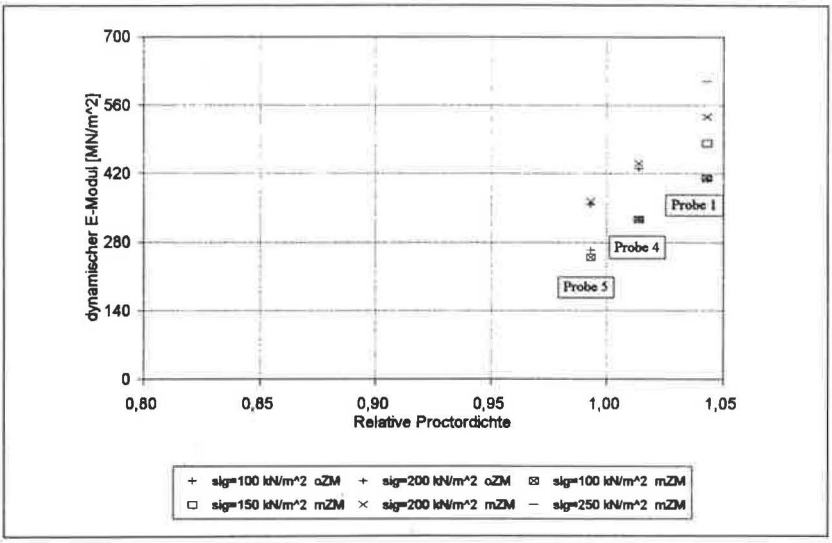


Bild 8.4: Dynamischer Elastizitätsmodul der Sandproben

Bei zunehmendem Umgebungsdruck σ nimmt die Querdehnung ab, da der höhere Druck der Querdehnung entgegenwirkt. Bei größerer Dichte der Probe müssen für eine bestimmte vertikale Verformung mehr Sandpartikel zur Seite gedrückt werden, da das Gefüge dichter gepackt ist, dies wirkt sich in Form einer größeren Querdehnzahl aus.

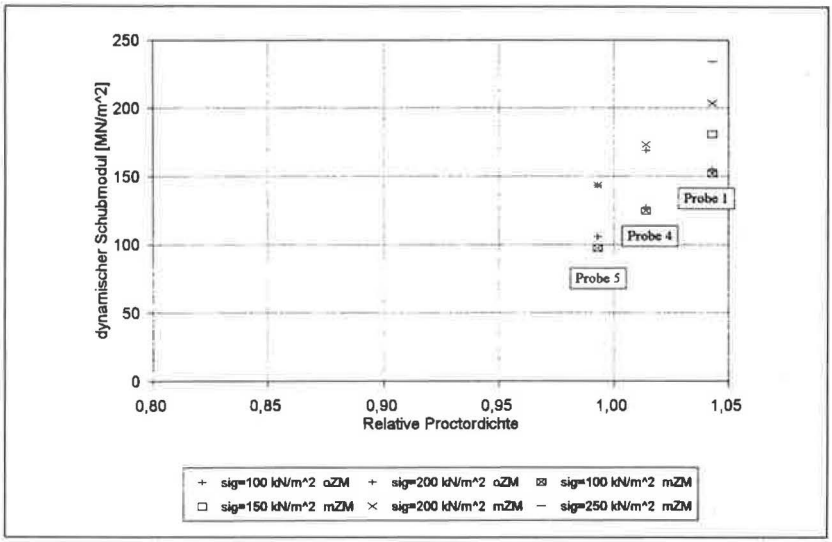


Bild 8.5: Dynamischer Schubmodul der Sandproben

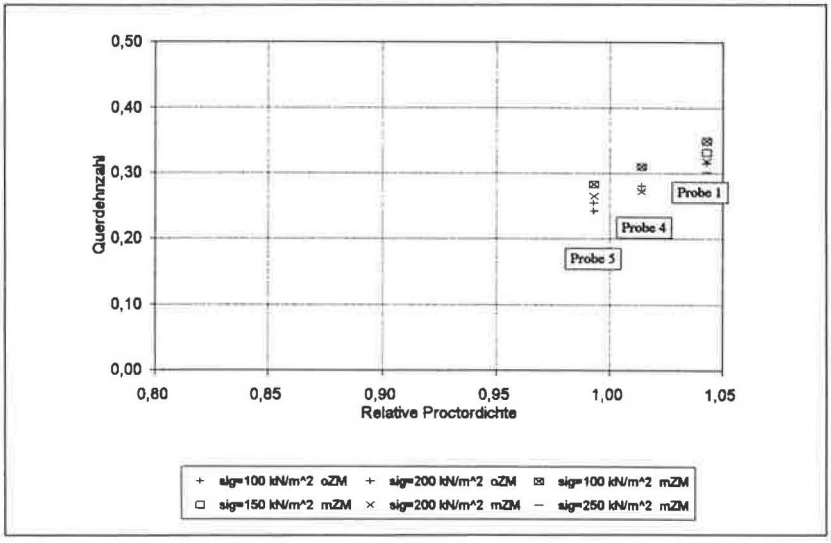
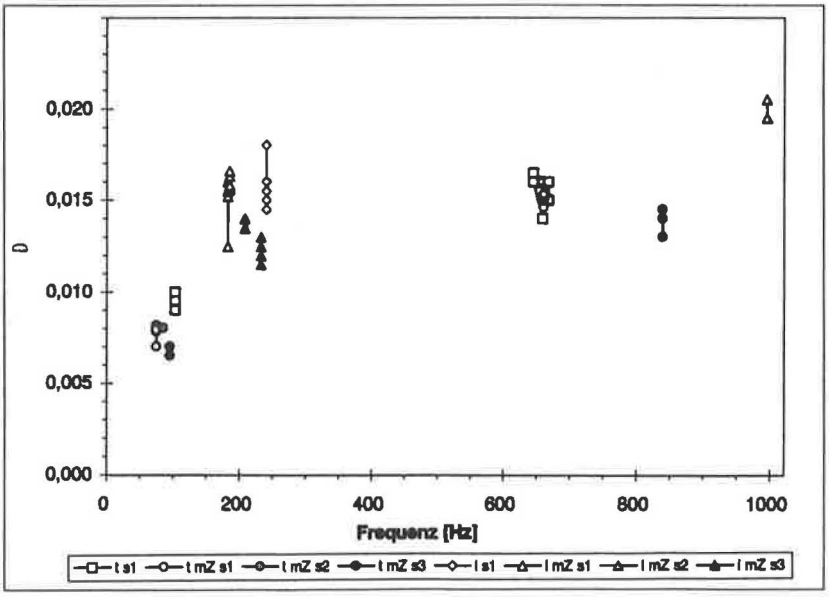


Bild 8.6: Dynamische Querdehnzahl der Sandproben

Mit montierter Zusatzmasse am Probenkopf wurden höhere Querdehnzahlen ermittelt als ohne. Ob dies der erste Hinweis darauf ist, daß diese sehr dicht gelagerten Sandproben bei wachsender Deviatorspannung zu expansivem Verhalten neigen, d.h. Volumenzunahme mit $\nu>0{,}5$ (vgl. Triaxialversuche an dicht gelagerten Sanden) ist aufgrund der geringen Deviatorspannung von ca. 10 kN/m² nicht eindeutig zu sagen. Es ist jedoch bekannt, daß bei relativ kleiner zusätzlicher dynamischer Beanspruchung ein wesenlich geringeres Niveau der Deviatorspannung ausreicht, um Materialumlagerungen zu verursachen als bei rein statischer Last.

8.2 Ergebnisse für Bodenproben aus Grobschluff

Die Abhängigkeit der Dämpfung von der Probendichte, dem Umgebungsdruck, dem Schwingungsmodus und der Frequenz (1. bzw. 2. Eigenfrequenz) ergaben sich beim Schluff in ähnlicher Form wie für den Sand.



8.7: Probe 2

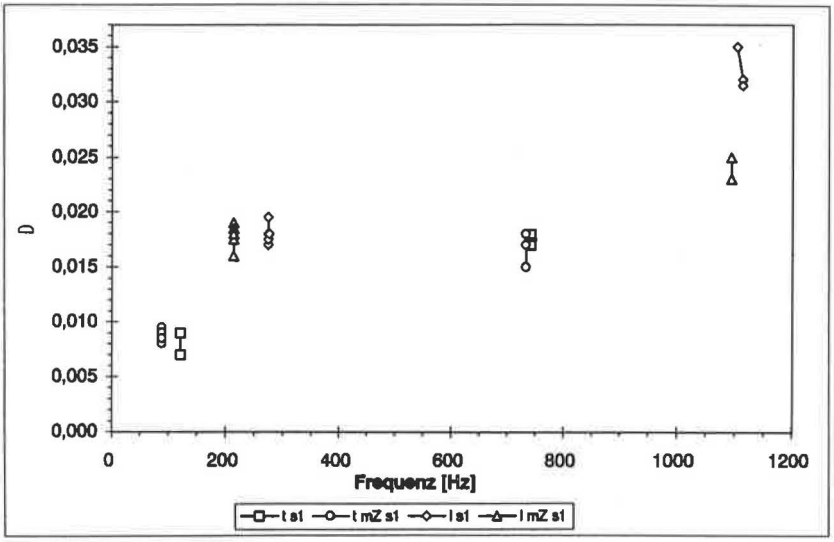


Bild 8.8: Probe 3

Im Unterschied zum nichtbindigen Boden zeigte sich beim Schluff eine deutliche Zunahme der Dämpfung bei der 2. Eigenfrequenz der Torsionsschwingung gegenüber der ersten. Insgesamt lag das Niveau der Dämpfung wesentlich höher als für die Sandproben. Zur Frage der Frequenzabhängigkeit der Dämpfung läßt sich mit dem vorliegenden Datenmaterial nur feststellen, daß die Materialdämpfung mit Sicherheit nicht unabhängig von der Anregungsfrequenz ist. Die Möglichkeit, daß die beobachteten Unterschiede der Dämpfung für Longitudinal- und Torsionsschwingungen allein auf die Frequenzunterschiede zurückzuführen sind und nicht auch zu einem wesentlichen Teil durch die unterschiedliche Art des Verformungsvorgangs verursacht werden läßt sich nicht definitiv ausschliessen, ist jedoch sehr unwahrscheinlich. Für den Sand müßte in diesem Falle der Dämpfungswert zuerst von der ersten Torsionseigenfrequenz bis zur ersten Longitudinaleigenfrequenz ansteigen, anschließend wieder auf die Werte bei der zweiten Torsionseigenfrequenz abfallen, um schließlich erneut bis zur zweiten Eigenfrequenz der Longitudinalschwingung anzusteigen.

