

Lehrstuhl und Prüfam
für Grundbau, Bodenmechanik,
Felsmechanik und Tunnelbau
der Technischen Universität München

Schriftenreihe

Herausgeber: N. Vogt

Heft 45

**Der vollkommene Brunnen
in einem geneigten
anisotropen Grundwasserleiter**

Dipl.-Ing. Günter Schneider

München 2010

ISBN: 978-3-940476-30-2

Technische Universität München - Zentrum Geotechnik
Lehrstuhl und Prüfamt für Grundbau, Bodenmechanik, Felsmechanik und Tunnelbau

Herausgegeben von N. Vogt

Druck und Einband: Meissnerdruck GmbH, Oberaudorf

Vorwort des Herausgebers

Der hier vorgelegte Beitrag behandelt analytisch die Zuströmung von Grundwasser zu einem Brunnen. Dabei wird ergänzend zu den üblichen Lösungen für die Brunnenzuströmung berücksichtigt, dass das unbeeinflusste Grundwasser mit einem Gefälle I strömt und dass der Grundwasserleiter in horizontaler und vertikaler Richtung verschiedene Durchlässigkeiten aufweist, wie dies in fluviatilen Ablagerungen mit Wechseln von Sand-, Kies- und Rollkieslagen nicht nur in der Münchner Schotterebene typisch ist.

Herr Schneider hat hier Ergebnisse von Überlegungen, die er über viele Jahre in seinem Berufsleben bei der Beschäftigung mit dem Grundwasser beim hiesigen Geologischen Landesamt in einem Formelwerk zusammen getragen hat, dokumentiert und macht sie einem breiteren Leserkreis zugänglich. Gern sähe ich, wenn die vorgelegten Ergebnisse mit numerischen Berechnungen ergänzt und bestätigt würden, dies bleibt einer ergänzenden Arbeit vorbehalten.

München, im Januar 2010

Norbert Vogt

Vorwort Autor

Über 40 Jahre war ich am Bayerischen Geologischen Landesamt mit dem Referat "Geohydromechanik" betraut. Während dieser Zeit hatte ich viel mit der Auswertung von Pumpversuchen zu tun. Sie wurden zur Bestimmung des Durchlässigkeitsbeiwertes der Grundwasserleiter ausgeführt sowie zur Berechnung von Absenkmaßnahmen in Baugruben.

Was mir bei den Pumpversuchsergebnissen immer auffiel, war die Tatsache, dass die errechneten Durchlässigkeitsbeiwerte eines Versuches mit mehreren Pumpstufen sich nicht in gleicher Größe ergaben. Mit zunehmender Absenkung wurden sie eher größer. Weiter verwunderte mich die gängige Überzeugung der Geohydromechaniker, dass aus einem Pumpversuch in einem Brunnen immer der horizontale Durchlässigkeitsbeiwert erhalten wird. Dagegen sprach für mich die Tatsache, dass mit zunehmender Absenkung der Grundwasserfluss zumindest in Brunnennähe immer stärker durch die sandreicheren Kieshorizonte gezwungen wird, die sich in der Regel, besonders aber in fluviatilen Grundwasserleitern mit sehr wasserwegsamem Kieshorizonten, etwa den Rollkieschichten der Münchner Schotterebene, abwechseln. Dieser Effekt musste eine Auswirkung auf die Versuchsergebnisse haben. Was weiter mein Interesse erregte, waren die zahlreichen zum Teil sehr aufwändigen Versuche – sowohl praktischer als auch theoretischer Art -, um die "wahre" Wasserspiegellinie zu erfassen, die sich bei einer Absenkmaßnahme um einen Brunnen oder eine Baugrube einstellt.

Ich habe mich mit diesen beiden Problemen der Geohydromechanik längere Zeit befasst und versucht, für sie einfache analytische Lösungen zu finden. Die Ergebnisse sind Inhalt der folgenden Veröffentlichung.

An dieser Stelle danke ich sehr herzlich Herrn Prof. Dr.-Ing. Norbert Vogt, Ordinarius des Lehrstuhls und Prüfamts für Grundbau, Bodenmechanik, Felsmechanik und Tunnelbau der TU München. Er erklärte sich zur Durchsicht des Manuskriptes bereit und hat mit wertvollen Hinweisen zur Verbesserung und Homogenisierung des Inhalts und auch zur Ausgestaltung der Arbeit beigetragen. Mein Dank gilt auch seiner Sekretärin, Frau Golz, die mit viel Geschick und Können das Manuskript in die vorliegende Form brachte.

München, im September 2009

Günter Schneider

Kurzzusammenfassung

Es wird eine Lösung für die analytische Berechnung von Brunnen aufgezeigt, die in einem anisotropen Grundwasserleiter stehen. Die Ermittlung der hierzu erforderlichen geohydraulischen Kennwerte des Grundwasserleiters wie Anisotropiefaktor sowie horizontaler und vertikaler Durchlässigkeitsfaktor über Pumpversuche ist angegeben.

Summary

A Solution is given to the analytical calculation of wells situated in anisotropic water-bearing formations. It is shown, how to get the required coefficient of horizontal permeability k_{H} and ratio of the coefficients of horizontal and vertical permeability $\kappa = k_{H}/k_{V}$ by means of pumping tests.

Der vollkommene Brunnen in einem geneigten anisotropen Grundwasserleiter

Inhalt

1	Einführung	1
2	Grundlagen	3
2.1	Senkungstrichter	3
2.2	Grundwasserhaushaltsgrößen	4
2.3	Pumpversuche	5
2.4	Die Dupuit-Thiem-Gleichungen (D/T-Gleichungen)	9
2.5	Kritische Bewertung der D/T-Gleichungen	11
3	Wasserspiegelgleichungen	15
3.1	Isotroper Grundwasserleiter	15
3.1.1	Berücksichtigung des Wasserspiegelgefälles I	15
3.1.1.1	Gespannter Wasserspiegel	15
3.1.1.2	Freier Grundwasserspiegel	22
3.1.2	Ermittlung der Scheitelfernung R_s	26
3.1.2.1	Die Größen R_s und R bei gespanntem Grundwasserspiegel	26
3.1.2.2	Die Größen R_s und R bei freiem Grundwasserspiegel	34
3.1.3	Darstellung der Wasserspiegellinien	38
3.1.4	Beispiel	39
3.2	Anisotroper Grundwasserleiter	40
3.2.1	Erscheinungsbild der Anisotropie	40
3.2.2	Analytische Erfassung der Anisotropie	41
3.2.3	Hydromechanische Grundlagen	43
3.2.4	Auswirkung der Anisotropie auf die Wasserspiegelliniengleichung	45
3.3	Versickerung im Bereich des Senkungstrichters	49
3.3.1	Fehlendes Grundwassergefälle	49
3.3.1.1	Gleichmäßiger Zufluss q_s	50
3.3.1.2	Zufluss q_s linear zum Brunnen abnehmend	51
3.3.1.3	Beispiele	53
3.3.1.4	Folgerungen	55
3.3.2	Zusickerung und geneigter Grundwasserspiegel	57
3.3.2.1	Isotroper Grundwasserleiter	57
3.3.2.2	Anisotroper Grundwasserleiter	60

3.3.2.3	Die Größe von q_s während eines Pumpversuchs	64
3.4	Ermittlung der Wassermenge Q	65
3.5	Einzugsbreite	69
4	Anisotropiefaktor κ	71
5	Durchlässigkeitsbeiwerte k_{fH}, k_f, k_{fv}	78
6	Versickerungsrate q_s	91
7	Beziehung zwischen s_{Br} und s_o	93
7.1	Sickerstrecke s_i	94
7.2	Verluste im Filterkies und den Filterrohren	97
7.3	Größe von s_o	101
7.4	Ermittlung von s_{Br} und s_o	107
8	Beispiel	109
9	Anwendung auf Baugruben	115
10	Zusammenfassung	119
11	Quellenangaben	121

Anlagenverzeichnis

- Anlage 1: Pumpversuch im Bereich des Baugeländes der Müllverbrennungsanlage Augsburg
Anlage 2: Pumpversuch Heimstetten
Anlage 3: Pumpversuch B 12a Gräfelfing
Anlage 4: Pumpversuch Autobahnring Aubing

Bilderverzeichnis

- Bild 1: Schnitt durch den Senkungstrichter um einen Brunnen
Bild 2: Körnungsbänder von Proben aus den Messstellenbohrungen der Pumpversuche DB 2621 und DB 2629
Bild 3: Isohypsen des Grundwassers in den Quartärkiesen bei den Versuchsbrunnen
Bild 4: Lageplan der DB - Pumpversuche mit Brunnen- und Grundwassermeßstellen
Bild 5: Wasserspiegelabsenkungen des Pumpversuches im Brunnen 2621
Bild 6: Wasserspiegelabsenkungen des Pumpversuches im Brunnen 2629
Bild 7: Ausbildung des Scheitels in einem Senkungstrichter (Schnitt $\varphi = 0^\circ$)
Bild 8: Scheiteländerung für den Fall $R = \text{const}$; $s^* \neq \text{const}$
Bild 9: Scheiteländerung für den Fall $R \neq \text{const}$; $s^* = \text{const}$
Bild 10: Beziehung zwischen der Scheitellentfernung $R_s (=xR)$ und der Reichweite $R_u (=yR)$
Bild 11: Absenkwerte s und s^* der 3. Absenkstufe in DB 2621
Bild 12: Kornverteilungskurven der per Hand aus der Baugrube „Fernwasserleitungsdüker“ bei Heimstetten entnommenen Kiesproben
Bild 13: Auswirkungen der unterschiedlichen Berücksichtigung des κ -Wertes auf die Größe von R
Bild 14: Einfluss unterschiedlicher q_s -Werte und κ_f -Werte auf den Senkungstrichter
Bild 15: Aufschlüsselung des Senkungstrichters in den Wasserentnahmeanteil aus Gefälle und Sickerate
Bild 16: κ - und κ_s -Werte der Pumpversuche in den Brunnen 2621 und 2629 in Abhängigkeit von s_o^*
Bild 17: κ - und κ_s -Werte in Abhängigkeit von $\ln R \cdot s_o^*$
Bild 18: κ_f -Werte der beiden DB-Pumpversuche
Bild 19: Sickerstrecke, Kies- und Filterverluste
Bild 20: Beziehung zwischen h/H und R/r_o
Bild 21: $\xi_{(R_e)}$ in Abhängigkeit von R_e
Bilder 22 und 23: Filterverluste je Meter Filterrohr in Abhängigkeit von der Durchtrittswassermenge Q_m
Bild 24: Wasserspiegellinie der 3. Absenkstufe in B 2621 im Schnitt $\varphi = 0^\circ$