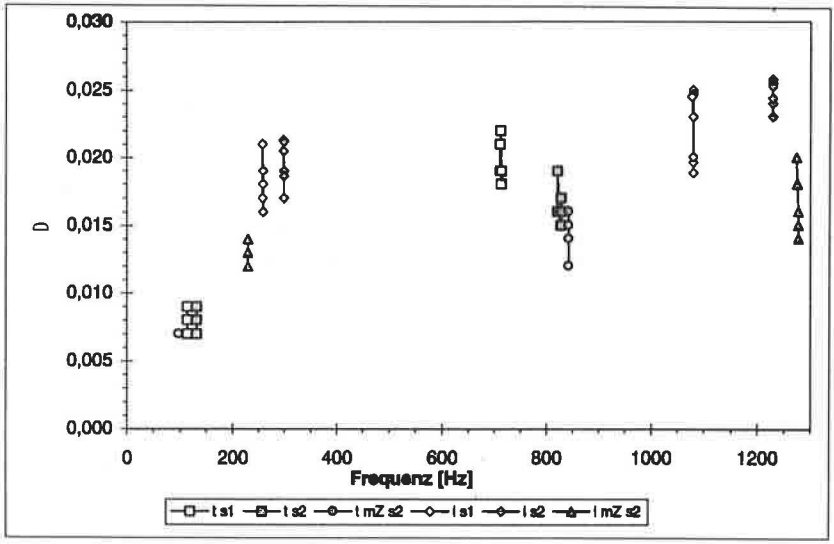


Bild 8.9: Probe 6

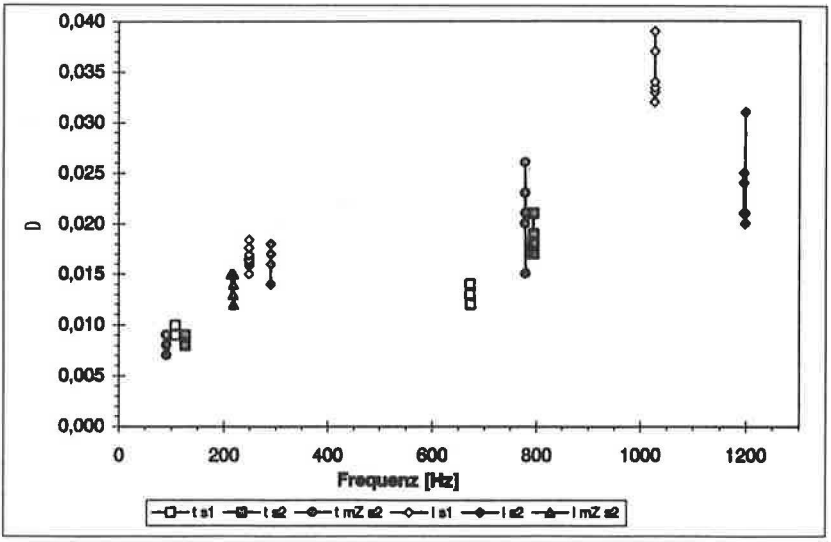


Bild 8.10: Probe 7

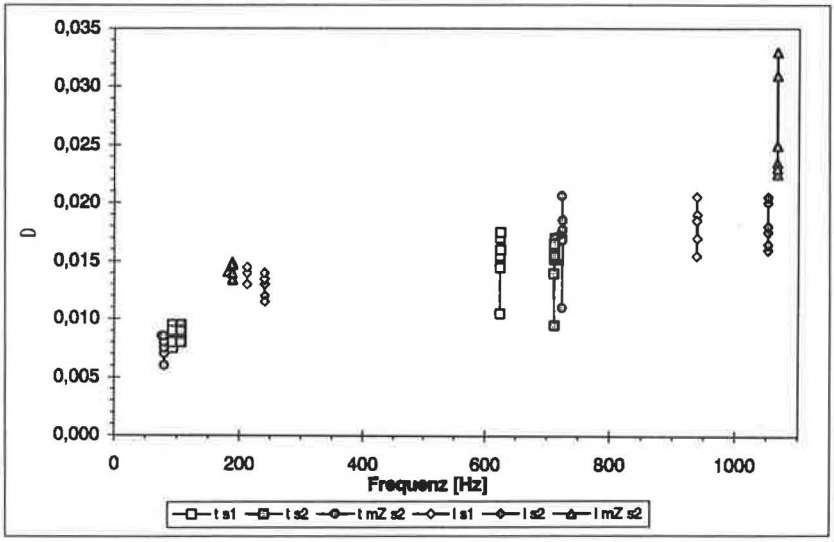


Bild 8.11: Probe 8

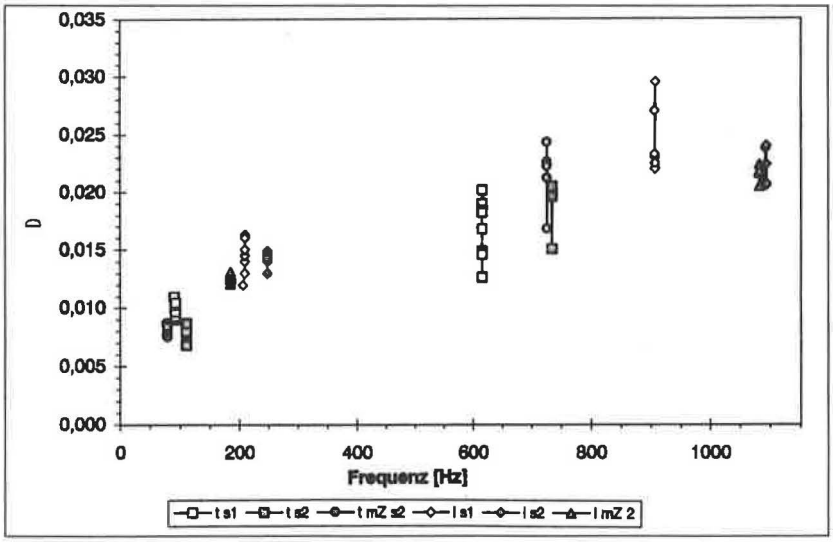


Bild 8.12: Probe 9

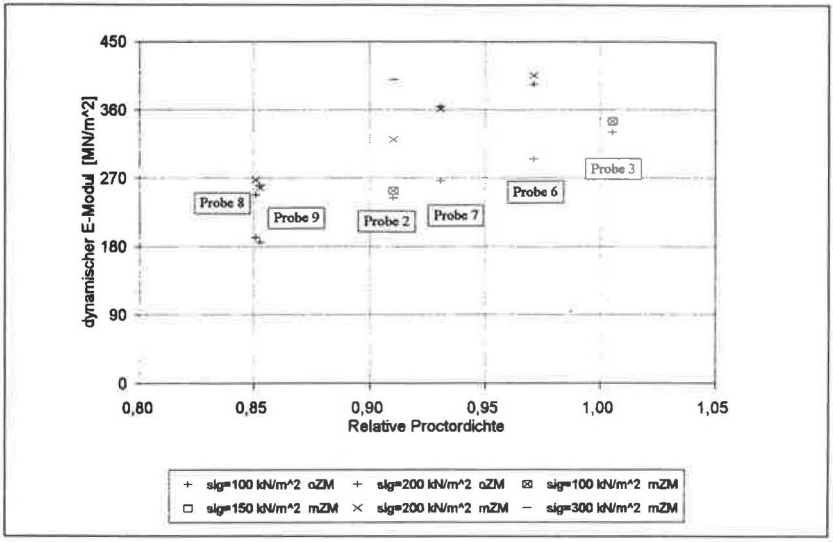


Bild 8.13: Dynamischer Elastizitätsmodul der Schluffproben

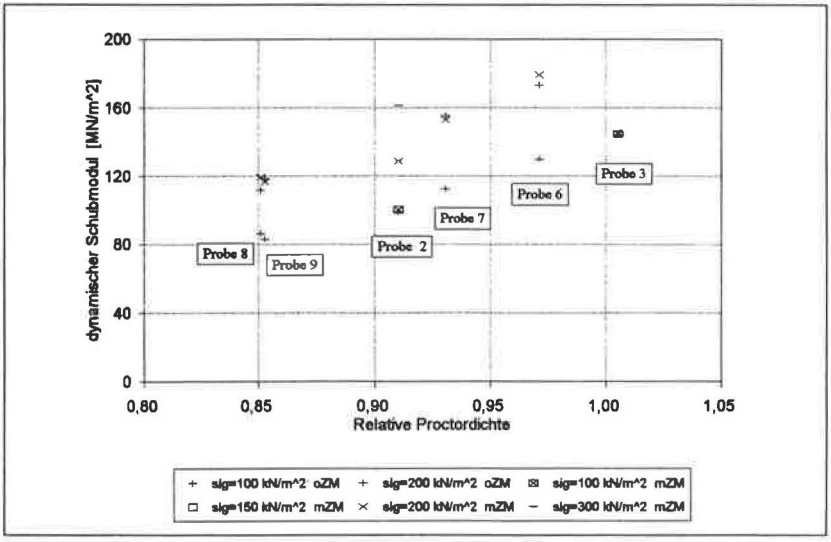


Bild 8.14: Dynamischer Schubmodul der Schluffproben

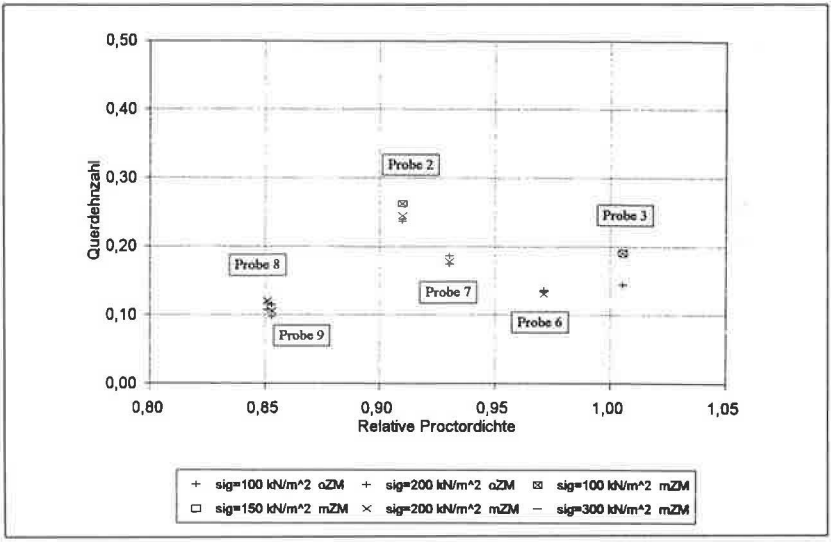


Bild 8.15: Dynamische Querdehnzahl der Schluffproben

Die dynamischen Elastizitätsmoduln steigen mit zunehmender Probendichte und auch bei größer werdendem Umgebungsdruck an. Das gleiche gilt für die dynamischen Schubmoduln. Bei der Querdehnzahl wurde keine klare Tendenz festgestellt.

9 Physikalische Ursachen der Dämpfung

9.1 Korn-zu-Korn Reibung

Wenn zwei einander berührende Festkörper, die durch senkrecht zur Berührungsfläche wirkende Kräfte gegeneinander gepreßt werden, tangential zur Berührungsfläche bewegt werden, entstehen der Bewegungsrichtung entgegengesetzte Reibungskräfte. Beim Überwinden dieser Reibungskräfte wird Arbeit verrichtet. Diese Vorgänge bilden den Hauptbestandteil der Dämpfungseinflüsse von nichtbindigen Bodenmaterialien. Ab einer gewissen Größenordnung dieser Verformungen kommt es hierbei zu Kornumlagerungen, d.h. zu bleibenden Veränderungen des aus sehr vielen Einzelkörner aufgebauten Haufwerks. Am Ende dieses Abschnittes wird eine Abschätzung der Gleitung vorgenommen ab der mit Kornumlagerungen zu rechnen ist.

R.D.MINDLIN hat in verschiedenen Arbeiten (1949, 1953, 1957) das Verhalten elastischer Kugeln bei zyklischen Belastungsvorgängen durch Tangentialkräfte untersucht. Mindlin leitet daraus ein Modell für die dissipierte Energie während eines Belastungszyklus ab, dessen Herleitung hier in groben Zügen dargestellt werden soll.

Zwischen den einzelnen Kugeln des Haufwerks ergibt sich aus einwirkenden Normalkräften eine Kontaktpressung nach der Hertz'schen Theorie. Im Rahmen des Modells wird zur Vereinfachung von idealen Verhältnissen bei identischen Kugeln ausgegangen. Der Radius der Kontaktfläche wird beschrieben durch:

$$a = \left[\frac{3(1-\nu)N \cdot R}{8\mu}\right]^{\frac{1}{3}} \tag{9.1}$$

mit a = Radius der kreisförmigen Kontaktfläche zweier Kugeln
ν = Querdehnzahl des Kugelmaterials
N = Normalkraft senkrrecht zur Kontaktfläche
R = Radius der Kugeln
μ = Schubmodul des Kugelmaterials

Die Normalspannungen in der Kontaktfläche sind nach Hertz:

$$\sigma(\rho) = \frac{3N}{2\pi a^3}(a^2 - \rho^2)^{\frac{1}{2}} \tag{9.2}$$

mit ρ = Abstand zum Zentrum der Kontaktfläche

In Verbindung mit einer Tangentialkraft T entstehen in der Kontaktfläche Schubspannungen τ. Die elastizitätstheoretische Lösung des gemischten Randwertproblems liefert einen symmetrischen Spannungsverlauf τ_{xz}, der an den Rändern der Kontaktfläche ins Unendliche steigt.

Die aufnehmbare Schubspannung wird als Produkt der Normalspannung und des Reibungsbeiwertes f definiert. Damit ist zu erkennen, daß es wegen der Überschreitung der aufnehmbaren Spannungen im Randbereich der Kontaktfläche zu Spannungsumlagerungen und Schlupf, d.h. einem Gleiten der Körper kommen muß. Zur Vereinfachung wird davon ausgegangen, daß der Reibungsbeiwert f in der inneren Haftzone und der äußeren Schlupfzone gleich ist. Ebenso wird vereinfachend unterstellt, daß sie Schubspannungsverteilung im Haftbereich affin zur Verteilung ohne Schlupf bleibt. Der innere Radius c der kreisringförmigen Schlupffläche sinkt mit wachsender Tangentialkraft T von a gegen Null ab. Mindlin gibt den Radius c wie folgt an:

$$c = a\,(1 - T/fN)^{\frac{1}{3}} \tag{9.3}$$

In Bild 9.1 ist der Spannungsverlauf von σ und τ über die Kontaktfläche dargestellt. Für T/fN=1 ist c=0, das heißt der Schlupf hat sich über die ganze Kontaktfläche ausgedehnt. Bei weiterer Steigerung der Tangentialkraft kommt es zu Kornumlagerungen.