- Bild 25: Berechnete Senkungstrichter für Brunnen 2621
Bild 26: κ_G -Werte für Absenkungen s_o * in einer Baugrube ($r_o = 15$ m)
Bild 27: Körnungsband Lechschotter, Augsburg
Bild 28: Pumpversuch „Verbrennungsanlage Augsburg“
Bild 29: κ -Werte „Verbrennungsanlage Augsburg“
Bild 30: κ_f -Werte „Verbrennungsanlage Augsburg“
Bild 31: Pumpversuch Heimstetten
Bild 32: Körnungsband Terrassenschotter, Gräfelfing
Bild 33: Pumpversuch Gräfelfing
Bild 34: Kornverteilungsband Terrassenschotter, Aubing
Bild 35: Pumpversuch Aubing
Bild 36: κ -Werte der Pumpversuche Heimstetten, Gräfelfing und Aubing

- Bild A: Brunnenzustrom bei gespanntem Wasserspiegel
Bild B: Brunnenzustrom bei freiem Wasserspiegel
Bild C: Strömungsverhältnisse bei geneigtem Grundwasserspiegel
Bild D: Zweischichtsystem
Bild E: Strömungsverhältnisse bei vertikaler Zusickerung
Bild F: Zum Brunnen hin abnehmende vertikale Zusickerung
Bild G: Zuströmgrenze für $s_{Br} \leq r_o \cdot l$

Tabellen 1 und 2:

In den Grundwassermessstellen gemessene Absenkungen der Pumpversuche in den Brunnen DB 2621 und DB 2629

Formelzeichen

Zeichen	Benennung	Einheit
A	$R^{1/\kappa}$, Scheitelentfernung aus Pumpversuch	m
A_s	Scheitelentfernung bei Berücksichtigung einer Sickerrate q_s	m
B	halbe Einzugsbreite	
C_c	Kontraktionskonstante eines Brunnenfilterrohres	
D_{50}	Korngröße bei 50% der Siebkurve	
F	durchströmte Fläche	m ²
H	Mächtigkeit des mit Grundwasser erfüllten Grundwasserleiters	m
I	Gefälle des natürlichen Grundwasserspiegels	
Q	Förderwassermenge	m ³ /s
Q_l	Wassermenge aus dem Spiegelgefälle	m ³ /s
Q_s	Wassermenge aus der Versickerung	m ³ /s
R	Reichweite des Senkungstrichters	m
R'	Reichweite des Senkungstrichters unter Vernachlässigung der Wasserspiegelkrümmung im äußersten Senkungstrichterbereich, die sich aus der Berücksichtigung von q_s ergibt	
Re	Reynolds-Zahl	
R_s	Scheitelentfernung von der Brunnenachse	m
h	Wasserstand am Brunnenrand	m
h_o	Wasserstand im Brunnenrohr	m
i	Wasserspiegelgefälle	
k_f	Durchlässigkeitsbeiwert	m/s
k_{fH}	horizontaler Durchlässigkeitsbeiwert	m/s
k_{fV}	vertikaler Durchlässigkeitsbeiwert	m/s
$k_{fo} =$	k_{fH} , Durchlässigkeitsbeiwert bei $s_o = 0$	
m	Mächtigkeit des Grundwasserkörpers bei gespanntem Grundwasser	m
q	Grundwasserstrom an einer Stelle r	m ³ / _s ·m
q_s	Rate der Oberflächenwasserversickerung	m ³ / _s ·m ²
q_{sR}	Rate der Oberflächenwasserversickerung an der Stelle r = R	m ³ / _s ·m ²
r	horizontale Entfernung von der Brunnenachse	m
r_o	Radius der Brunnenbohrung	m
r_{o1}	innerer Radius des Brunnenfilterrohres	m
r_{o2}	äußerer Radius des Brunnenfilterrohres	m
s	Absenkung des Ruhewasserspiegels an der Stelle r	m
$s^* =$	$s - \frac{s^2}{2H}$	
s_{Br}	Absenkung des Ruhewasserspiegels im Brunnenrohr	m
s_G	Absenkung in einer Baugrube	m
s_i	Sickerstrecke am Brunnenrand	m
s_o	Absenkung am Brunnenrand	m
s_{oG}	Absenkung am Baugrubenrand	m
v	Fließgeschwindigkeit	m/s
z	Höhe des Senkungstrichters über dem Grundwasserstauer an der Stelle r	

$\kappa = \sqrt{\frac{\kappa_{FH}}{\kappa_{FV}}}$	Anisotropiefaktor	
κ_G	Anisotropiefaktor zur Baugrubenberechnung	
κ_o	Anisotropiefaktor für die Absenkung $s_o = 0$	
κ_s	Anisotropiefaktor bei Berücksichtigung einer Sickerrate q_s im Bereich des Senkungstrichters	
ξ_{Re}	Widerstandskoeffizient zur Berechnung des Verlustes im Filterkies	
ξ_F	Widerstandskoeffizient zur Berechnung von Filterverlusten	s^2/m^3
γ	kinematische Zähigkeit des Wassers	m^2/s
φ	Winkel, von der positiven x-Achse gezählt	$^\circ$
Δh_{Ki}	Strömungsverlust im Filterkies	m
$\Delta h_{Fi1/2}$	Strömungsverluste im und am Filterrohr	m

1 Einführung

Seit sich der Ingenieur mit dem Grundwasser beschäftigt, war es sein vordringlichstes Bestreben, Eingriffe in das Grundwasser – sei es zum Zweck der Wasserversorgung oder zum Zweck einer Grundwasserabsenkung in Baugruben – möglichst genau zu erfassen. Den Anstoß dazu hat DARCY (1856) gegeben mit seiner Erkenntnis, dass die durch einen Querschnitt F fließende Wassermenge das Produkt aus dieser Fläche, dem Gefälle und einem dem Filtermaterial eigenen Koeffizienten, dem Durchlässigkeitsbeiwert k_f ist:

$$Q = k_f \cdot i \cdot F$$

i = Wasserspiegelgefälle, k_f = Wasserdurchlässigkeitsbeiwert

Auf der Grundlage dieser Gleichung konnten DUPUIT (1863) und THIEM (1870) die bekannten Gleichungen aufstellen, die es ermöglichen, Wasserentnahmen und dabei erzeugte Senkungstrichter zufrieden stellend zu erfassen. Bis heute werden deshalb fast ausschließlich mit ihnen die Förderwassermengen aus Brunnen und Baugruben berechnet.

Die Genauigkeit der geohydraulischen Berechnungen steht und fällt mit dem Maße, mit dem der k_f -Wert erfasst worden ist. Wurde hierzu ein Pumpversuch in einem Brunnen ausgeführt, unter gleichzeitiger Beobachtung des abgesenkten Wasserspiegels in Grundwassermessrohren, so kann die Auswertung eben mit Hilfe der DUPUIT/THIEM'SCHEN Gleichungen (D/T-Gleichungen) erfolgen, wenn der Versuch solange gefahren worden ist, bis die geförderte Wassermenge und der erzeugte Senkungstrichter annähernd konstant geblieben sind (so genannter quasi stationärer Zustand).

Einen Schritt weiter als DUPUIT/THIEM sind SCHULZE (1924) und WEBER (1928) gegangen. Sie haben sich Gedanken darüber gemacht, woher das in Brunnen geförderte Wasser kommt. Schulze hat einen Ansatz zum Erfassen des während eines Absenkvorgangs aus dem Porenraum entnommenen Grundwassers gemacht, der dann von Weber aufgegriffen und zu einer brauchbaren Lösung geführt worden ist. Ebenfalls von SCHULZE wurde der Versuch unternommen, das natürliche Grundwasserdargebot aus Zustrom und Versickerung analytisch zu erfassen. Durch diese Arbeit inspiriert haben THEIS (1935) und STEINBRENNER (1937) eine Gleichung entwickelt, die es ermöglichen sollte, die raumzeitliche Entwicklung eines Absenkvorganges zu verfolgen. Sie wiederum war die Grundlage der Arbeiten von WIEDERHOLD (1961) und MAECKELBURG (1965), in denen die Bestimmung des Durchlässigkeitsbeiwertes aus der zeitlichen und räumlichen Entwicklung des Absenktrichters behandelt wird (instationärer Absenkvorgang). Die Ermittlung des k_f -Wertes sowohl aus einem stationären Absenkzustand als auch aus einem instationären Absenkvorgang ist detailliert in der Veröffentlichung von KRUSEMAN und DE RIDDER (1970) oder bei HERTH/ARENDS (1973) zu finden.

Es ist nun erstaunlich, dass bis auf den heutigen Tag die k_f -Werte mit Gleichungen ermittelt werden, die nur mit grundlegenden Vereinfachungen bzw. Einschränkungen aufgestellt werden konnten. Die Wesentlichsten sind:

- Der Grundwasserleiter reicht unendlich weit.
- Der Grundwasserleiter ist homogen und isotrop.
- Der Grundwasserspiegel wie auch das Sohlgefälle verlaufen horizontal.
- Im stationären Fall fließt weder von oben noch von unten dem abgesenkten Bereich Wasser zu.
- Der Entnahmebrunnen ist vollkommen, d.h. er reicht über die ganze Höhe des Grundwasserleiters.

Es ist weiter bekannt, dass die D/T-Gleichung zwar die Förderwassermenge einer Grundwasserentnahme sehr gut erfasst, der Wasserspiegel selbst weicht dagegen von dem berechneten, zumindest in der Nähe des Brunnens, in größerem Maße ab, insbesondere wenn eine größere Absenkung vorgenommen worden ist. Auf diese Problematik wird im nächsten Abschnitt noch näher eingegangen werden. Es soll daher Ziel dieser Arbeit sein, die D/T-Gleichungen so zu ergänzen, dass sie neben der Förderwassermenge auch die Berechnung des tatsächlichen Wasserspiegelverlaufes ermöglichen.

2.2 Grundwasserhaushaltsgrößen

In den Gleichungen, die abgeleitet werden, soll die Wassermenge, die im Brunnen gefördert wird, durch Grundwasserhaushaltsgrößen ausgedrückt werden. Es können im Wesentlichen drei Größen genannt werden:

- Grundwasservorrat
- Durchsickerung infolge eines horizontal gerichteten Grundwasserstromes
- Zusickerung von eingesickertem Oberflächenwasser

Unter dem Grundwasservorrat wird die in den Poren des Grundwasserleiters gespeicherte Wassermenge verstanden. Sie kann z.B. durch Brunnen sofort entnommen werden. Diese Wassermenge war Grundlage für die Gleichungen, die THEIS und STEINBRENNER aufgestellt haben. Sie ist im vorliegenden Fall jedoch unmaßgeblich, da nur Beharrungszustände betrachtet werden sollen.

Ist ein Grundwassergefälle vorhanden, das die Größe l aufweist, wird durch den Grundwasserleiter je Breitenmeter folgende Wassermenge transportiert:

$$Q = v \cdot F = k_f \cdot l \cdot H \cdot 1,0 \cdot \left(\frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{m}} \right)$$

Die Größe H entspricht dabei der Mächtigkeit des durchströmten Grundwasserleiters. Das Gefälle l kann aus einem so genannten geohydrologischen Dreieck (siehe z.B. Busch/Luckner, 1974) ermittelt werden. Die Zusickerung aus der Versickerung von Oberflächenwasser ist bei der Bestimmung der Größe des Grundwasserstroms infolge des Gefälles l schon mit berücksichtigt. Letztlich stellt der Grundwasserstrom durch einen beliebigen Querschnitt des Untergrundes nichts anderes dar als die Summe der einzelnen Versickerungsbeiträge – sowie auch möglicher seitlicher Einströmungen – im Einzugsgebiet oberhalb des untersuchten Querschnitts. Wird durch eine Absenkmaßnahme ein Senkungstrichter geschaffen, dann ist es erforderlich, das im Bereich des Senkungstrichters versickernde

Oberflächenwasser separat zu erfassen. Die Versickerungsintensität soll mit $q_s \cdot \left(\frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \right)$

bezeichnet werden. Sind keine Angaben über diesen Wert vorhanden, kann er überschlägig aus folgenden von ZIESCHANG (1961) angegebenen Mittelwerten berechnet werden:

Bodenart		Versickerung der Niederschläge in %
Kiesboden, Sandboden	ohne Humusdecke	75,0
	mit Humusdecke	37,5
Lehmiger Sand	ohne Humusdecke	35,0
	mit Humusdecke	17,5
Löß	ohne Humusdecke	20,0
	mit Humusdecke	10,0
	mit verlehmteter Humusdecke	5,0

Für den Münchner Raum z.B. lässt sich damit für einen mittleren Jahresniederschlag von 1000 mm folgendes q_s berechnen (Kies mit Humusdecke):

Versickerte Wassermenge: $Q_s = 1,000 \cdot 0,375 = 0,375 \left(\frac{\text{m}^3}{\text{a}} \right)$

$$q_s = 0,375 : (365 \cdot 24 \cdot 3600) = 11,9 \cdot 10^{-9} \left(\frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \right)$$

Dieser Wert stimmt mit den aus der Literatur bekannten Werten überein (siehe Abschnitt 6).

2.3 Pumpversuche

Bei der Ableitung der Gleichungen und Beziehungen wird es erforderlich, ihre Richtigkeit an durchgeführten Pumpversuchen zu testen. Es werden deshalb vorab die Ergebnisse von zwei Pumpversuchen dargelegt, die zur Festlegung der geohydraulischen Parameter für die Dimensionierung eines Tunnelbauwerks der damaligen Deutschen Bundesbahn (1980) im Bereich des neuen Rangierbahnhofes im Norden Münchens ausgeführt wurden. Der Tunnel wurde für die Unterführung der Bahnstrecke München - Landshut erforderlich.

Im Bereich des Tunnels stehen bis in etwa 16 m Tiefe sandige Kiese an (siehe Körnungsband in Bild 2). Sie gehören zu den Niederterrassenschottern der Münchner Schotterebene. Darunter folgen tertiäre Schluffe und Mergel. Die Kiese sind grundwassererfüllt. Die Spiegelhöhe war ca. 1,5 m bis 2,0 m unter Gelände gelegen. Sie war mit ca. 2,9 ‰ nach NNO geneigt (siehe Bild 3).

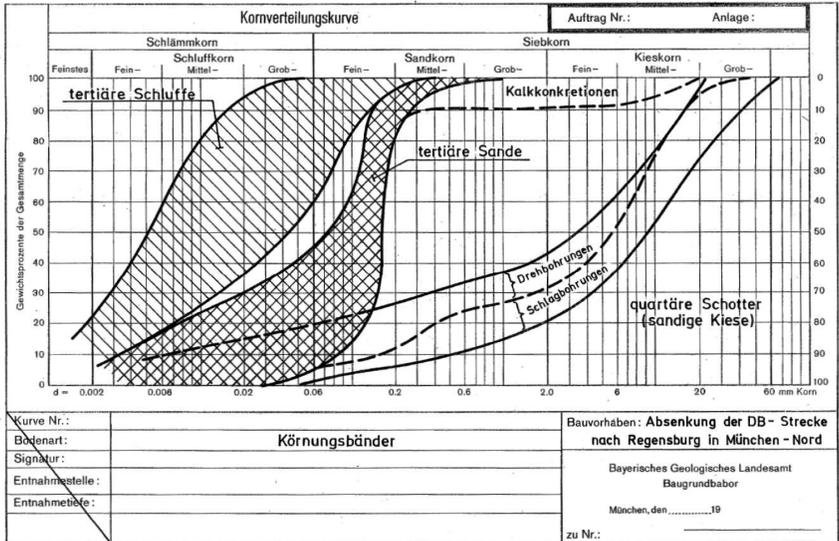


Bild 2: Körnungsbänder von Proben aus den Messstellenbohrungen der Pumpversuche DB 2621 und DB 2629

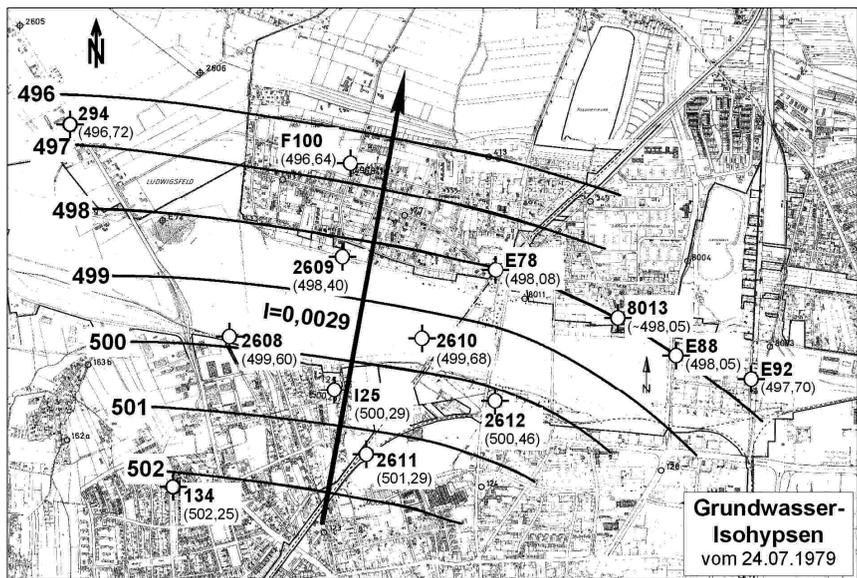
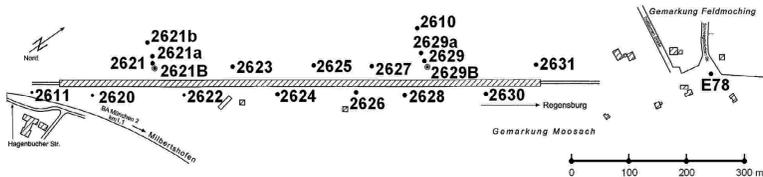


Bild 3: Isohypsen des Grundwassers in den Quartärkiesen bei den Versuchsbrunnen

Die beiden Pumpversuche wurden in den Brunnen DB 2621 und DB 2629 ausgeführt. Ihre Lage kann aus dem Lageplan in Bild 4 ersehen werden. Sie wurden in beiden Fällen als vollkommene Brunnen ausgebaut. Zu bemerken ist, dass die Filterrohre Schlitzbrückenöffnungen hatten und die Rohre nicht fabrikneu waren, sondern aus dem Fundus der Firma entnommen waren und einen leichten Rostüberzug hatten. Brunnen 2629 wurde als erster Brunnen erstellt. Er wurde durch Kolben entschlammt, während Brunnen 2621 nur freigepumpt worden ist. Das Kolben hatte zur Folge, dass über einen Kubikmeter Sand mit dem Wasser gefördert worden ist, deshalb wurde bei Brunnen 2621 auf Freipumpen entschieden. Die Absenkung in den 2 Brunnen wurde jeweils in 3 Stufen vorgenommen, wobei jede Stufe bis zur Beharrung gehalten worden ist.