Die Verteilung der Schubspannungen in der Kontaktfläche ergibt sich zu:

$$\tau = \frac{3fN}{2\pi a^3}(a^2 - \rho^2)^{\frac{1}{2}} \qquad \text{mit } c \le \rho \le a \text{ (Schlupfbereich)}$$

$$\tau = \frac{3fN}{2\pi a^3}\left[(a^2 - \rho^2)^{\frac{1}{2}} - (c^2 - \rho^2)^{\frac{1}{2}}\right] \qquad \text{mit } \rho \le c \tag{9.4}$$

Die Relativverschiebung δ der Mittelpunkte der Kugeln, d.h genau genommen aller Punkte, die von der Kontaktfläche einen ausreichenden Abstand haben, ist

$$\delta = \frac{3(2-\nu)fN}{16\mu a}\left(1 - \frac{c^2}{a^2}\right) = \frac{3(2-\nu)fN}{16\mu a}\left[1 - \left(1 - \frac{T}{fN}\right)^{\frac{2}{3}}\right] \tag{9.5}$$

Nach dem Erreichen eines Maximalwertes der Tangentialkraft T^* soll T bis zum Wert $T=-T^*$ abnehmen, dadurch wird der Entlastungsast der Kraft-Verformungskurve definiert. Durch die Abnahme von T verringert sich auch die Relativverschiebung δ. Es entstehen negative Schubspannungen, die sich mit den positiven Spannungen des Belastungsvorganges überlagern. Würde sich kein Schlupf einstellen, müßte die nun entstehende Schubspannung am Rand der Kontaktfläche gegen minus Unendlich gehen. Bei beginnender Entlastung entsteht somit vom Rand der Kontaktfläche aus Gegenschlupf. Die verschiedenen Anteile der resultierenden Schubspannung sind im Bild 9.2 dargestellt.

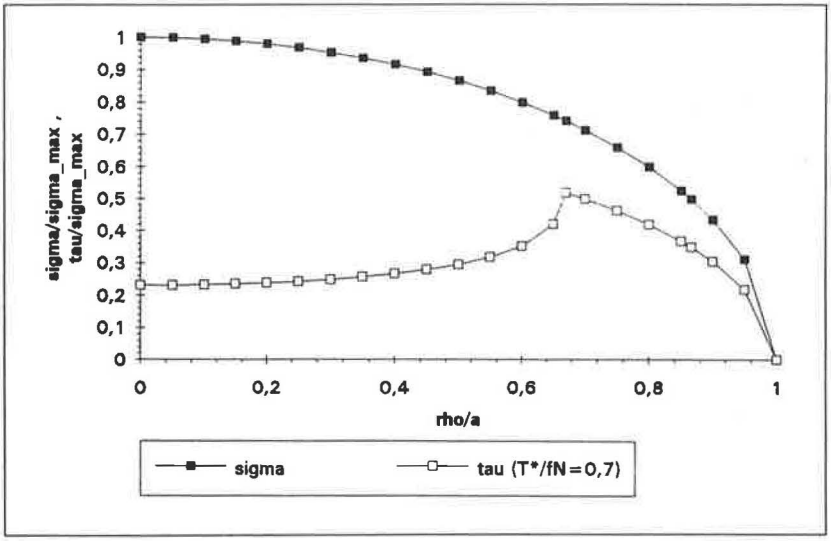


Bild 9.1: Spannungsverlauf der Normal- und Schubspannung

Der Verlauf der Schubspannung ist für die drei verschiedenen Bereiche der Kontaktfläche im folgenden angegeben:

$$\tau = -\frac{3fN}{2\pi a^3}(a^2-\rho^2)^{\frac{1}{2}} \qquad \text{mit } b \le \rho \le a \text{ (Gegenschlupfbereich)}$$

$$\tau = -\frac{3fN}{2\pi a^3}\left[(a^2-\rho^2)^{\frac{1}{2}} - 2(b^2-\rho^2)^{\frac{1}{2}}\right] \qquad \text{mit } c \le \rho \le b \text{ (Schlupfbereich)}$$

$$\tau = -\frac{3fN}{2\pi a^3}\left[(a^2-\rho^2)^{\frac{1}{2}} - 2(b^2-\rho^2)^{\frac{1}{2}} + (c^2-\rho^2)^{\frac{1}{2}}\right] \qquad \text{mit } \rho \le c \tag{9.6}$$

Der Radius bis zu dem der Gegenschlupfbereich eindringt ist

$$b = a\left(1 - \frac{T^* - T}{2fN}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{9.7}$$

Die Verschiebung δ_e erhält man zu

$$\delta_e = \frac{3(2-\nu)fN}{16\mu a}\left(2\frac{b^2}{a^2} - \frac{c^2}{a^2} - 1\right) = \frac{3(2-\nu)fN}{16\mu a}\left[2\left(1 - \frac{T^* - T}{2fN}\right)^{\frac{2}{3}} - \left(1 - \frac{T^*}{fN}\right)^{\frac{2}{3}} - 1\right] \tag{9.8}$$

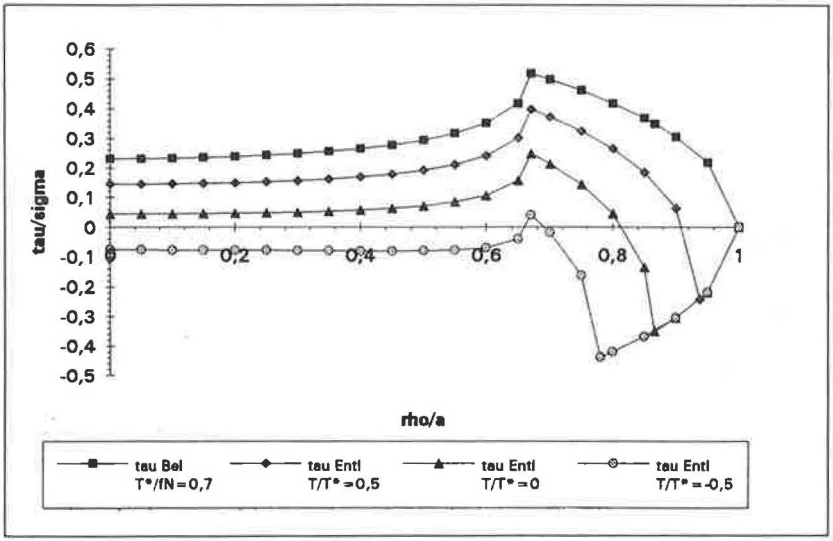


Bild 9.2: Schubspannungsverteilungen beim Entlastungsvorgang

Für den Wiederbelastungsast lassen sich analoge Beziehungen ableiten. Zusammen ergeben Entlastung und Wiederbelastung die im Bild 9.3 dargestellte Hysteresekurve.

Die von der Hysteresekurve eingeschlossene Fläche repräsentiert die dissipierte Energie W_d eines Schwingungszyklus.

$$W_d = \int_{-T^*}^{-T^*} (\delta_e - \delta_w)dT =$$

$$= \frac{9(2-\nu)f^2N^2}{10\mu a}\left\{1-\left(1-\frac{T^*}{fN}\right)^{\frac{5}{3}}-\frac{5T^*}{6fN}\left[1+\left(1-\frac{T^*}{fN}\right)^{\frac{2}{3}}\right]\right\} \tag{9.9}$$

hierin ist δ_w die Verformung bei der Wiederbelastung

Der Dämpfungsgrad der Schwingung ergibt sich aus dem Verhältnis der Dämpfungsarbeit W_d zur potentiellen Energie W_e

$$D = \frac{W_d}{4\pi W_e} = \frac{W_d}{4\pi\frac{1}{2}T^*\delta} \tag{9.10}$$

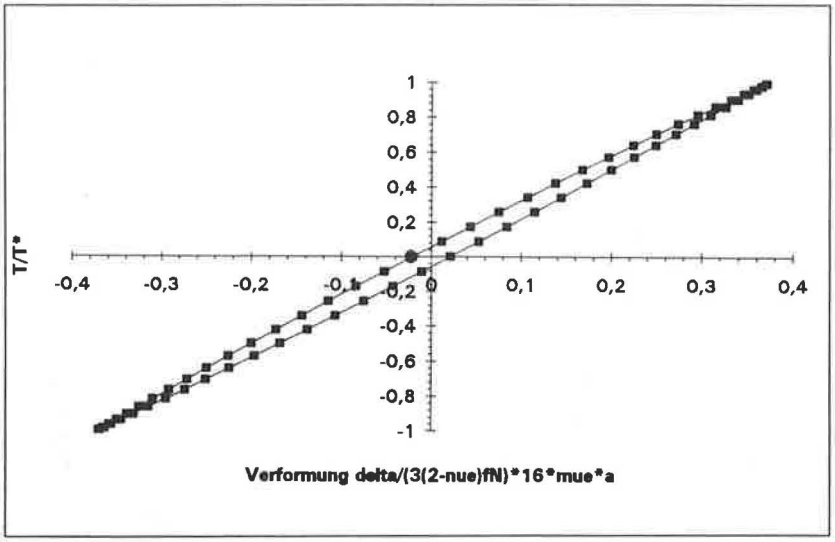


Bild 9.3: Hysteresekurve

Mit den Gleichungen 9.8 und 9.9 erhält man:

$$D = \frac{\frac{9(2-\nu)f^2N^2}{10\mu a}\left\{1-\left(1-\frac{T^*}{fN}\right)^{\frac{5}{3}}-\frac{5T^*}{6fN}\left[1+\left(1-\frac{T^*}{fN}\right)^{\frac{2}{3}}\right]\right\}}{4\pi\cdot\frac{1}{2}T^*\cdot\frac{3(2-\nu)fN}{16\mu a}\left[\left(1-\frac{T^*}{fN}\right)^{\frac{2}{3}}-1\right]}$$

$$= \frac{12fN}{5\pi T^*}\cdot\frac{\left\{1-\left(1-\frac{T^*}{fN}\right)^{\frac{5}{3}}-\frac{5T^*}{6fN}\left[1+\left(1-\frac{T^*}{fN}\right)^{\frac{2}{3}}\right]\right\}}{\left[\left(1-\frac{T^*}{fN}\right)^{\frac{2}{3}}-1\right]} \tag{9.11}$$

In Gleichung 9.11 lassen sich Zähler und Nenner der rechten Seite in eine binomische Reihe entwickeln.

$$D = \frac{12fN}{5\pi T^*} \cdot \frac{\left\{ \frac{5}{162}\left(\frac{T^*}{fN}\right)^3 + \frac{5}{243}\left(\frac{T^*}{fN}\right)^4 + \frac{7}{486}\left(\frac{T^*}{fN}\right)^5 + \frac{70}{6561}\left(\frac{T^*}{fN}\right)^6 \cdots \right\}}{\left[1 - 1 + \frac{2}{3}\left(\frac{T^*}{fN}\right) + \frac{1}{9}\left(\frac{T^*}{fN}\right)^2 + \frac{4}{81}\left(\frac{T^*}{fN}\right)^3 \cdots \right]}$$

Für kleine Werte T^*/fN ($<<1$) können die Glieder höherer Ordnung vernachlässigt werden.

$$D = \frac{12}{5\pi} \cdot \frac{\frac{5}{162}\left(\frac{T^*}{fN}\right)}{\frac{2}{3} + \frac{1}{9}\left(\frac{T^*}{fN}\right)} \tag{9.12}$$

Es zeigt sich, daß der nach diesem Modell ermittelte Dämpfungsgrad für kleine Kraftamplituden linear gegen Null geht.

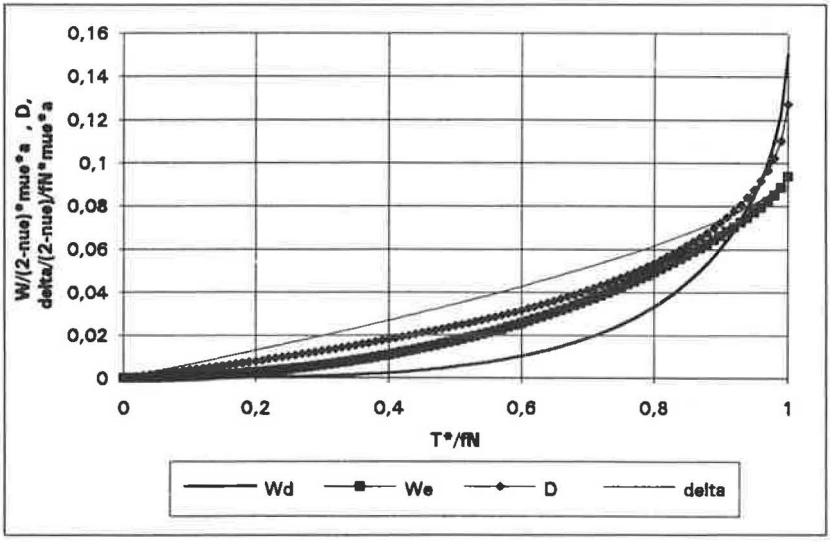


Bild 9.4: Dämpfungsenergie W_d, potentielle Energie W_e, Dämpfungsgrad, Relativverschiebung der Kugelmittelpunkte δ in Abhängigkeit von der Ausnutzung der möglichen Tangentialkraft

In der Praxis hingegen werden auch für extrem kleine Amplituden Dämpfungsgrade beobachtet. Dies führt zum Schluß, daß im vorliegenden Modell Einflüsse nicht erfaßt werden, die besonders im Bereich kleiner Dehnungen maßgebend werden.

Vermutlich ist die höhere Dämpfung zum Großteil auf die Verzahnung des aus unterschiedlich großen Körnern aufgebauten Haufwerks zurückzuführen. Ebenfalls beträchtlichen Einfluß hat die Rauhigkeit der Kornoberfläche, die auch den Unterschied zwischen einer Haft- und Gleitreibung verursacht. Ein weiterer, wenn auch geringerer Einfluß auf die Dämpfung bei kleinen Amplituden kann in der Dämpfung innerhalb des Kristallgitters der Körner gesehen werden. Im vorliegenden Dämpfungsmodell ergibt sich kein Einfluß der Korngröße mehr. In der Realität steigt mit abnehmendem Korndurchmesser der Einfluß der mikroskopischen Rauhigkeit der Kornoberfläche und damit die Dämpfung. Die beobachtete Abnahme der Dämpfung bei höheren Umgebungsdrücken ist erklärbar durch die Zunahme der aufnehmbaren Schubspannung und den daraus resultierenden geringeren Schlupf. Eine höhere Probendichte bei gleichen Druck führt zu Verteilung auf mehr Kontaktstellen also geringere Normalspannungen und demzufolge geringere aufnehmbare Schubspannungen.

Abschätzung der Gleitung beim Beginn der Kornumlagerung:

Für den Sand soll hier dargestellt werden, bei welcher Größenordnung der Gleitungen nach der Mindlin'schen Theorie mit einem Beginn von Kornumlagerung zu rechnen ist.

Korndurchmesser d_{50}=0,45 mm => Kornradius $R = 2{,}25*10^{-4}$m

nach MITCHELL 1993 ergeben sich folgende Materialwerte für die Sandkörner

Querdehnzahl	$\nu = 0{,}2$	
Kompressionsmodul der Sandkörner	$K = 1/(0{,}028*10^{-6})$	$=3{,}5*10^{6}$ kN/m²=35000MN/m²
Elastizitätsmodul	$E = K*3*(1-2*\nu)$	= 63000 MN/m²
Schubmodul	$G=\mu= E/(2*(1-\nu))$	= 26250 MN/m²

Für einen Zellenluftdruck von σ=100 kN/m² trifft auf ein Sandkorn des oben angegebenen Durchmessers ein Kraftanteil von $N = \sigma * R^2*\pi/4 = 3{,}98*10^{-6}$ kN.

Die Größe der Kontaktfläche zwischen zwei gleichen Sandkörnern ergibt sich nach der Hertz'schen Theorie nach Gleichung 9.1 zu:

$$a = \left[\frac{3(1-0,2) \cdot 4 \cdot 10^{-9} \cdot 2,25 \cdot 10^{-4}}{8 \cdot 26250} \right]^{\frac{1}{3}} = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{m}$$

Die Relativverschiebung der beiden Körner zu einander infolge $T^*/fN=1$ beträgt nach Gleichung 9.5 bzw 9.8 etwa:

$$\delta = \frac{3(2-\nu)fN}{16\mu a} = \frac{3(1-0,2)0,3 \cdot 4 \cdot 10^{-9}}{16 \cdot 26250 \cdot 2,2 \cdot 10^{-6}} = 3,1 \cdot 10^{-9} \text{m}$$

hierin ist der Reibungsbeiwert mit f=0,3 (vergl. MITCHELL 1993) enthalten.

Die Gleitung kann hieraus abgeleitet werden

$$\gamma = \frac{\delta}{2 \cdot R} = \frac{3,1 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 2,25 \cdot 10^{-9}} = 4,7 \cdot 10^{-6} \qquad (9.13)$$

Dieses Ergebnis stimmt gut mit den aus Versuchergebnissen gewonnenen und in der entsprechenden Literatur dargestellten Erkenntnissen überein.

In den letzten Jahren betätigen sich eine ganze Reihe von Wissenschaftlern mit theoretischen und experimentellen Forschungen auf dem Gebiet der Mikromechanik bei granularen Materialien. Die meisten dieser Arbeiten befassen sich jedoch mit Dehnungsbereichen, die zum Teil um mehrere Zehnerpotenzen über den hier betrachteten Werten liegen. Die Bandbreite dieser Veröffentlichungen geht von Spannungsverteilungen an Kontaktstellen einzelner Körner über computergestützte Simulationen der Spannungsausbreitung in Haufwerken (SIDOROFF 1992, ZHU 1991, ROTHENBURG 1991, IWASHITA 1992, JENKINS J.T. 1992) bis hin zur Herleitung neuer Materialmodelle auf der Grundlage der Mikromechanik (BOJTAR 1992, KISHINO 1992, NEMAT-NASSER 1992a, 1992b). Das Themengebiet der Dynamik wird hierbei meist nicht sonderlich ausführlich behandelt, sondern allenfalls nur angerissen. Es steht jedoch außer Frage, daß in den kommenden Jahren Anstrengungen unternommen werden, die Erkenntnisse der Mikromechanik auch auf dieses Feld anzuwenden, um dadurch das Verständnis der Zusammenhänge und Ursachen der Materialdämpfung zu erweitern.

9.2 Weitere Dämpfungsursachen

Im Folgenden sollen zur Abrundung der Betrachtungen über die Materialdämpfung auch Phänomene bei bindigen Böden, insbesondere bei tonigen Materialien, angesprochen werden, obwohl mit diesen Bodenarten keine Laborversuche durchgeführt wurden. Bei bindigen Bodenmaterialien ist durch die im letzten Abschnitt behandelte Korn-zu-Korn-Reibung die Dämpfung nicht ausreichend beschrieben, vor allem bei vorhandenen Tonanteilen kommen weitere Einflüsse hinzu.

Die plattenartigen Tonpartikel sind in ihrer Morphologie grundsätzlich anders als die mehr oder weniger runden Sand- und Schluffkörner. Größere Bedeutung als die äußere Form hat bei den Tonteilchen jedoch die elektrische Ladung der Partikel. Hinzu kommt, daß bei bindigen Böden, insbesondere bei Tonen, sehr häufig wassergesättigte Verhältnisse vorliegen. Der chemisch-physikalische Aufbau von Tonmineralen ist in vielen klassischen Werken der Bodenphysik und der Bodenmechanik beschrieben worden (z.B. TERZAGHI (1942), DI GLERIA et al. (1962), BAVER (1966), DAS (1983), uva.).

Schon im vorigen Jarhundert wurde die Entdeckung gemacht, daß unter Einwirkung des elektrischen Stromes an der Grenzfläche zweier einander berührender Media Bewegungen beobachtet werden können. Diese Bewegungen äußern sich darin, daß sich die beiden Media längs der Grenzfläche gegeneinander verschieben. Bald wurde auch die umgekehrte Erscheinung entdeckt, daß nämlich bei der Verschiebung von Grenzflächen elektrischer Srom entsteht. Die sogenannten elektrokinetischen Erscheinungen werden in vier Kategorien eingeteilt: Elektrische Endosmose - Unter Einwirkung elektrischen Stroms werden Flüssigkeiten zwischen festen Oberflächen in Bewegung gesetzt. Elektrophorese - Feste Teilchen werden in einer ruhenden Flüssigkeit von elektrischen Strom in Bewegung gesetzt. Stömungspotential - Bei der Strömung von Flüssigkeiten zwischen festen Oberflächen entsteht elektrischer Strom. Elektrophoretischer Strom - Feste Teilchen werden in einer ruhenden Flüssigkeit in Bewegung versetzt, wodurch elektrischer Strom entsteht. HELMHOTZ erklärt die Eletroosmose sowie

die anderen elektrokinetischen Erscheinungen damit, daß sich an der Grenzoberfläche zwischen der Flüssigkeit und des festen Körpers eine elektrische Doppelschicht ausbildet. Die Doppelschicht kann als ein elektrischer Kondensator aufgefaßt werden, dessen eine Seite, die der festen Oberfläche anhaftende Ladungsschicht, unbeweglich ist. Die andere, d.h. die äußere Ladungsschicht, die in die Flüssigkeit getaucht ist, kann mit der Flüssigkeit bewegt werden. HELMHOLTZ erarbeitete in den Jahren 1879-1882 eine genauere mathematische Formulierung, worbei er sich auf folgende Voraussetzungen stützte: Die für viskose Flüssigkeiten gültige hydrodynamische Gleichung ist außer im Innern der Flüssigkeit auch in der elektrischen Doppelschicht gültig. Zwischen den festen Oberflächen tritt nur eine laminare Flüssigkeitsbewegung auf. Der äußere Potentialabfall summiert sich einfach mit dem Potentialabfall der elektrischen Doppelschicht. Werden die obigen Bedingungen erfüllt, so kann die an der Grenzfläche entstandene Doppelschicht als Plattenkondensator betrachtet werden, dessen Potential wie folgt formuliert werden kann:

$$E = \frac{4\pi d\, e}{D} \tag{9.14}$$

In der Gleichung bedeutet E das elektrische Potential (ζ-Potential), d die Dicke der elektrischen Doppelschicht, e die elektrische Ladung der Oberflächeneinheit und D die Dielektrizitätskonstante der Flüssigkeit. Falls in der elektrischen Doppelschicht die Strömungsgeschwindigkeit der Flüssigkeit u auf Null zurückgeht und die Verminderung der Geschwindigkeit zwischen den Ladungsschichten in erster Näherung als linear angenommen wird, so würde die auf die Flächeneinheit wirkende Reibungskraft $\eta u/d$ sein (η=dynamische Viskosität der Flüssigkeit). Im Falle des Gleichgewichtes ist die Reibkraft gleich der elektrischen Kraft eH (H=elektrischer Potentialabfall in den Kapillaren), welche die Strömung verursacht. Dies kann mit folgender Gleichung ausgedrückt werden:

$$eH = \eta \frac{u}{d} \tag{9.15}$$

Der elektrophoretische Strom ist die umgekehrte Erscheinung der Elektrophorese. Sie wurde zuerst von DORN im Jahre 1880 bei der Sedimentation von Sand und Glasperlen in Wasser beobachtet. STOCK untersuchte 1913 die

Sedimentation des feinen Quarzsandes und stellte hierbei fest, daß für den Zusammenhang des unter Einwirkung von Quarzteilchen entstandenen Potentialabfalls zwischen den am Ende eines 2m langen Glasrohrs angebrachten Elektroden und der Sedimentationsgeschwindigkeit die Helmholtz´sche Gleichung bzw. die Smoluchowsky´sche Formel angewendet werden kann. Durch die Verschiebung von Porenwasser entstehen also aus der kinetischen Energie elektrische Ströme, das heißt Energie wird dem mechanischen System entzogen, was eine Dämpfung des mechanischen Systems zur Folge hat.