Höhen der Brunnen und Grundwassermeßstellen in m ü. NN:

2610:	504,40	2621b:	503,013	2625:	501,60	2629a:	502,721
2611:	503,40	2621B:	502,691	2626:	501,50	2629B:	501,821
2620:	502,74	2622:	502,23	2627:	501,68	2630:	505,85
2621:	502,30	2623:	502,14	2628:	501,64	2631:	502,12
2621a:	502,966	2624:	501,95	2629:	501,25		

Bild 4: Lageplan der DB - Pumpversuche mit Brunnen- und Grundwassermeßstellen

Im Einzelnen hatten die Brunnen folgende Abmessung bzw. es wurden folgende Brunnenwasserstände gefahren und Wassermengen gefördert:

	Brunnen 2621	Brunnen 2629
H (m)	13,15	14,0
r_o (m)	0,475	0,475
r_{o1} (mm)	250	250
r_{o2} (mm)	259,5 (≈ 260)	259,5
l_{Filter} (m)	6,0	6,0
s_{Br1} (m)	1,12	1,195
s_{Br2} (m)	2,125	2,15
s_{Br3} (m)	2,81	4,135
Q₁ (l/s)	75	75
Q₂ (l/s)	125	120
Q₃ (l/s)	160	190

Die in den zugehörigen Grundwassermessstellen gemessenen Wasserstände sind in den Tabellen 1 und 2 zusammengestellt. Ihre Darstellung ist in semilogarithmischem Maßstab in den Bildern 5 und 6 zu finden. Zu bemerken ist, dass die Absenkungen als Werte $s - \frac{s^2}{2 \cdot H} = s^*$ dargestellt sind. Die Begründung hierzu erfolgt in Abschnitt 3.1.2.2.

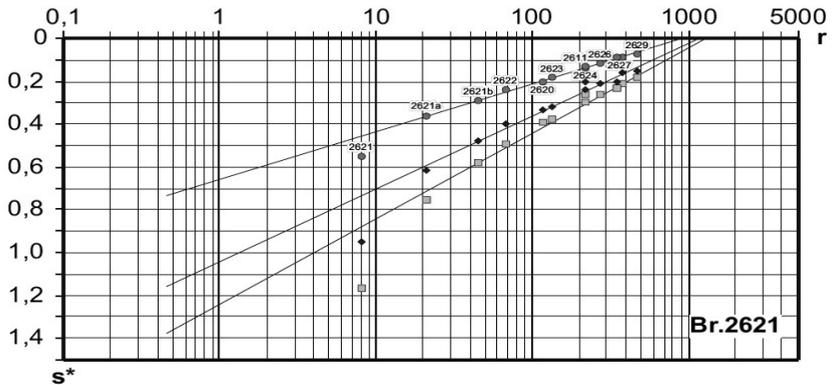


Bild 5: Wasserspiegelabsenkungen des Pumpversuches im Brunnen 2621

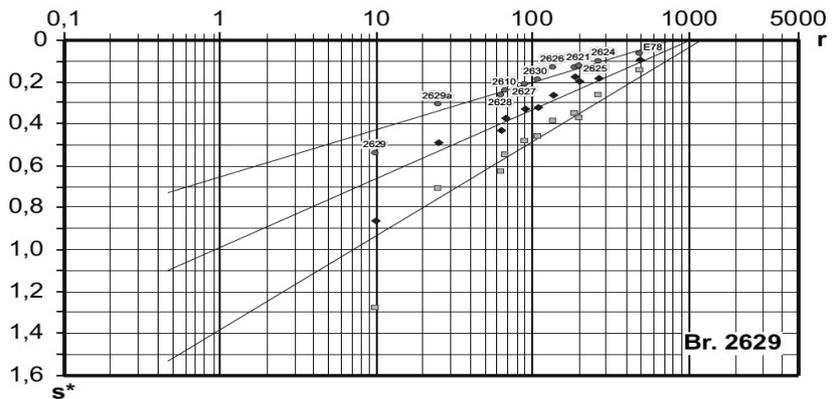


Bild 6: Wasserspiegelabsenkungen des Pumpversuches im Brunnen 2629

2.4 Die Dupuit-Thiem-Gleichungen (D/T-Gleichungen)

Von DUPUIT (1863) und THIEM (1870) wurden Gleichungen aufgestellt, die es ermöglichen, die Förderwassermenge zu berechnen, die in Abhängigkeit von der Absenkung in einem Brunnen diesem zufließt. Folgende Voraussetzungen mussten dazu gemacht werden (siehe Abschnitt 1):

- Der Grundwasserleiter reicht bis ins Unendliche.
- Der Grundwasserleiter ist homogen und isotrop.
- Der ungestörte Wasserspiegel verläuft horizontal.
- Die Geschwindigkeitsvektoren in einem Querschnitt sind horizontal gerichtet und gleich groß.
- Der abgesenkte Wasserspiegel mündet in den Brunnenwasserspiegel ein, d.h. es tritt keine Sickerstrecke auf.
- Das Gesetz von DARCY hat durchweg Gültigkeit.

Zunächst wird die Gleichung angegeben, mit der die Wassermengen berechnet werden können, wenn der Wasserspiegel gespannt ist, d.h. wenn eine wenig wasserwegsame Deckschicht vorhanden ist, die den Aufstieg des Grundwasserspiegels bis zur Höhe seines Druckspiegels verhindert.

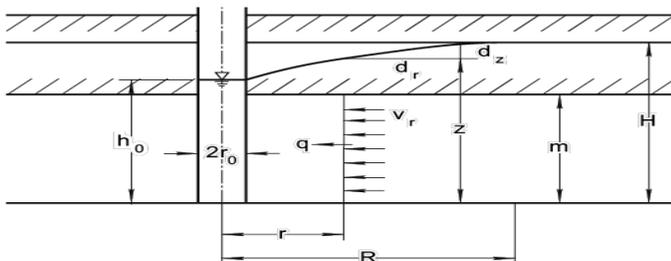


Bild A: Brunnenzuströmung bei gespanntem Wasserspiegel

$$q = F \cdot v = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot m \cdot k_f \cdot \frac{dz}{dr}$$

Durch Integration ergibt sich:

$$z = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot m \cdot k_f} \cdot \ln \cdot r + C$$

Die Konstante C ist aus den Randbedingungen am Brunnen zu bestimmen mit $z = h_0$; $r = r_0$, so dass sich die bekannte Gleichung ergibt:

$$z - h_0 = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m} \cdot \ln \cdot \frac{r}{r_0} \quad (1)$$

Es ist wieder:

$$q = Fv = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot z \cdot k_f \cdot \frac{dz}{dr}$$

Durch Integration ergibt sich die bekannte Gleichung:

$$z^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k_f} \ln \cdot r + C$$

Mit den schon für die Ermittlung der C-Werte bei gespanntem Wasserspiegel bekannten Randbedingungen wird erhalten:

$$z^2 - h_o^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k_f} \cdot \ln \cdot \frac{r}{r_o} \quad (4)$$

$$H^2 - z^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k_f} \cdot \ln \cdot \frac{R}{r} \quad (5)$$

$$z_2^2 - z_1^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k_f} \cdot \ln \cdot \frac{r_2}{r_1} \quad (6)$$

Im Falle eines Pumpversuches brauchen die Gleichungen nur nach k_f = aufgelöst zu werden und damit kann dieser Wert bestimmt werden.

2.5 Kritische Bewertung der D/T-Gleichungen

Es hat sich in der Praxis gezeigt, dass mit den D/T-Gleichungen die Förderwassermengen sehr genau erfasst werden können. Voraussetzung ist jedoch, dass der Brunnenwasserspiegel h_o in die Gleichungen eingesetzt wird. Eine Bestätigung hierfür haben BABBIT und CALDWELL (1948) sowie BOULTON (1951) durch Versuche mit Sandmodellen erbracht. Außerdem haben SCHNEEBELI (1956), HANTUSH (1962), HEINRICH (1963), HUNT (1970) und MURRAY (1973) durch analytische Nachweise die exakte Erfassung der Wassermenge nachgewiesen. Es gibt dabei jedoch zwei Probleme: es wird von keinem Autor ein Hinweis gegeben, welcher k_f –Wert in den Berechnungen anzusetzen ist, etwa der, der ausschließlich aus der Wasserspiegellinienbetrachtung erhalten wird oder der, der mit Berücksichtigung des Brunnenwasserspiegels berechnet werden kann. Eine weitere Frage wäre, ob der k_f –Wert aus verschiedenen Absenkstufen stets in gleicher Größe erhalten wird oder ob er z. B. von der Größe der Absenkung abhängt, bedingt durch die Anisotropie des Grundwasserleiters (siehe Abschnitt 5).

Ein weiteres Problem ist die unbekannte Reichweite R, wenn z. B. Absenkmaßnahmen berechnet werden sollen. Sie ist durch die D/T-Gleichungen nicht erfasst und kann neben der zu bestimmenden Förderwassermenge als zweite Variable angesehen werden. Bekanntlich haben SICHARDT und KUSSAKIN versucht, durch Erfahrungswerte die Größenordnung der Reichweite zu erfassen:

$$R_{\text{Sich}} = 3000 \cdot s_{\text{Br}} \sqrt{k_f} \quad (\text{m})$$

$$R_{\text{Kuss}} = 575 \cdot s_{\text{Br}} \sqrt{k_f H} \quad (\text{m})$$

Da die Reichweite im Logarithmus in den D/T-Gleichungen aufscheint, hat eine gewisse Fehleinschätzung der Größe R keine gravierende Auswirkung auf das Ergebnis. Dieser Weg der Hilfslösung der Reichweitenermittlung hat sich in der Praxis durchgesetzt.