Eine grundsätzlich andere Betrachtungsweise von Bodenverformungen als zeit- bzw. geschwindigkeitsabhängigen Prozeß stellt MITCHELL (1968, 1992) dar. Die Grundlage für diese Theorie ist die Beobachtung, daß Atome, Moleküle und/ oder Partikel (als Oberbegriff wird für diese drei Begriffe in diesem Zusammenhang der Ausdruck Fließeinheit geprägt), die einem zeitabhängigen Fließ- oder Verformungsprozeß unterworfen sind in ihrer relativen Bewegung zueinander durch Energiebarrieren behindert werden, die benachbarte Gleichgewichtslagen voneinander trennen. Die Verschiebung einer Fließeinheit in eine neue Lage erfordert die Zuführung einer Aktivierungsenergie ΔF von ausreichender Größe, um die Barriere zu überwinden. Die potentielle Energie einer Fießeinheit kann nach dem Aktivierungsprozeß unverändert, höher oder niedriger sein als vorher (siehe Bild 9.5). In jedem Falle muß eine Energiebarriere überwunden werden. Die Aktivierungsenergie für die Überquerung der Barriere kann beispielsweise durch thermische Energie oder andere äußere Potentiale aufgebracht werden. Aus der statistischen Mechanik ist bekannt, daß die Aktivierungsenergie pro Fließeinheit dem Produkt kT entspricht, wobei k die Boltzmann-Konstante ist und T die absolute Temperatur repräsentiert. In einem Material im Ruhezustand finden thermische Schwingungen mit einer Frequenz kT/h statt (h=Plank´sche Konstante). Die vorhandene thermische Energie verteilt sich auf die Fließeinheiten nach der Boltzmann-Verteilung. Die nachfolgend angegebenen Beziehungen sind bei MITCHELL 1992 zu finden.

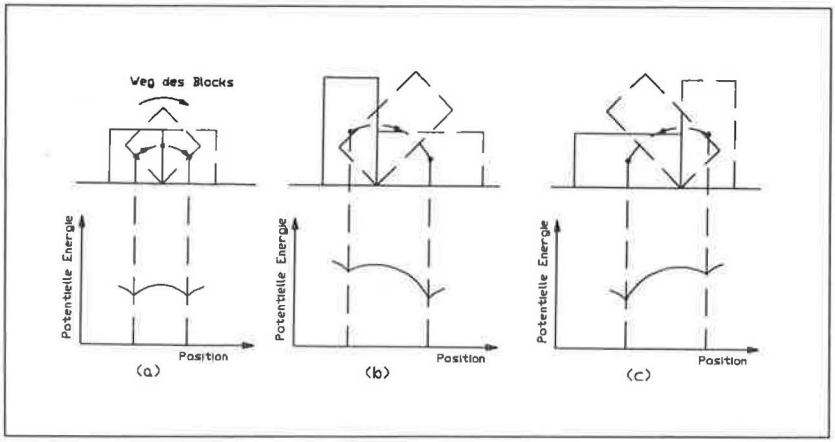


Bild 9.5: Beispiele von Aktivierungsprozessen:
a) Gleiches Stabilitätsniveau
b) erhöhte Stabilität
c) verringerte Stabilität

Es kann gezeigt werden, daß die Wahrscheinlichkeit für die Aktivierung einer Fließeinheit während einer Schwingung durch die folgende Formel beschrieben werden kann:

$$p(\Delta F) = e^{\frac{-\Delta F}{NkT}} \tag{9.16}$$

hierin ist N die Avogadro-Zahl, Nk ist gleich der universellen Gaskonstante R. Die Häufigkeit der Aktivierung ν wird gegeben durch:

$$\nu = \frac{kT}{h} e^{\frac{-\Delta F}{NkT}} \tag{9.17}$$

Ohne ein äußeres Potential werden die Energiebarrieren mit gleicher Häufigkeit in jede Richtung überschritten und es sind keine Auswirkungen der Aktivierung erkennbar, wenn nicht die Temperatur ausreichend hoch ist, daß Schmelzen oder Verdunstung auftritt. Wenn jedoch ein äußeres, gerichtetes Potential wie eine Schubspannung aufgebracht wird, wird die Energiebarriere in Richtung der Schubspannung um den Betrag $f\lambda/2$ gesenkt in der Gegenrichtung um den gleichen Betrag erhöht. Hierin ist f die Kraft, die auf einer Fließeinheit wirkt und λ der Abstand zweier benachbarter Gleichgewichtslagen (siehe Bild 9.6).

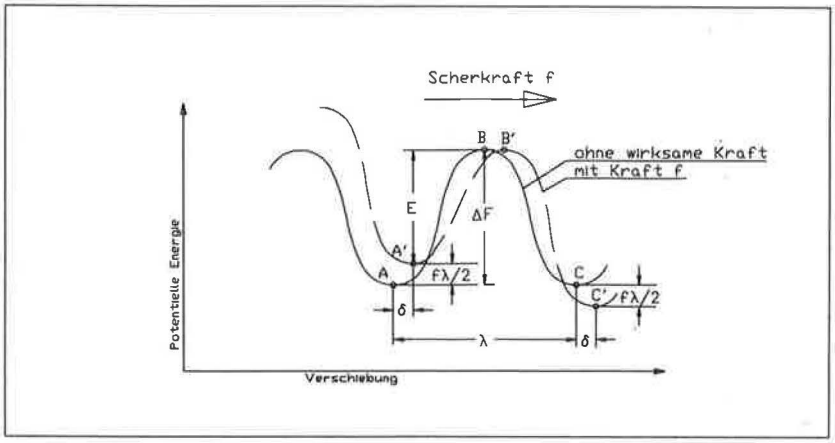


Bild 9.6: Die Wirkung einer Scherkraft auf die Energiebarrieren zwischen benachbarten Gleichgewichtslagen

Die Minima der Energiekurven werden unter dem Einfluß des äußeren Potentials um die Entfernung δ verschoben. Die Reduzierung der Barrierenhöhe in Richtung der Kraft f erhöht die Aktivierungsfrequenz in dieser Richtung auf:

$$\nu \rightarrow = \frac{kT}{h} e^{-\frac{\Delta F/N - f\lambda/2}{kT}} \tag{9.18}$$

Für die Gegenrichtung ergibt sich eine Verringerung der Frequenz:

$$\nu \leftarrow = \frac{kT}{h} e^{-\frac{\Delta F/N + f\lambda/2}{kT}} \tag{9.19}$$

In der Summe erhält man:

$$\nu \rightarrow - \nu \leftarrow = \frac{kT}{h} e^{-\frac{\Delta E}{RT}} \sinh\left(\frac{f\lambda}{2kT}\right) \tag{9.20}$$

Die Arbeit, die verrichtet wird, wenn die Fließeinheit vom Scheitel der Energiebarriere zur neuen Gleichgewichtslage fällt, wird in Wärmenergie umgewandelt, d.h. bei einem schwingendem System wird mechanische Energie umgewandelt - Dämpfung entsteht.

In jedem beliebigen Augenblick überqueren aktivierte Fließeinheiten die Energiebarriere, andere kehren möglicherweise in ihre ursprüngliche Lage zurück.

Für jede Fließeinheit, die erfolgreich die Energiebarriere übersprungen hat entsteht eine Verschiebung λ'. Die Komponente von λ' in einer bestimmten Richtung multipliziert mit der Anzahl der erfolgreichen Sprünge je Längeneinheit ergibt die Geschwindigkeit der Verformung. Bezieht man diese Geschwindigkeit auf eine Einheitslänge erhält man die Dehnungsgeschwindigkeit $\dot{\varepsilon}$. Wenn X als Proportionalitätsfaktor zwischen der resultierenden Aktivierungsfrequenz in Richtung des äußeren Potentials und der Dehnungsgeschwindigkeit definiert wird, erhält man die Beziehung:

$$\dot{\varepsilon} = 2X \frac{kT}{h} e^{-\frac{\Delta F}{RT}} \sinh\left(\frac{f\lambda}{2kT}\right) \tag{9.21}$$

Die Proportionalitätskonstante kann sowohl zeit- als auch materialabhängig sein. Sofern $(f\lambda/2kT)<1$ ist, gilt $\sinh(f\lambda/2kT)=(f\lambda/2kT)$ und die Dehnungsgeschwindigkeit ist direkt proportional zu f. Diese Verhältnisse liegen bei einer Newton'schen Flüssigkeit vor. Für die meisten Festkörper liegt der Wert von $(f\lambda/2kT)$ deutlich über 1 (siehe MITCHELL 1968).

Für größere Verformungen gilt die Näherung:

$$\sinh\left(\frac{f\lambda}{2kT}\right) \approx \frac{1}{2} e^{\left(\frac{f\lambda}{2kT}\right)} \tag{9.22}$$

Damit erhält man aus Gl (9.24):

$$\dot{\varepsilon} = X \frac{kT}{h} e^{-\frac{\Delta F}{RT}} \quad e^{\left(\frac{f\lambda}{2kT}\right)} \tag{9.23}$$

Die Gleichungen (9.24) und (9.26) wurden schon benutzt, um in rheologischen Modellen den Dämpfungsparameter eines Newton'schen Dämpfers zu ermitteln. Diese rheologischen Modelle wurden abgeleitet, um funktionale Zusammenhänge einzelner Einflußfaktoren auf Scherparameter und Verformungseigenschaften von Böden zu untersuchen. An dieser Stelle fehlt bei MITCHELL jedoch der Hinweis in welchen Arbeiten dies versucht wurde.

MITCHELL (1990) befaßte sich mit den elektro-kinetischen Fließbarrieren bei verdichteten Tonen und stellte somit in gewissem Sinne die Verbindung zwischen den beiden geschilderten Betrachtungsweisen der mikoskopischen Phänomene bei Verformungen bindigen Böden her.

DOBRY und VUCETIC (1991) haben durch entsprechende Versuchsreihen mit bindigen Böden unterschiedlicher Plastizität gezeigt, daß mit zunehmender Plastizität die Dämpfung abnimmt. Diese Beobachtung führen die Autoren auf folgende Ursache zurück: Böden mit hoher und sehr hoher Plastizität bestehen aus sehr kleinen Partikeln, die eine große relative Oberfläche je Gewichtseinheit besitzen.

In diesen Böden ist die Anzahl der Kontaktstellen der einzelnen Partikel untereinander ebenfalls hoch. Daraus folgt, daß die elektrischen und chemischen Bindungen sowie die abstoßenden Kräfte zwischen den Partikeln ebenfalls groß im Vergleich zum Gewicht der Partikel selbst sind, was zur Folge hat, daß die Bindungs- und Abstoßungskräfte das Verhalten des Korngerüstes unter Belastung bestimmen. Darauf ist auch zurückzuführen, daß hoch plastische Böden eine bedeutend geringere Abnahme des dynamischen Schubmoduls bei zyklischer bzw. dynamischer Beanspruchung zeigen. Die Untersuchungen befassen sich hauptsächlich mit mittleren (10^{-5}-10^{-4}) bis großen Dehnungen ($>10^{-4}$). Für Dehnungen kleiner als 10^{-5} werden jedoch für bindige Böden größere Dämpfungswerte als für nichtbindige festgestellt. Hier ist die Dämpfung auf in gewissem Sinne viskose Eigenschaften zurückzuführen (siehe vorhergehenden Abschnitt).

Zusammenfassend kann man also feststellen, daß die Dämpfung von Böden nicht eindeutig in eine der beiden Kathegorien "hysteretisch" oder "viskos" eingeordnet werden kann. Bei rolligen Materialien dominieren eindeutig die Reibungseffekte also hysteretische Anteile. Bei bindigen Materialien treten jedoch viskose Einflüsse in stärkerem Maße in den Vordergrund.

10 Auswirkung der gewonnenen Erkenntnisse auf bodendynamische Berechnungen

Im abschließenden Kapitel sollen unterschiedliche Dämpfungsansätze bezüglich ihrer Auswirkung auf die berechneten Verformungen durch Vergleichsrechnung betrachtet werden.

Hierzu wird das Problem eines dynamisch belasteten Fundamentes auf dem linear elastischen isotropen Halbraum mit der Methode des Integraltransformationsverfahrens, dessen Grundlagen sich z.B. bei WOLF.J.P. 1985 finden, untersucht. Ausgangspunkt sind Arbeiten des Lehrstuhl für Baumechanik zur Bestimmung des Verformungszustandes des elastischen Halbraumens unter ortsfesten und bewegten schwingenden Lasten (vgl. KONRAD 1985, GRUNDMANN et al.1988a, 1988b, 1991, MÜLLER 1989,1991 , HUBER 1990).

Die im folgenden kurz beschriebene Methode beruht auf der Entkopplung der LAME´schen Differentialgleichungen, den Gleichgewichtsbedingungen im Kontinuum:

$$\mu|u^i|^j_j + (\lambda+\mu)|u^j|^i_j + \rho\ddot{u}^i = 0 \qquad (9.1)$$

Hierzu verwendet man Potentialfunktionen, die die auftretenden Raumwellentypen (Kompressions- und Scherwellen) beschreiben. Die sogenannten Oberflächen- oder Rayleigh-Wellen sind eine Mischform aus Kompressions- und Scherwellenanteilen die exponential mit der Tiefe abklingen. Durch diese Entkopplung erhält man die Wellengleichungen, die mittels Fourier-Transformation in den Bildraum (oder auch Frequenzbereich genannt) übertragen weden. Physikalisch entspricht dieses Vorgehen einer Zerlegung in unendlich viele harmonische Wellen unterschiedlicher Wellenlängen (und/oder Frequenzen).