Andere Wissenschaftler haben versucht, die Wassermenge Q über das natürliche Dargebot festzulegen. So waren etwa die Überlegungen von WEBER (1928), THEIS (1935) und STEINBRENNER (1937) darauf gerichtet, die aus den Poren des Grundwasserleiters in der Zeiteinheit entnommene Wassermenge zu definieren. Andere wie etwa SCHULZE (1924) haben die Sickertrate q_s herangezogen, die in der Zeit- und Flächeneinheit dem Senkungstrichter zufließt und für den Zeitpunkt Beharrung angenommen, von dem die aus dem Brunnen geförderte Wassermenge gleich der dem Trichter von oben zusickernden Menge ist.

SIEMON (1957) wollte den Einfluss aller Grundwassergegebenheiten auf den Senkungstrichter berücksichtigen, musste jedoch wesentliche Vereinfachungen vornehmen, von denen die gravierendste ist, dass er den Senkungstrichter in eine obere und untere Hälfte geteilt und beide Hälften getrennt betrachtet hat. BOSOLD (1963) hat dieses Problem offensichtlich auch erkannt. In seiner Arbeit hat er versucht, unter Ansatz der D/T-Gleichungen den Einfluss des Wassers aus der Versickerung sowie aus dem Wasserspiegelgefälle auf den Senkungstrichter zu berücksichtigen. Zu den abgeleiteten Gleichungen und den dazu getroffenen Annahmen wird in einem späteren Kapitel noch Stellung genommen.

Eine weitere Unzulänglichkeit ist die Erfassung der Wasserspiegellinie. Aus der Praxis ist bekannt, dass der Wasserspiegel eines Senkungstrichters am Brunnenrand mit zunehmender Absenkung über dem Brunnenwasserspiegel zurückbleibt. Es wurde eingangs bereits auf dieses Phänomen hingewiesen. Die Differenz wird bekanntlich durch die Sickerstrecke sowie die Reibungsverluste im Filterkies und dem Brunnenfilter verursacht. Diese Wasserspiegeldiskrepanz ist - in Abhängigkeit von der Wasserspiegelabsenkung - in der Nachbarschaft der Brunnen in zunehmendem Maße störend.

Gerade diese Unzulänglichkeit der D/T-Gleichungen hatte in den letzten Jahrzehnten umfangreiche Forschungs- und Untersuchungsprogramme zur Folge, in denen versucht wurde, Möglichkeiten zu schaffen, den tatsächlichen Verlauf des Senkungstrichters zu erfassen. Den Anfang hat EHRENBERGER (1928) gemacht. Er hat versucht, über Sandkastenmodelle Korrekturfaktoren zu bekommen. Diese Versuche wurden von BABBIT und CALDWELL (1948), BOULTON (1951), HALL (1955) und NAHRGANG (1965) weitergeführt. ZEE, PETERSON, BOCK (1955), TROFIMENKOV (1956) und FRANKE (1963) haben elektrische Analog-Modelle entwickelt sowie die Membranalogie zur Anwendung gebracht. Aus den Versuchen wurden Korrekturwerte gewonnen, die eine Annäherung der D/T-Absenkkurve an die tatsächliche ermöglichen sollen. BOULTON (1951), HALL (1955) und SCHMIDT (1956) haben auf die Relaxationsmethode zurückgegriffen. Bezüglich der theoretischen Grundlagen kann hierzu auf die Veröffentlichungen von R. V. SOUTHWELL (1940, 1946) oder HEINRICH und DESOYER (1958) verwiesen werden.

Einen ganz neuen Weg ist KASHEV (1965) gegangen. Er hat den Strömungskörper um einen Brunnen in konzentrische Ringe aufgeschnitten und an ihnen die statischen und dynamischen Wasserdruckkräfte betrachtet. KIRKHAM (1964) hat eine Lösung der allgemeinen Potentialfunktion dadurch bekommen, dass er eine fiktive Strömung im Senkungstrichter derart angenommen hat, dass ihre Unterseite mit der Oberfläche des Senkungstrichters identisch ist. In neuerer Zeit hat man sich der Methode der finiten Elemente bedient. Auf die Arbeiten von WITHUM (1967), KLÜBER (1975) und COX (1976) kann hierzu verwiesen werden.

Alle diese Lösungen haben jedoch keinen Eingang in die Praxis gefunden aus folgenden Gründen:

- Die Modellversuche erfassen jeweils nur spezielle hydraulische Probleme und sind nicht allgemeingültig anzuwenden.
- Wesentliche geohydrologische Gegebenheiten werden nicht erfasst.
- Der Rechenaufwand ist bei allen Lösungen, denen nicht die D/T-Gleichungen zu Grunde liegen, beträchtlich.

Ziel dieser Arbeit soll es nun sein, den tatsächlichen Wasserspiegelverlauf eines in Beharung befindlichen Senkungstrichters um einen Brunnen unter Ansatz der entsprechend erweiterten D/T-Gleichungen zu erfassen.

Einen wertvollen Hinweis hat dazu HEINRICH (1964) mit seiner Arbeit: "Eine Näherung für die freie Spiegelfläche beim vollkommenen Brunnen" gegeben. Er hat nämlich gezeigt, dass man bei entsprechender Formulierung der Wassermenge Q die Lage des Senkungstrichters beeinflussen kann. So nimmt er die D/T-Gleichung, die für gespannten Wasserspiegel Gültigkeit hat, und setzt in die Gleichung für Q den Ausdruck ein, der aus der Gleichung für nicht gespanntes Wasser erhalten wird.

$$1) \quad \zeta = H - \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot H \cdot k_f} \cdot \ln \frac{R}{r} \quad \text{mit } \zeta = \text{"wahre Wasserspiegelhöhe"}$$

$$2) \quad Q = \frac{(H^2 - h_0^2) \cdot \pi \cdot k}{\ln \frac{R}{r_0}}$$

$$2) \text{ in } 1) \quad \zeta = H - \frac{H^2 - h_0^2}{2 \cdot H \cdot \ln \frac{R}{r_0}} \cdot \ln \frac{R}{r}$$

So ergibt sich z.B. für $h_0 = 0$ eine Höhe h am Brunnenrand von $\zeta = H/2$. Wenn die Lösung auch nicht voll zufrieden stellend ist, so zeigt sie doch sehr klar die Beeinflussbarkeit der Wasserspiegelliniengleichung durch die Festlegung der Wassermenge Q.

Es kann somit das Ziel dieser Arbeit genauer formuliert werden: Durch die entsprechende Bestimmung der aus dem Grundwasserdargebot entnommenen Wassermenge Q soll es möglich werden, die Wasserspiegellinie, die sich bei einem Absenkenzustand um einen Brunnen einstellt, mit den modifizierten Gleichungen von D/T hinreichend genau zu erfassen.

Dies wird nicht ohne Berücksichtigung der Anisotropie des Grundwasserleiters im Gleichungsansatz möglich sein, da sie einen Einfluss auf die Entwicklung des Senkungstrichters erwarten lässt (siehe z.B. EHLERS (1971) oder BRAUNS (1981)). Es soll somit eine unterschiedliche horizontale und vertikale Wasserwegsamkeit des Grundwasserleiters mit erfasst werden. In diesem Zusammenhang lässt sich gegebenenfalls ein weiteres Phänomen klären, und zwar, dass erfahrungsgemäß die Durchlässigkeitsbeiwerte fast bei jedem Pumpversuch mit zunehmender Absenkung, bei unveränderter Anwendung der D/T-Gleichungen, immer größer erhalten werden. Dies ist schon EHRENBERGER (1928) aufgefallen, als er seine Sandkastenversuche ausgewertet hat. Diese Klärung ist insofern von besonderer Wichtigkeit, als der k_f -Wert aus einem Pumpversuch bei der üblichen Auswertung über die D/T-Gleichungen demzufolge offensichtlich als Variable der Wasserspiegelabsenkung im Brunnen erhalten wird und nicht, wie gemeinhin angenommen, als konstanter Wert, der nur durch Unregelmäßigkeiten bei der Versuchsdurchführung variiert.

3 Wasserspiegelgleichungen

Durch die Bestimmung der Wassermengen, die in einem Brunnen gefördert werden, wird nun im Folgenden versucht, die D/T-Gleichungen so zu formen, dass mit ihnen die Absenktichter erfasst werden, die sich um einen Brunnen einstellen.

3.1 Isotroper Grundwasserleiter

Zur Vereinfachung wird zunächst angenommen, dass der Grundwasserleiter isotrop und die Durchlässigkeit nach allen Richtungen gleich groß ist. Ferner wird angenommen, dass eine Züsickerung von oben nicht stattfindet. Das heißt nun nach der Definition in Abschnitt 2.2, dem Brunnen fließt nur Wasser zu, das infolge des Wasserspiegelgefälles l dem Brunnen zugeführt wird. Es wird damit eine wesentliche Einschränkung, die für die Ermittlung der D/T-Gleichungen gemacht werden musste, nämlich die Annahme eines horizontal verlaufenden Grundwasserspiegels, aufgehoben.

3.1.1 Berücksichtigung des Wasserspiegelgefälles l

Es wird angenommen, dass der Wasserspiegel das Gefälle l hat. Die gleiche Neigung soll die Sohle des Grundwasserstauers aufweisen. Die je Breitenmeter züsickernde Wassermenge hat dann die Größe:

$$q = H \cdot k_f \cdot l \left(\frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{m}} \right)$$

Diese Wassermenge wird auf eine bestimmte Breite, die sog. Einzugsbreite (KOZENY, 1953, Seite 436) dem Brunnen zugeführt.

3.1.1.1 Gespannter Wasserspiegel

Zunächst wird angenommen, dass der Grundwasserspiegel gespannt ist. Wie bei der Aufstellung der D/T-Gleichungen kann erwartet werden, dass die Ermittlung der entsprechenden Gleichungen einfacher ist als bei nicht gespanntem Wasserspiegel. Ein Strömungsproblem mit solchen Bedingungen wurde das erste Mal von FORCHHEIMER (1886) angegangen. Mit der Gleichung von D/T für gespanntes Wasser hat er durch Überlagerung mit dem Spiegelgefälle l eine Lösung erhalten, wobei für q der Ausdruck $\frac{Q}{H}$ gesetzt wird und das Achsenkreuz so gedreht wird, dass die x-Achse in Stromrichtung weist:

$$z - h_0 = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot H \cdot k_f} \cdot \ln \frac{r}{r_0} - l \cdot x$$

Die Bezugsebene, von der aus der Wasserspiegel betrachtet wird, ist $z = h_0$. Es kann festgestellt werden, dass die Gleichung nur für den Schnitt $\varphi = 0$, also die x-Achse, Gültigkeit hat.

SMREKER (1914) hat erkannt, dass sich für unterschiedliche Schnitte φ – der Winkel φ wird von der positiven x-Achse aus gezählt – das Gefälle der Parallelströmung ändert zu $l_\varphi = l \cdot \cos\varphi$.

In der von KOZENY (1953) angegebenen Gleichung ist das vom Schnittwinkel φ abhängige Gefälle berücksichtigt. Die Gleichung lautet jetzt:

$$H - z = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot H} \cdot \ln \cdot \frac{R}{r} + l \cdot r \cdot \cos\varphi \quad (7)$$

Es ist festzustellen, dass die Bezugsebene der Wasserspiegelbetrachtung bei dieser Gleichung $z = H$ ist.

Die Gleichung gilt streng nur für gespanntes Grundwasser, abzulesen an dem linearen Ausdruck der Höhe z (bei freiem Wasser ist er quadratisch), wobei die Größe H im Glied der Wassermenge Q exakter Weise durch m ersetzt werden müsste (siehe Skizze). Kleine Absenkungen können mit ihr jedoch genügend genau auch für den Fall eines freien GW-Spiegels erfasst werden. Im Folgenden wird dies noch gezeigt. Die Gleichung kann folgendermaßen hergeleitet werden:

$$\text{Es ist: } i = \frac{dz}{dr} + l \cdot \cos\varphi$$

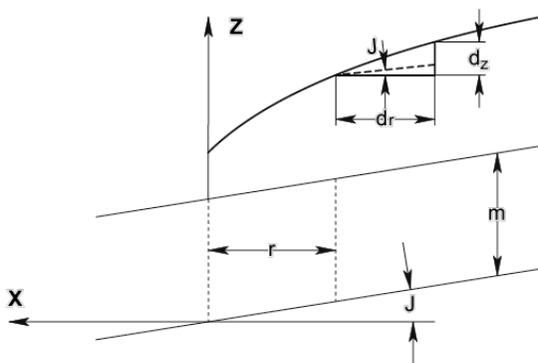


Bild C: Strömungsverhältnisse bei geneigtem Grundwasserspiegel

Zu beachten ist, dass der Winkel φ von der positiven x-Achse aus definiert ist, so dass z.B. oberstrom bei $\varphi = 180^\circ$ wird:

$$i_{180^\circ} = \frac{dz}{dr} - l$$

$$v = k_f i = k_f \cdot \left(\frac{dz}{dr} + l \cdot \cos \cdot \varphi \right)$$

$$Q = v \cdot F = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot m \cdot k_f \cdot \left(\frac{dz}{dr} + l \cdot \cos \cdot \varphi \right)$$

$$\frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot m \cdot k_f} - l \cdot \cos \cdot \varphi = \frac{dz}{dr}$$

$$z = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m} \cdot \ln \cdot r - l \cdot r \cdot \cos \cdot \varphi + C$$

Die Konstante kann aus der Bedingung bestimmt werden, dass für $\varphi = 90^\circ$ die Größe $z = H$ und $r = R$ sein müssen. Damit wird erhalten:

$$\frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot m \cdot k_f} \ln \cdot R + C = H$$

$$C = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot m \cdot k_f} \cdot \ln \cdot R + H$$

Hiermit ergibt sich wie schon bekannt:

$$\frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot m \cdot k_f} \cdot \ln \cdot \frac{R}{r} + l \cdot r \cdot \cos \cdot \varphi = H - z$$

Es kann nun gezeigt werden, dass die Gleichung auch dadurch erhalten wird, dass man die folgenden Grundwassereinflüsse zunächst getrennt betrachtet und dann überlagert:

- Brunnen im nicht geneigten Grundwasserleiter, gespannter Grundwasserspiegel
- Strömung auf einen Brunnen infolge $i = l \cdot \cos \cdot \varphi$

a) Brunnen im nicht geneigten Grundwasserleiter

Wird die Gleichung in allgemeiner Form angeschrieben, so lautet sie:

$$z = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m} \cdot \ln \cdot r + C_1$$

b) Grundwasserstrom zu einem Brunnen infolge des Gefälles l

$$2 \cdot \pi \cdot r \cdot k_f \cdot m \cdot l \cdot \cos \cdot \varphi = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot k_f \cdot m \cdot \frac{dz}{dr}$$

$$l \cdot \cos \cdot \varphi \cdot r + C_2 = z$$

Durch Überlagerung der beiden Grundwassereinflüsse ergibt sich, wenn C_1 und C_2 zu C zusammengefasst werden und berücksichtigt wird, dass eine Absenkung nach unten negativ ist:

$$z = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_r \cdot m} \ln \cdot r - l \cdot r \cdot \cos \cdot \varphi + C$$

Die Konstante kann wieder im Schnitt $\varphi = 90^\circ$ bestimmt werden, für $z = H$ und $r = R$, und es wird damit die schon bekannte Gleichung (7) erhalten.

Es konnte damit gezeigt werden, dass Einflüsse aus verschiedenen Grundwasserdargeboten zunächst für sich betrachtet und dann überlagert werden dürfen. Diese Überlagerungsmöglichkeit wird die Ermittlung von Wasserspiegellinien wesentlich vereinfachen, wenn noch andere Grundwassergegebenheiten wie z.B. die Zusickerung von oben berücksichtigt werden müssen. Die Möglichkeit der Überlagerung liegt darin begründet, dass beim Ansatz der Wasserspiegelliniengleichungen die Gültigkeit des Gesetzes von DARCY vorausgesetzt wird; dieses enthält nur lineare Faktoren: $v = k \cdot l$.

Es wird nun noch untersucht, wie Gleichung 7 die Senkungstrichter um einen Brunnen wiedergibt. Betrachtet man den Brunnenrand, so ist hier $r = r_0$ und $z = h_0$. Gleichung 7 lautet dann:

$$h_0 - h_0 = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_r \cdot m} \ln \cdot \frac{r_0}{r_0} - l \cdot r_0 \cdot \cos \cdot \varphi$$

$$0 = 0 - l \cdot r_0 \cdot \cos \cdot \varphi$$

Das heißt nun, dass am Brunnenrand eine – durch das Grundwasserspiegelgefälle l bedingte – Absenkung angegeben wird, die in Wirklichkeit nicht vorhanden ist, da der Brunnen mit seinem offenen Wasserspiegel zu einem Ausgleich des Grundwasserspiegels führt; am Brunnenrand ist der Wasserspiegel horizontal. Die Gleichung ist somit ungenau. Für kleine Brunnenradien ($r_0 \leq 0,5$ m) ist dies ein Schönheitsfehler und kann vernachlässigt werden. Im Übrigen könnte diese Ungenauigkeit dadurch korrigiert werden, dass man im 2. Glied der Gleichung anstelle von r die Differenz $r - r_0$ setzt. Dies hätte jedoch zur Folge, dass an der Grenze einer Absenkmaßnahme, also bei $r = R$, stets eine Aufhöhung gegenüber dem ursprünglichen Grundwasserspiegel verbleibt ($s = l \cdot (R - r_0) \cdot \cos \cdot \varphi$). Bei kleinen Brunnenradien ist dieser Schönheitsfehler wiederum vernachlässigbar. Haben die Entnahmeanlagen dagegen große Durchmesser, wie etwa Baugruben, ist dies Ungenauigkeit nicht mehr hinzunehmen.

Man kommt hier zu einer Lösung, wenn man sich vergegenwärtigt, dass die Zuströmung zu einem Brunnen oder einer Baugrube der Zuströmung und Abströmung zu einem verlassenen Tagebauschacht entspricht, wie sie z.B. von KOZENY (1953) dargelegt worden ist, solange kein Wasser aus der Baugrube gefördert wird. Mit der hier vorgenommenen Definition des Winkels φ lautet die Gleichung zur Erfassung der Wasserspiegelbeeinflussung, die allein durch den Wasserspiegelausgleich im Brunnen bzw. einer Baugrube verursacht wird:

$$s = l \cdot \left(r - \frac{r_0^2}{r} \right) \cdot \cos \cdot \varphi$$

Für den Brunnenrand ist $r = r_0$, und es wird $s = 0$. Für große Werte von r ist das zweite Glied der Gleichung zu vernachlässigen, und es ist $s = l \cdot r \cdot \cos \cdot \varphi$, d.h. die Gleichung erfasst das natürliche Wasserspiegelgefälle. Der Ausdruck wird nun mit der Brunnengleichung von D/T überlagert (vgl. hierzu BERGMANN, 1970). Es ergibt sich damit die folgende Gleichung:

$$s = H - z = \frac{Q}{2\pi k_f m} \cdot \ln \frac{R}{r} + \left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) \cdot l \cdot \cos \varphi \quad (8)$$

Die erhaltene Gleichung soll näher untersucht werden.
Es werden die z-Werte für die Radien R und r_o ermittelt.