Durch die Transformation entsteht ein Satz von gewöhnlichen Differentialgleichungen, die durch sinnvoll gewählte Lösungsansätze für die Potentialfunktionen, unter Beachtung der Randbedingungen an der Oberfläche des Halbraums, ein lineares Gleichungssystem für die Koeffizienten der Potentialfunktionen ergeben. Nach der Lösung des Gleichungssystems kann eine Rücktransformation

in den Orginalraum (Zeitbereich) vorgenommen und die Berechnung von Spannungen, Dehnungen, Verschiebungen etc. vorgenommen werden.

Die Hintransformation läßt sich für eine Blocklast in gechlossenen Form durchführen. Die Rücktransformations hingegen ist nur durch numerische Integration oder eine Reihenentwicklung (vgl. DUDDECK F. 1992) möglich. Im vorliegenden Fall ist das erstere Verfahren ausreichend. Die numerische Integration der Rücktransformationsintegrale bringt aus zwei Gründen Abweichungen von den exakten Ergebnissen: zum einen wird an Stelle eines kontinuierlichen ein diskretes Spektrum berechnet ($\Delta k_x>0$, $\Delta k_y>0$, $\Delta\omega>0$), man nennt das Disktretisierung, und zum anderen wird die Berechnung nur bis zu einer endlichen Größe der transformierten Koordinaten betrieben, hier spricht man von Fensterung.

Die Fensterung bewirkte eine schlechtere Darstellung von Unstetigkeitsstellen der Lastfunktion, d.h. der senktrechte Abfall der Lastordinate am Ende einer Blocklast läßt sich nicht exakt abbilden.

Die Diskretisierung des kontinuierlichen Spektrums bewirkt eine örtliche Lastwiederholung im Abstand:

$$L_x = \frac{2\pi}{k_{x0}} \qquad L_y = \frac{2\pi}{k_{y0}} \tag{10.2}$$

Hierin sind die Grundwellenzahlen k_{x0} und k_{y0} die betragsmäßig kleinsten Werte für die Wellenzahlen k_x und k_y der Berechnung.

Im elastischen Halbraum ist die Abnahme der Schwingungsamplituden zum überwiegenden Teil auf die Verteilung der Schwingungsenergie auf einen größeren Bereich maßgebend. Fälschlicherweise wird für diese Abnahme auch der Begriff "geometrische Dämpfung" verwendet, obwohl es sich hierbei nicht um Dämpfung im eigentlichen Sinne handelt. Die völlige Vernachlässigung der meist sehr kleinen Materialdämpfung liefert jedoch unbefriedigende Ergebnisse, da sich die Störeinfüsse der ebenfalls ungedämpften Wiederholungslasten deutlich bemerkbar machen.

Im Bild 10.1 sind die ungedämpften Schwingungsamplituden an der Oberfläche des elastischen Halbraums für einen Streifen 4,0 auf 20 m dargestellt. Die

quadratische Belastungsfläche der schlaffen Last reicht von x=-1 bis +1 und y=-1 bis +1 [m]. Entsprechend Gleichung (10.2) ergibt sich für die gewählten kleinsten Wellenzahlen ein Lastwiederholfaktor $L_x/b=L_y/b=20$ (b=Fundamentbreite) , d.h. jeweils im Raster von 40 m befinden sich weitere schwingende Lasten. Dem Boden wurden in den verschiedenen Berechnungen unterschiedliche Dämpfungseigenschaften zugeschrieben.

In Bild 10.1 ist deutlich die Auswirkung der örtlichen Wiederholungslasten auf die Schwingungsamplituden im ungedämpften Fall zu erkennen.

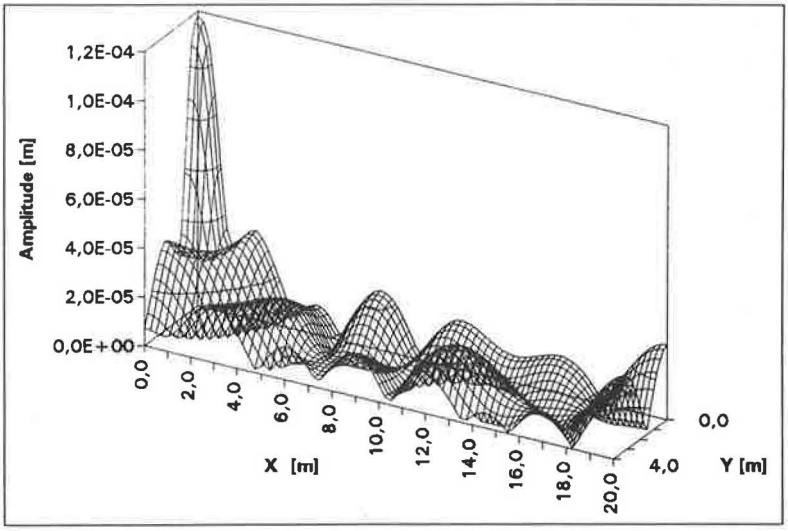


Bild 10.1: Schwingungsamplituden [m] infolge harmonischer Blocklast (ohne Dämpfung)

Bei den in den Kapiteln 6 bis 8 vorgestellten Versuchen konnte eine unterschiedliche Dämpfung für longitudinale und tordierende Schwingungen beobachtet werden.

Es stellte sich die Frage, inwieweit diese unterschiedlichen Dämpfungseigenschaften Auswirkungen auf die Berechnungsergebnisse haben würden. Zu diesem Zweck wurden unterschiedliche Zuordnungen zweier unabhängiger Dämpfungswerte untersucht.

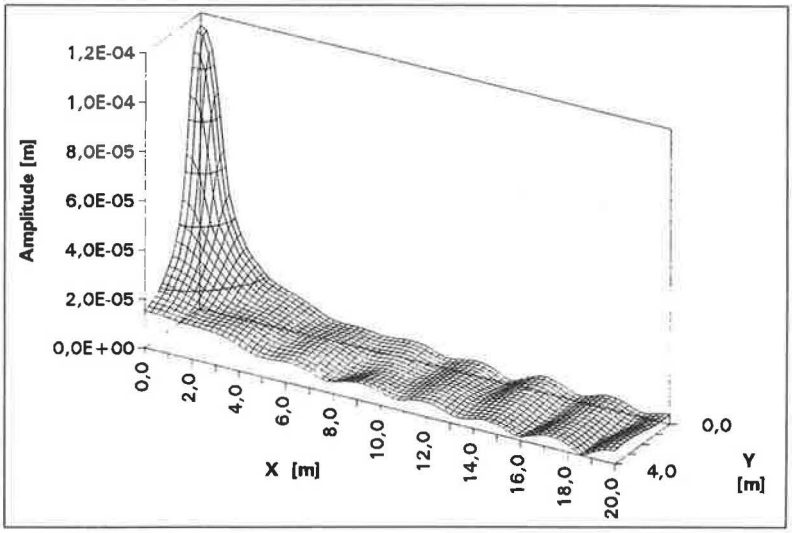


Bild 10.2: Schwingungsamplituden [m] infolge harmonischer Blocklast (mit Dämpfung '551')

Zunächst wurden die Dämpfungsparameter den Lame´schen Konstanten λ und μ zugeordnet. Als zweite Dämpfungsart wurde die Dämpfung auf den dynamischen Steifemodul E_s und den dynamischen Schubmodul G bezogen. Als Dämpfungsart 3 wurden die Dämpfungsparameter dem Kompressionsmodul und dem Schubmodul zugeordnet.

Im verwendeten Rechenverfahren wird die Materialdämpfumg über komplexe elastische Größen berücksichtigt:

$$\lambda_{komplex} = \lambda_{reell} \cdot (1 + i \cdot 2D_\lambda)$$

$$\mu_{komplex} = \mu_{reell} \cdot (1 + i \cdot 2D_\mu) \qquad \text{für } \omega > 0 \qquad (10.3)$$

Dämpfungsart 2:

$$\lambda_{komplex} = \lambda_{reell} \cdot \left(1 + i \cdot 2\frac{(D_{E_s} \cdot E_s - 2D_\mu \cdot \mu)}{\lambda}\right)$$

$$\mu_{komplex} = \mu_{reell} \cdot (1 + i \cdot 2D_\mu) \qquad \text{für } \omega > 0 \qquad (10.4)$$

Dämpfungsart 3:

$$\lambda_{komplex} = \lambda_{reell} \cdot \left(1 + i \cdot 2\frac{(D_K \cdot K - \frac{2}{3}D_\mu \cdot \mu)}{\lambda}\right)$$

$$\mu_{komplex} = \mu_{reell} \cdot (1 + i \cdot 2D_\mu) \qquad \text{für } \omega > 0 \qquad (10.5)$$

Die Ergebnisse zeigten, daß der Dämpfungsgrad, der auf λ, den dynamischen Steifemodul E_s oder den Kompressionsmodul K bezogen war, keine wesentliche Dämpfungswirkung brachte und nahezu die gleichen Werte der vertikalen Schwingungsamplituden erreicht wurden wie im ungedämpften Fall, d.h. die störenden Einflüsse der Wiederholungslasten waren deutlich erkennbar.

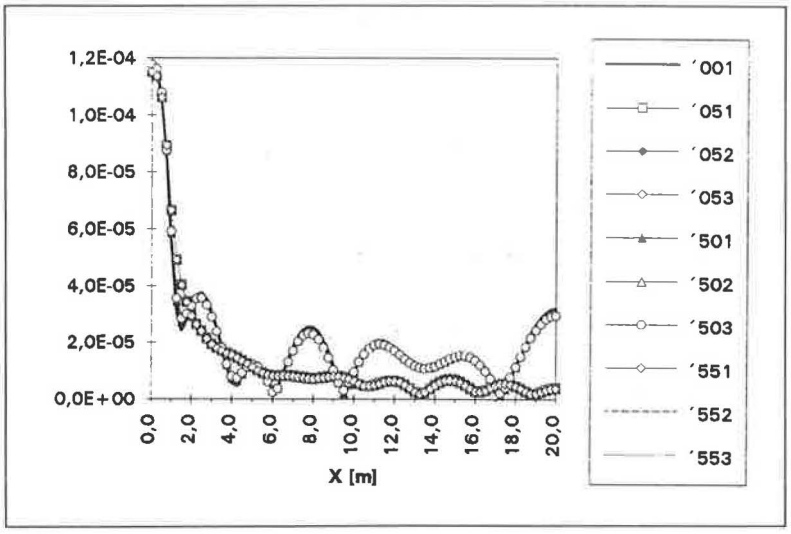


Bild 10.3: Schwingungsamplituden [m] infolge harmonischer Blocklast entlang der x-Achse (verschiedene Dämpfungsarten)

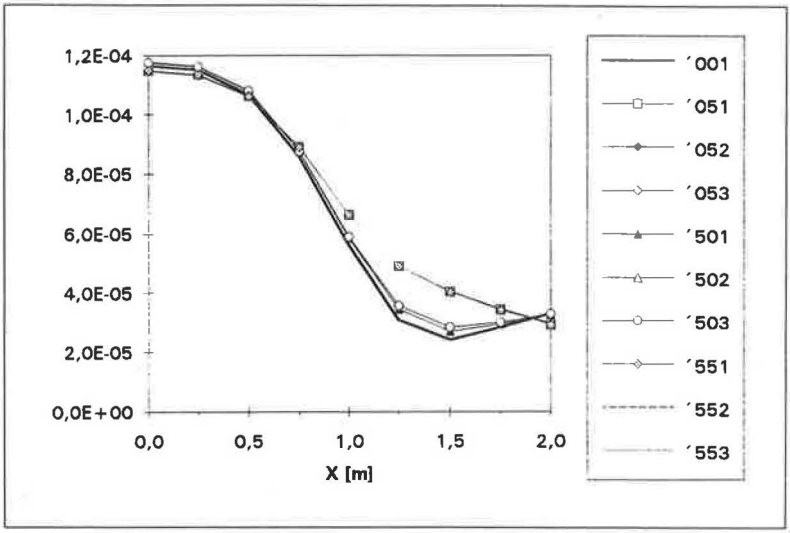


Bild 10.4: Schwingungsamplituden [m] infolge harmonischer Blocklast entlang der x-Achse

In der Legende der Bilder ist eine dreistellige Zahl angegeben, sie ist wie folgt zu verstehen: die erste Ziffer beschreibt den Dämpfungsgrad, der λ, E_s oder K zugeordnet ist, die zweite den Dämpfungsgrad für μ bzw. G und die dritte die Dämpfungsart.