- **$r = R$:**

$$H - z = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m} \cdot \ln \frac{R}{R} + \left(R - \frac{r_o^2}{R} \right) \cdot l \cdot \cos \varphi$$

$$z = H - l \cdot \left(R - \frac{r_o^2}{R} \right) \cdot \cos \varphi$$

Das Ergebnis besagt, dass von der im Brunnen gemessenen Wasserhöhe H (Ruhezustand) der Wasserspiegel an der Stelle R um $l \cdot \cos \varphi \cdot \left(R - \frac{r_o^2}{R} \right)$ abgesenkt ist.

- **$r = r_o$:**

$$H - z = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m} \cdot \ln \frac{R}{r_o} + \left(r_o - \frac{r_o^2}{r_o} \right) \cdot l \cdot \cos \varphi$$

$$z = H - \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m} \cdot \ln \frac{R}{r_o} = h_o$$

Es wird erwartungsgemäß der Brunnenwasserstand erhalten.

Im Weiteren soll die Gleichung aufgestellt werden, die als Festwert die Größe $z = h_o$ hat. Zu beachten ist, dass im Gegensatz zur vorhergehenden Gleichung die Absenkwerte von h_o nun positiv nach oben gerechnet werden. Es ist damit der Ausdruck $l \cdot \cos \varphi \cdot \left(r - \frac{r_o^2}{r} \right)$ mit einem Minuszeichen in die Gleichung einzusetzen:

$$z - h_o = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m} \cdot \ln \frac{r}{r_o} - l \cdot \left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) \cdot \cos \varphi \quad (9)$$

Zum Test werden wieder die z-Werte für die Radien $r = R$ und $r = r_o$ ermittelt.

- **$r = R$:**

$$z - h_o = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m} \cdot \ln \frac{R}{r_o} - l \cdot \left(R - \frac{r_o^2}{R} \right) \cdot \cos \varphi$$

$$z = h_o + \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m} \cdot \ln \frac{R}{r_o} - l \cdot \left(R - \frac{r_o^2}{R} \right) \cdot \cos \varphi$$

$$z = H - l \cdot \left(R - \frac{r_o^2}{R} \right) \cdot \cos \varphi$$

Das Ergebnis ist bereits bekannt.

- **$R = r_0$**

$$z - h_0 = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m} \cdot \ln \cdot \frac{r_0}{r_0} - l \cdot \left(r_0 - \frac{r_0^2}{r_0} \right) \cdot \cos \cdot \varphi = 0$$

Die Gleichung erfasst also die Wasserspiegellagen um den Brunnen richtig.

Die allgemein gültige Gleichung wird nun unter Zugrundelegung der beiden Spezialgleichungen ermittelt. Wird das z der Gleichung 8 mit z_1 bezeichnet und das der Gleichung 9 mit z_2 , so wird erhalten:

$$z_2 - z_1 = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m} \cdot \ln \cdot \frac{r_2}{r_1} - l \cdot \left(r_2 - \frac{r_0^2}{r_2} - r_1 + \frac{r_0^2}{r_1} \right) \cdot \cos \cdot \varphi \quad (10)$$

Für folgende Wertepaare soll die Gültigkeit der Gleichung untersucht werden:

$$z_1 = h_0; r_1 = r_0 \text{ und } z_2 = H - l \cdot \cos \cdot \varphi \cdot \left(R - \frac{r_0^2}{R} \right);$$

- **$r_2 = R$**

$$z_2 - h_0 = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m} \cdot \ln \cdot \frac{r_2}{r_0} - l \cdot \left(r_2 - \frac{r_0^2}{r_2} \right) \cdot \cos \cdot \varphi$$

Lässt man den Index 2 bei z und r weg, ergibt sich Gleichung 9.

$$H - l \cdot \cos \cdot \varphi \cdot \left(R - \frac{r_0^2}{R} \right) - z_1 = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k \cdot m} \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_1} - l \cdot \left(R - \frac{r_0^2}{R} - r_1 + \frac{r_0^2}{r_1} \right) \cdot \cos \cdot \varphi$$

$$H - z_1 = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m} \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_1} + l \cdot \left(r_1 - \frac{r_0^2}{r_1} \right) \cdot \cos \cdot \varphi$$

Diese Gleichung ist mit Gleichung 8 identisch, wenn der Index 1 weggelassen wird. Die Allgemeingültigkeit von Gleichung 10 ist damit gezeigt.

Es soll nun untersucht werden, welche Aussagen mit den gefundenen Gleichungen über den zu erwartenden Wasserspiegellinienverlauf gemacht werden können, der sich um einen Brunnen einstellt. Nimmt man R als bekannt an, dann kann für den Schnitt $\varphi = 90^\circ$ die Wassermenge Q bestimmt werden, die durch die Senke entnommen wird. Für $z = h_0$ und $r = r_0$ lautet die Gleichung:

$$H - h_0 = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m} \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_0}$$

Das ist die bekannte Gleichung (2) von DUPUIT/THIEM, deren Lösung nur über die Reichweitenannahmen für R von SICHARDT oder KUSSAKIN möglich ist. Diese zeigen keine Abhängigkeit von dem Grundwasserspiegelgefälle, so dass dieses auf die Bestimmung von Q auch keinen Einfluss hat.

Nun sollen die Wasserspiegelhöhen betrachtet werden, die über Gleichung 8 für beliebige Schnitte φ berechnet werden können. Ausgewählt wurden die Schnitte $\varphi = 90^\circ$ als einer Richtung, in der das Spiegelgefälle 0 ist und $\varphi = 0^\circ$ bzw. 180° als einer Richtung mit dem stärksten Spiegelgefälle; denn hier wird der Winkelausdruck $\cos \cdot \varphi = 1$ bzw. -1 .

Betrachtet wird jeweils die Entfernung R vom Brunnen. An dieser Stelle kann, bei in der Regel gegenüber r_0 sehr großen Werten R , das Glied $\frac{r_0^2}{r}$ der Gleichung vernachlässigt werden.

$$\varphi = 90^\circ: \quad H - h = 0 = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m} \cdot \ln \frac{R}{r}$$

$$\varphi = 0^\circ: \quad H - z = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m} \cdot \ln \frac{R}{r} + R \cdot I = R \cdot I$$

$$\varphi = 180^\circ: \quad H - z = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m} \cdot \ln \frac{R}{r} - R \cdot I = -R \cdot I$$

Da das Bezugsniveau $z = H$ ist, von dem ab eine Absenkung positiv und ein Anstieg negativ abzutragen ist, sagt das Ergebnis der Berechnungen aus, dass der Wasserspiegel oberstrom um den Betrag $(R \cdot I)$ anzuheben und unterstrom um den gleichen Betrag abzusenken ist. Die Überlagerung mit dem Spiegelgefälle I hat somit zu einer Verschwenkung der zentriert-symmetrischen Brunnensenke in der Größe dieses Gefälles mit der y -Achse als Drehachse geführt. Bemerkenswert ist, dass hierbei die Grenzreichweite R in jedem Schnitt φ den gleichen Wert beibehält. Dies lassen auch sehr deutlich die in den Messstellen ermittelten Wasserstände der Pumpversuche in den Brunnen DB 2621 und DB 2629 erkennen, die in den Bildern 5 und 6 aufgetragen sind, oder z.B. auch die zahlreichen Wasserstände, die für den Pumpversuch im vollkommenen Brunnen in Bild 8 der Veröffentlichung von MANSUR und DIETRICH (1965) zu finden sind. Besonders deutlich werden lässt dies die graphische Methode zur Ermittlung der Potentiallinien, wie sie z.B. von WIEDERHOLD (1961) ausführlich dargelegt worden ist. Damit wird die Verteilung des Senkungstrichters von dz/dr auf $dz/dr + I \cdot \cos \cdot \varphi$ ausschließlich dazu verwendet, die "zusätzliche" Wassermenge $k_{\text{th}} \cdot I \cdot \cos \cdot \varphi$ dem Zentrum des Senkungstrichters zuzuführen bzw. auf der Unterstromseite die Verflachung der Größe $-I \cdot \cos \cdot \varphi$, um die abströmende Wassermenge auszugleichen. Der Einfluss des Gefälles ist damit verbraucht und Änderungen der Reichweiten wie sie z.B. in einer Verkürzung oberstrom infolge des zuströmenden Grundwassers und in einer Streckung unterstrom infolge des abströmenden Grundwassers denkbar wären, treten nicht auf. Was weiter bemerkenswert ist: die Berücksichtigung des Wasserspiegelgefälles liefert noch keinen Beitrag dazu, die geförderte Wassermenge Q oder die Reichweite R genauer zu definieren oder durch schon bekannte Größen auszudrücken.

Es werden nun auch die Gleichungen ermittelt, mit denen der Senkungstrichter bei einem freien Wasserspiegel erfasst werden kann. Dann wird versucht, eine Beziehung zwischen dem Wasserspiegelgefälle und der Wassermenge Q herzuleiten. Gelingt dies, kann die Reichweite R berechnet werden.