Die Kurven für die D_μ=0 unterschieden sich nur minimal, der Unterschied ist erst in der Ausschnittsvergrößerung erkennbar.

Es läßt sich deshalb zusammenfassend feststellen, daß für die Schwingungsantwort nahezu ausschließlich die Dämpfung der Scherverformung maßgebend ist.

11 Zusammenfassung

Nach einer Übersicht über die derzeit gebräuchlichen mathematischen Modelle zur Berücksichtigung der Materialdämpfung bei Schwingungsproblemen wurden Versuche und Versuchsgeräte zur Bestimmung von Materialdämpfungsgrößen für Bodenmaterialien beschrieben.

Für harmonische Belastungen mit Schwingungsfrequenzen, bei denen Massenträgheitskräfte keine Rollen spielen, wird in der Praxis oft die Bezeichnung "zyklische Belastung" verwendet. Bei Erschütterungsproblemen gilt diese Einschränkung nicht mehr. Für die Ermittlung "echter" dynamischer Dämpfungsgrößen sind die verschiedenen Ausführungen des Resonant-Column-Gerätes am besten geeignet.

In den anschließenden Kapiteln wurden neben dem Probenmaterial und der Probenherstellung die grundsätzlichen Möglichkeiten der Dämpfungsbestimmung mit dem Resonant-Column-Gerät dargestellt.

In den Kapiteln über die Versuchsdurchführung und -auswertung wurden unter anderem die Schwierigkeiten erläutert, die schlußendlich dazu führten, daß eine genauere Untersuchung der Frequenzabhängigkeit der Dämpfung sowie Untersuchungen zur Gültigkeit des Superpositionsprinzips nicht erfolgversprechend durchgeführt werden konnten.

Hinsichtlich der Frequenzabhängigkeit kann jedoch ausgesagt werden, daß für Longitudinalschwingungen generell eine höhere Dämpfung bei der zweiten Eigenfrequenz als bei der ersten festgestellt wurde. Bei der Torsionsschwingung läßt sich diese Aussage nur für den bindigen Boden aufrecht erhalten. Die höhere Dämpfung der Longitudinalschwingung im Vergleich zur Torsionsschwingung ist mit sehr großer Wahrscheinlichkeit nicht allein auf die höhere Eigenfrequenz der Longitudinalschwingung zurückzuführen, da sonst auch eine Zunahme der Dämpfung von der erste Eigenfrequenz auf die zweite Eigenfrequenz der Torsionsschwingung bei den Sandproben hätte beobachtet werden müssen.

Prinzipiell ist für die Abnahme der Schwingungsamplituden bei dreidimensionalen Problemen im wesentlichen die Ausbreitung und Verteilung der Schwingungsenergie über einen größer werden Bereich maßgebend. Bei völliger Vernachlässigung der Materialdämpfung ergeben sich bei vielen Berechnungsmethoden gewisse numerische Probleme. Bei zweidimensionalen Problemen tritt die Materialdämpfung stärker in den Vordergrund.

Im Kapitel 9 wurden die wesentlichen physikalischen Ursachen der Dämpfung für nichtbindige und bindige Bodenmaterialien aufgezeigt. Hierbei ist jedoch der Brückenschlag zwischen theoretischen Grundlagen und praktischer Anwendung, d.h. die Ableitung gewisser Regeln, wie aus Messeung einfach zu bestimmender Materialeigenschaften auf die Dämpfung des jeweiligen Bodenmaterial zu schließen ist, noch nicht gelungen. Die Lösungsansätze sind hier auf dem Gebiet der Mikromechanik zu suchen, wie sich aus der Fülle der wissenschaftlichen Arbeiten, die es mittlerweile zumindest in Zusammenhang mit statischen Problemen gibt, zeigt.

Aus den Vergleichsberechnungen in Kapitel 10 läßt sich die dominierende Bedeutung der Dämpfung von Scherschwingungen bzw. Scherwellen ersehen. Die genaue Erfassung der Dämpfung von Longitudinalschwingungen bzw. Kompressionswellen tritt dagegen in den Hintergrund.

Als Resümee kann festgestellt werden, daß die Dämpfung von Längsschwingungen sehr wohl höher liegt als für Torsionsschwingungen, daß aber für die rechnerische Behandlung von Schwingungsproblemen im Baugrund eine möglichst gute Erfassung der "Scherdämpfung" ausreicht.

12 Literatur

[1] Baver L.D. (1966):
Soil Physics
Wiley, New York

[2] Becker E., Bürger W. (1975):
Kontinuumsmechanik
Teubner Studienbücher - Mechanik, Stuttgart

[3] Bert C.W. (1973):
Material Damping: An Introductory Review of Mathematical Models, Measures and Experimental Techniques
Journal of Sound and Vibration 29(2), 129-153

[4] Bland D.R., Lee E.H. (1955):
Calculation of the compliance modulus of linear viscoelastic materials from vibrating reed measurements
Journal of Applied Physics 26, 1497-1503

[5] Bland D.R. (1960):
The Theory of Linear Viscoelasticity
Oxford: Pergamon Press

[6] Bojtar L., Bagi K. (1992):
Numerical Evaluation of Internal Variables of Granular Materials
Advances in Micromechanics of Granular Materials, edited by Shen, Satke, Mehrabadi, Chang, Campbell; Elsevier 1992

[7] Bolton M.D., Wilson J.M.R.(1990)
Soil stiffness and damping
Structural Dynamics, Eurodyn '90, Bochum, Vol II,105-112

[8] Boltzmann (1876):
Zur Theorie der elastischen Nachwirkung
Annalen der Physik und Chemie, Suppl.7, 624-654

[9] Borja R.I., Amies A: P. (1994):
Multiaxial Cyclic Plasticity Model for Clays
Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 120 No.6, June 1994

[10] Borowicka H. (1995):
Innere Reibung und Kornumlagerung
Österreichische Ingenieur- und Architekten-Zeitschrift, Jahrgang 140, Seite 9-13

[11] Bracewell R. N. (1986):
The Fourier Transform and its Applications
McGraw Hill, Second Edition

[12] Brigham E.O. (1989):
FFT - Schnelle Fourier-Transformation, 4.Auflage
Oldenbourg

[13] Bronstein, Semendjajew (1979):
Taschenbuch der Mathematik
Verlag Harri Deutsch, Frankfurt / Main 18.Auflage

[14] Chang C.S., Bieber R.E (1968):
Synthesis of structural damping
American Inst. of Aeronautics and Astronautics Journal 6, 718-719

[15] Chang C.S., Kabir M.G., Chang Y. (1992):
Micromechanics Modelling for Stress-Strain behavior of
Granular Soils II: Evaluation
Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 118 No.12 Dec. 1992

[16] Christensen R.W.(1971):
The Theory of Viscoelasticity
New York: Academic Press

[17] Crandall S.H (1970):
The Role of Damping in Vibration Theory
Journal of Sound and Vibration 11(1),3-18

[18] Das B.M. (1983):
Advanced Soil Mechanics
McGraw-Hill, New York

[19] Di Gleria J., Klimes-Szmik A., Dvoracsek M. (1962):
Bodenphysik und Bodenkolloidik
VEB Gustav Fischer Verlag, Jena

[20] Deresiewitcz H. (1958):
Stress strain relations for a simple model of a granular medium
Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol 80 Sept 1958, 402-406

[21] Dobry R., (1982):
Prediction of Pore Water Buildup and Liquefaction of Sands during Earthquakes by the Cyclic Strain Method
NBS Building Science Series Nr. 138

[22] Dobry R., Vucetic M. (1991):
Effects of soil plasticity on cyclic response
Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 117 No.1 January 1991

[23] Duddeck M.F. (1993):
A contribution to the evaluation of waves in a half-space due to dynamic surface loadings
Structural Dynamics EURODYN 1993, Trondheim, Moan et al.,
Balkema, Rotterdam

[24] Drnevich V.P., Chung R.M., Yokel F.Y. (1984):
Evaluation of dynamic properties of sands
by resonant column testing
Geotechnical Testing Journal Vol7, No.2, June 1998, pp 60-69

[25] Edil T.B. (1978):
Dynamic Modulus and Damping Relationships for Sands
Proceedings of the Speciality Conference on Earthquake
Engineering and Soil Dynamics, ASCE, Pasadena, June 1978,p394

[26] Gaul L., Bohlen S., Kempfle S.(1985):
Transient and forced oscillations of systems
with constant hysteretic damping
Mechanical Research Communications 12, 187-201

[27] Gaul L. (1987):
Baugrund- und Fundamentdämpfung
VDI-Tagung: Dämpfung von Schwingungen bei
Maschinen und Bauwerken, Nürnberg

[28] Gaul L. (1989):
Concepts and Solutions of Damping Descriptions
in Materials and Members
12th ASME Conference on Mechanical Vibration and Noise,
Montreal, 19.September 1989

[29] Gaul L., Kempfle S, Klein P. (1990):
Transientes Schwingungsverhalten bei der Dämpfungs-
beschreibung mit nicht ganzzahligen Zeitableitungen
Zeitschift für angew. Math. Mech. 70, 4, T139-T141

[30] Gaul L., Klein P., Kempfle S.(1991):
Damping Description involving fractional Operators
Mechanical Systems and Signal Processing 5(2), 81-88

[31] Gaul L., Plenge M.(1992):
Progress in Boundary Element Calculation and Optoelectronic
Measurement of Structureborne Sound
Second International Congress on Recent Developments in Air-
and Structure-Borne Sound and Vibration,
March 4-6,1992, Auburn University, USA, p 445-458

[32] Gross B. (1947):
On creep and relaxation
Journal of Applied Physics 18, p 212-221

[33] Grundmann H., Müller G. (1988a)
Schwingungen infolge zeitlich veränderlicher Lasten im Untergrund
In "Finite Elemente -Anwendungen in der Baupraxis", p177-187
Herausgeber Wunderlich, Verlag Ernst &Sohn

[34] Grundmann H., Müller G. (1988b)
Untergrundbewegungen infolge ortsveränderlicher Lasten
an der Oberfläche
Mitteilungen des Institutes für Bauingenieurwesen I,
Technische Universität München, Heft 22

[35] Grundmann H., Konrad A., Zirwas G.(1991)
Bewegte zeitlich veränderliche Belastungen im Innern eines zylindrischen Hohlraums
Ingenieur-Archiv 1991

[36] Hall J.R., Richard F.E. (1963):
Dissipation of elastic wave energy in granular soil
Proc. ASCE, No SM6, Nov 1963

[37] Hardin B.O. (1965):
The Nature of Damping in Sands
Journal of the Soil Mechanics and Foundations Devision
Proc. ASCE, SM1 Jan. 1966

[38] Hardin B.O., Drnevich V.P. (1972a):
Shear Modulus and Damping in Soils:
Measurement and Parameter Effects
Journal of the Soil Mechanics and Foundations Devision
Proc. ASCE, SM6 June1972

[39] Hardin B.O., Drnevich V.P. (1972b):
Shear Modulus and Damping in Soils:
Design Equation and Curves
Journal of the Soil Mechanics and Foundations Devision
Proc. ASCE, SM7 July 1972

[40] Hardin B.O. (1978):
The Nature of Stress-Strain Behavior for Soils
Proceedings of the Speciality Conference on Earthquake
Engineering and Soil Dynamics, ASCE, Pasadena, June 1978, p 3

[41] Haupt W. (1978):
Verhalten von Oberflächenwellen im inhomogenen Halbraum
mit besonderer Berücksichtigung der Wellenabschirmung
Veröffentlichung des Institutes für Bodenmechanik und
Felsmechanik der Universität Fridericiana in Karlsruhe, Heft 74

[42] Haupt W. (1986a):
Bodendynamik - Grundlagen und Anwendung
Braunschweig: Vieweg

[43] Haupt W. (1986b):
Querschnittsbericht 1986 - Dynamische Bodenkennwerte
Veröffentlichungen des Grundbauinstituts der
Landesgewerbeanstalt Bayern, Heft 48

[44] Haupt W. (1987):
Ermittlung der Bodendämpfung im ResCol-Gerät
aus "Dämpfung von Schwingungen bei Maschinen und Bauwerken"
VDI-Berichte Nr. 627 Seite 231- 245

[45] Hobbs G.K. (1971):
Methods of treating damping in structures
AIAA/ASME 12th Structures, Structural Dynamics and
Material Conference, Anaheim, California, Paper # 71-349

[46] Holzlöhner U. (1988):
Dynamische Bodenkennwerte -
Meßergebnisse und Zusammenhänge
Bautechnik 65, Heft 9, S 306-312

[47] Ishibashi I., Sherif M.A (1974):
Soil liquefaction by torsional simple shear device
Proceedings ASCE , No. GT8, Aug. 1974, pp 871 - 880

[48] Iwashita K., Kojima T. (1992):
Distinct Element Simulation for Simple Shear Test
of Granular Assembly
Advances in Micromechanics of Granular Materials, edited by
Shen, Satke, Mehrabadi, Chang, Campbell; Elsevier 1992

[49] Iwata S., Tabuchi T., Warkentin B.P. (1988):
Soil-Water Interaction, Mechanisms and Applications
Marcel Dekker Inc., New York

[50] Jenkins J.T, Strack O.D.L. (1992):
Mean-Field Stress-Strain Relations of Random Arrays of Identical
Spheres in Tri-Axial Compression
Advances in Micromechanics of Granular Materials, edited by
Shen, Satke, Mehrabadi, Chang, Campbell; Elsevier 1992

[51] Kagawa T. (1992):
Moduli and Damping Factors of Soft Marin Clays
Journal of Geotechnical Engineering ,Vol. 118, No. 9, Sept. 1992

[52] Kimbal A.L. and Lovell D.E. (1927):
Internal friction in solids
Physical Review Series 2, 30,948-959

[53] Kishino Y. (1992):
Derivation of Constitutive Law for Granular Materials Based on
Dissipation Functions
Advances in Micromechanics of Granular Materials, edited by
Shen, Satke, Mehrabadi, Chang, Campbell; Elsevier 1992

[54] Konrad A. (1985):
Der Zylinder, der zylindrische Hohlraum und
die dickwandige Kreiszylinderschale unter beliebigen, ruhenden und bewegten Lasten
Mitteilungen aus dem Institut für Bauingenieurwesen I,
Technische Universität München Heft 17

[55] Lancaster P.(1960):
Free vibration and hysteretic damping
Journal of the Royal Aeronautical Society 64,229

[56] Lazan B.J. (1968):
Damping of Materials and Members in Structural Mechanics
Oxford: Pergamon Press

[57] Louis A.K. (1989):
Inverse und schlecht gestellte Probleme
Teubner Studienbücher Mathematik

[58] Mindlin R.D. (1949):
Compliance of elastic bodies in contact
Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol 71,pp. A259-268

[59] Mindlin R.D., et al. (1951):
Effects of an oscillating tangential force
on the contact surfaces of elastic spheres
Proceedings of the First U.S. National Congress of
Applied Mechanics, pp.203-208

[60] Mindlin R.D., Deresiewitcz H. (1953):
Elastic spheres in contact under varying oblique forces
Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol 74 Sept 1953, 327-344

[61] Mindlin R.D., Duffy J. (1957):
Stress strain relations and vibrations of a granular media
Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol 79, pp 585 - 593

[62] Mitchell J.K.,Campanella,R.G., Shing A. (1968):
Soil creep as a rate process
Journal of the Soil mechanics and Foundations Division, ASCE Vol.94, No SM1, pp231-253

[63] Mitchell J.K. (1990):
Electro-kinetic flow barriers in compacted clay
Transportation Research Record 1288, pp 1-9

[64] Mitchell J.K. (1992):
Fundamentals of Soil Behavior
Wiley Inter Science

[65] Molenkamp F., Smith I.M. (1980):
Hysteretic and Viscous Damping
International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol 4, 293-311

[66] Moore C.A. Krepfl M. (1991):
Using fractals to model soil fabric
Geotechnique 41, Nr. 1, p 123-134

[67] Moore P.J. (1985):
Analysis and design of foundations for vibrations
A.A.Balkema, Rotterdamm

[68] Morgenstern N.R., Tachlenko J.S. (1967):
Microstructural observations on shear zones from slips in natural clays
Proceedings of the Geotechnical Conference, Oslo, Vol.1, pp 147-153

[69] Morris D.V.(1990):
An Automatic Feedback System for Resonant Column Testing
Geotechnical Testing Journal, Vol. 13, No 1, 16-23

[70] Müller G. (1988):
Übungen zur Vertiefungsvorlesung Baumechanik
Technische Universität München

[71] Müller G. (1989):
Ein Verfahren zur Erfassung der Fundament-Boden-Wechselwirkung unter Einwirkung periodischer Lasten
Mitteilungen aus dem Institut für Bauingenieurwesen I
Technische Universität München, Heft 25

[72] Müller G., Huber H. (1991):
Dynamische Bodenbanspruchungen infolge bewegter Lasten
Mitteilungen aus dem Institut für Bauingenieurwesen I,
Technische Universität München Heft 17

[73] Myklestad N.O. (1952):
The concept of complex damping
Journal of Applied Mechanics 19, 284-286

[74] Nashif A.D., Jones D., Henderson J.P. (1985):
Vibration Damping
New York: Wiley

[75] Natke H.G (1992):
Einführung in die Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse
Vieweg, Braunschweig

[76] Nemat-Nasser S., Belendran B. (1992a):
Micromechanics of Flow and Failure Modes of Particulate Media over a Wide Range of Strain Rate
Advances in Micromechanics of Granular Materials, edited by Shen, Satke, Mehrabadi, Chang, Campbell; Elsevier 1992

[77] Nemat-Nasser S., Mehrabadi M.M., Laret B. (1992b):
A Constitutive Model for Granular Materials Based on Micromecanics
Advances in Micromechanics of Granular Materials, edited by Shen, Satke, Mehrabadi, Chang, Campbell; Elsevier 1992

[78] Norman-Gregory G.M., Selig E.T. (1989a):
Analytical Model for Longitudinal Soil Vibration
Journal of Geotechnical Engineering ,Vol. 115, No.3, March 1989

[79] Norman-Gregory G.M., Selig E.T. (1989b):
Volume Change Behavior of Vibrated Sand Columns
Journal of Geotechnical Engineering ,Vol. 115, No.8, Aug. 1989

[80] Okada N.,Nemat-Nasser S., (1994):
Energy dissipation in inelastic flow of saturated cohesionless granular media
Geotechnique 44, Nr. 1, p 1-19

[81] Parke S. (1966):
Logarithmic decrements at high damping
British Journal of Applied Physics 17, 271-273

[82] Pavic G. (1991):
Energy Flow Induced by Structural Vibrations of Elastic Bodies
Österreichische Ingenieur- und Architekten-Zeitschrift, Jahrgang 136, Heft 7-8, Seite 360

[83] Press W. (1989):
Numerical recipes
Cambridge University Press

[84] Rothenburg L., Bathurst R.J. (1991):
Numerical Simulation of Idealized Granular Assemblies with Plane Elliptical Particels
Computers and Geotechnics, 11, 1991, 315-329

[85] Scanlan R.H. (1970):
Linear Damping Models and Causality in Vibrations
Journal of Sound and Vibration 13 (4), 499-509

[86] Saxena S.K., Reddy K.R.(1989):
Dynamic Moduli and Damping Ratios for Monterey No.0 Sand by Resonant Column Testing
Soils and Foundation, Vol. 29, No.2, 37-51, June 1989

[87] Seto W.W. (1964):
Theory and Problems of Mechanical Vibrations
Schaum's Outline Series in Engineering
McGraw-Hill Book Company

[88] Seed H.B, Idriss I.M.(1970):
Soil moduli and damping factors for dynamic response analysis
Report No EERC 70-10, Earthquake Research Center,
Univ. of California, Berkeley, Calif.

[89] Seed H.B, Peakock W.H.(1971):
Test procedures for measuring soil liquefaction characteristics
Proceedings ASCE No. SM8, Aug 1971, pp.1099 -1119

[90] Seed, H.B., Wong R.T., Idriss I.M., Tokimatsu K (1986):
Moduli and Damping Factors for Dynamic Analyses
of Cohesionless Soils
Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 112, No.11, Nov. 1986

[91] Sidoroff F., Cambou B:, Mahboubi A.(1992):
Contact Force Distribution in Granular Media
Advances in Micromechanics of Granular Materials, edited by
Shen, Satke, Mehrabadi, Chang, Campbell; Elsevier 1992

[92] Studer J.,Ziegler A. (1986):
Bodendynamik - Grundlagen, Kennziffern, Probleme
Berlin: Springer

[93] Tatsuoka F., Iwasaki T. Takagi Y. (1978):
Hysteretic Damping of Sands under Cyclic Loading
and its Relation to Shear Modulus
Soils and Foundations, Vol. 18, No. 2, June 1978

[94] Terzaghi K. (1942):
Theoretical Soil Mechanics
Wiley, New York

[95] Vallejo L.E. (1995):
Fractal analysis of granular materials
Geotechnique 45 Nr.1, p 150-163

[96] Vielsack P. (1991):
Pseudoviskosität bei trockener Reibung
Geotechnik 14 (1991), S 11-15

[97] Volterra E. (1950):
Vibrations of elastic systems having hereditary characteristics
Journal of Applied Mechanics 17, 363-371

[98] von Soos P. (1990):
Eigenschaften von Boden und Fels; ihre Ermittlung im Labor
Grundbautaschenbuch, 4.Auflage, 1990, Verlag Ernst & Sohn

[99] Wilson J.M.R. (1988):
An experimental and theoretical investigation
into the dynamic behaviour of soils.
Ph.D. dissertation, Cambrigdge University, U.K.

[100] Wolf J.P. (1985):
Dynamic Soil-Structure-Interaction
Englewood Cliffs, N.J., Prentice Hall

[101] Zhu C.Y., Shukla A., Sadd M.H. (1991):
Prediction of Dynamic Contact Loads in Granular Assemblies
Journal of Applied Mechanics, Vol. 58, pp341-346, June 1991

Schriftenreihe

Lehrstuhl und Prüfamt für Grundbau, Bodenmechanik und Felsmechanik
der Technischen Universität München

Herausgegeben von
Prof. Dr.-Ing. Rudolf Floss
Ordinarius für Grundbau, Bodenmechanik
und Felsmechanik

Heft	1	Tragfähigkeit von Verpreßankern in nichtbindigem Boden	1982	(vergriffen)
Heft	2	Beiträge zur Anwendung der Stochastik und Zuverlässigkeitstheorie in der Bodenmechanik	1983	(vergriffen)
Heft	3	In-situ Versuche zur Ermittlung der Unterbausteifigkeit an zwei Pfeilern der Sinntalbrücke Schaippach	1984	(vergriffen)
Heft	4	Ein Beitrag zum Spannungs-Verformungsverhalten silikatgel-injizierter Sande	1985	(vergriffen)
Heft	5	Beiträge zum Tragverhalten axial zyklisch belasteter Pfähle	1985	
Heft	6	Forschungsbeiträge zum mechanischen Verhalten von Geotextilien	1986	(vergriffen)
Heft	7	Beschreibung der räumlichen Streuungen von Bodenkennwerten mit Hilfe der Zeitreihenanalyse	1986	(vergriffen)
Heft	8	Ein stochastisches Bodenmodell für geotechnische Aufgaben	1986	
Heft	9	Testing of bentonit suspensions	1987	
Heft	10	Beiträge zur Felsmechanik	1987	
Heft	11	Untersuchung der dynamischen Vorgänge bei der Vibrationsverdichtung von Böden	1988	(vergriffen)
Heft	12	Bruchvorgänge infolge der Isareintiefung südlich Münchens und die kritischen Höhen der Talhänge	1988	
Heft	13	Quantifizierung von Setzungsdifferenzen mit Hilfe einer stochastischen Betrachtungsweise	1989	
Heft	14	Ein Beitrag zur Vorhersage von Verformungen und Spannungen des Baugrundes und des Ausbaues bei Hohlraumbauten	1989	
Heft	15	Beitrag zur Analyse des Tragverhaltens von einfach bewehrten Zweischichtensystemen	1989	
Heft	16	Beitrag zur statistischen Qualitätskontrolle im Erdbau	1990	
Heft	17	Vergleichsuntersuchungen über die Wirkung von vibrierend und oszillierend arbeitender Verdichtungswalze	1990	

Heft	18	Probabilistische Standsicherheitsanalyse für tetraedrische Felskeile	1993	
Heft	19	Untersuchungen zur Wirksamkeit einer Bewehrung im Zweischichtensystem	1993	
Heft	20	Zur Strategie der Gestaltung großer Krafthauskavernen	1994	(vergriffen)
Heft	21	Beiträge aus der Geotechnik (Festschrift anläßlich des 60. Geburtstages von Univ.-Prof. Dr.-Ing. R. Floss)	1995	
Heft	22	Ein Verfahren zur Bestimmung der Durchlässigkeit mit Infiltrationsversuchen	1995	
Heft	23	Untersuchungen zur Materialdämpfung in der Bodendynamik	1996	