3.1.1.2 Freier Grundwasserspiegel

Mit den bei der Aufstellung der Gleichungen für den Fall eines gespannten Wasserspiegels gewonnenen Erkenntnissen werden nun die Gleichungen hergeleitet, die es ermöglichen, den Senkungstrichter um einen Brunnen im nicht gespannten Grundwasser zu berechnen. Wie in Abschnitt 2.4 bereits angegeben ist allgemeingültig:

$$z^2 = \left(\frac{Q}{\pi \cdot k_f} \right) \cdot \ln \cdot r$$

Wird die Gleichung mit $2 \cdot H$ erweitert, so ergibt sich:

$$\frac{z^2}{2 \cdot H} = \frac{Q}{2 \cdot H \cdot \pi \cdot k_f} \cdot \ln \cdot r$$

Wie leicht festzustellen ist, entspricht der rechte Teil der Gleichung dem Ausdruck, der für gespanntes Wasser erhalten wurde. Damit wird bei einem Grundwasserspiegelgefälle l durch Versenken des Senkungstrichters erhalten:

$$\frac{z^2}{2 \cdot H} = \frac{Q}{2 \cdot H \cdot \pi \cdot k_f} \ln \cdot r - l \cdot r \cdot \cos \cdot \varphi$$

bzw.

$$z^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k_f} \ln \cdot r - 2 \cdot H \cdot l \cdot r \cdot \cos \cdot \varphi$$

oder speziell:

$$z^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k_f} \ln \cdot r - 2 \cdot H \cdot l \cdot r \cdot \cos \cdot \varphi + C$$

Für $\varphi = 90^\circ$; $z = H$ und $r = R$ wird:

$$C = H^2 - \frac{Q}{\pi \cdot k_f} \ln \cdot R$$

Damit:

$$H^2 - z^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k_f} \ln \cdot \frac{R}{r} + 2 \cdot H \cdot l \cdot r \cdot \cos \cdot \varphi \quad (11)$$

Das gleiche Ergebnis wird erhalten, wenn man die Spiegelgefälle betrachtet bzw. die bewegte Wassermenge ermittelt. Es ist:

$$i = \frac{dz}{dr} + l \cdot \cos \cdot \varphi$$

$$\frac{q}{k_f} = z \frac{dz}{dr} + H \cdot l \cdot \cos \cdot \varphi$$

$$\left(\frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot r} - H \cdot l \cdot \cos \cdot \varphi \right) \cdot dr = z dz$$

$$z^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k_f} \ln \cdot r - 2 \cdot H \cdot l \cdot r \cdot \cos \cdot \varphi + C$$

Die Konstante C wird wieder im Schnitt $\varphi = 90^\circ$ für $z = H$ und $r = R$ erhalten, und es ergibt sich die Gleichung 11.

Auch die Überlagerung ergibt diese Gleichung:

- Brunnenzustrom

$$q = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot k_f \cdot Z \cdot \frac{dz}{dr}$$

$$z^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k} \cdot \ln \cdot r + C$$

- Zustrom infolge des Spiegelgefälles l

$$Q = 2 \cdot \pi \cdot H \cdot l \cdot k_f \cdot \cos \cdot \varphi \cdot dr = 2 \cdot \pi \cdot \int k_f \cdot z dz$$

$$C + 2 \cdot H \cdot l \cdot r \cdot \cos \cdot \varphi = z^2$$

- Durch Überlagerung

$$z^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k_f} \cdot \ln \cdot r - 2 \cdot H \cdot l \cdot r \cdot \cos \cdot \varphi + C \text{ usw.}$$

Gleichung 11 wurde bereits von SCHULZE (1924) abgeleitet.

Entsprechend den Gleichungen 9 und 10 lauten dann die Gleichungen:

$$z^2 - h_o^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k_f} \cdot \ln \cdot \frac{r}{r_o} - 2 \cdot H \cdot l \cdot r \cdot \cos \cdot \varphi \quad (12)$$

$$z_2^2 - z_1^2 = \frac{Q}{r \cdot k_f} \cdot \ln \cdot \frac{r_2}{r_1} - 2 \cdot H \cdot l \cdot (r_2 - r_1) \cdot \cos \cdot \varphi \quad (13)$$

Betrachtet man nun die gefundene Gleichung (11) genauer, so kann man feststellen, dass das zweite Glied, das die Verzerrung des ursprünglichen, zentralsymmetrischen Grundwasserspiegels infolge des Gefälles l verursacht, sich von Gleichung (7) (gespanntes Grundwasser) nur durch den Faktor $2 \cdot H$ unterscheidet. Es ist zu vermuten, dass das zweite Glied der Gleichung in der ermittelten Form die Größe der Grundwasserspiegelverzerrung in der quadratischen Form der Gleichung nicht voll erfasst. Die Richtigkeit der Vermutung soll im Folgenden gezeigt werden. Es ist:

$$z_1 = H - s_1 \qquad z_2 = H - s_2$$

Es sind dabei s_1 bzw. s_2 die Wasserspiegelsenkungen an den Punkten 1 bzw. 2:

$$z_1^2 = (H - s_1)^2 = H^2 - 2Hs_1 + s_1^2$$

$$z_2^2 = (H - s_2)^2 = H^2 - 2Hs_2 + s_2^2$$

$$z_2^2 - z_1^2 = 2 \cdot H \cdot \left[\left(s_1 - \frac{s_1^2}{2 \cdot H} \right) - \left(s_2 - \frac{s_2^2}{2 \cdot H} \right) \right]$$

Mit $s_1 = l \cdot r_1 \cdot \cos \cdot \varphi$ und $s_2 = l \cdot r_2 \cdot \cos \cdot \varphi$ ergibt sich:

$$z_2^2 - z_1^2 = -2 \cdot H \cdot l \cdot (r_2 - r_1) \cdot \cos \cdot \varphi + l^2 \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot \cos^2 \cdot \varphi$$

Es kann festgestellt werden, dass das quadratische Glied in der Gleichung (13) fehlt. Sie enthält somit eine Ungenauigkeit. Genauer müsste somit Gleichung (13) lauten:

$$z_2^2 - z_1^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} - 2 \cdot H \cdot l \cdot (r_2 - r_1) \cdot \cos \cdot \varphi + l^2 \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot \cos^2 \cdot \varphi$$

Nun wurde aber bereits für Grundwasser mit gespanntem Wasserspiegel gezeigt, dass die Überlagerung der Brunnensenke mit dem Gefälle l nur für kleine Brunnennradien Gültigkeit hat. Für eine allgemein gültige Lösung muss deshalb wieder der Einfluss der freien Spiegelfläche im Brunnen oder der Baugrube berücksichtigt werden:

$$s_1 = l \cdot \left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) \cdot \cos \cdot \varphi \quad s_1^2 = l^2 \cdot \left(r^2 - 2r_o^2 + \frac{r_o^4}{r^2} \right) \cdot \cos^2 \cdot \varphi$$

Setzt man diese Ausdrücke in die Gleichung $z_2^2 - z_1^2$ ein, so erhält man:

$$\begin{aligned} z_2^2 - z_1^2 &= 2H \left[\left(s_1 - \frac{s_1^2}{2 \cdot H} \right) - \left(s_2 - \frac{s_2^2}{2 \cdot H} \right) \right] = \\ &= -2 \cdot H \left[l \cdot \cos \cdot \varphi \cdot \left(r_2 - \frac{r_o^2}{r_2} \right) - \frac{l^2 \cdot \cos^2 \cdot \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r_2^2 - 2r_o^2 + \frac{r_o^4}{r_2^2} \right) - \right. \\ &\quad \left. - l \cdot \cos \cdot \varphi \cdot \left(r_1 - \frac{r_o^2}{r_1} \right) + \frac{l^2 \cdot \cos^2 \cdot \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r_1^2 - 2r_o^2 + \frac{r_o^4}{r_1^2} \right) \right] \end{aligned}$$

Durch Überlagerung mit den Gleichungen von D/T wird dann erhalten:

$$H^2 - z^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k_f} \cdot \ln \frac{R}{r} + 2 \cdot H \cdot l \cdot \cos \cdot \varphi \cdot \left[\left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) - \frac{l \cdot \cos \cdot \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r^2 - 2r_o^2 + \frac{r_o^4}{r^2} \right) \right] \quad (14)$$

oder

$$z^2 - h_o^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k_f} \cdot \ln \frac{r}{r_o} - 2 \cdot H \cdot l \cdot \cos \cdot \varphi \cdot \left[\left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) - \frac{l \cdot \cos \cdot \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r^2 - 2r_o^2 + \frac{r_o^4}{r^2} \right) \right] \quad (15)$$

$$\begin{aligned} z_2^2 - z_1^2 &= \frac{Q}{\pi \cdot k_f} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} - 2 \cdot H \cdot l \cdot \cos \cdot \varphi \cdot \left[\left(r_2 - \frac{r_o^2}{r_2} \right) - \frac{l \cdot \cos \cdot \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r_2^2 - 2r_o^2 + \frac{r_o^4}{r_2^2} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \left(r_1 - \frac{r_o^2}{r_1} \right) + \frac{l \cdot \cos \cdot \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r_1^2 - 2r_o^2 + \frac{r_o^4}{r_1^2} \right) \right] \quad (16) \end{aligned}$$

Die Richtigkeit der Gleichungen soll gezeigt werden. Mit Gleichung (14) soll der Wert z für $r = R$ und $r = r_o$ im Schnitt $\varphi = 0^\circ$ berechnet werden:

- **r=R**

$$H^2 - z^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k_f} \cdot \ln \frac{R}{R} + 2 \cdot H \cdot l \cdot \left[\left(R - \frac{r_o^2}{R} \right) - \frac{l}{2 \cdot H} \cdot \left(R^2 - 2r_o^2 + \frac{r_o^4}{R^2} \right) \right]$$

Die Glieder, die r_o enthalten, können vernachlässigt werden.

$$H^2 - z^2 = 2 \cdot H \cdot l \cdot R - l^2 \cdot R^2 > H^2 - 2 \cdot H \cdot l \cdot R + l^2 \cdot R^2 = z^2$$

$$z^2 = (H - lR)^2; z = H - lR$$

- **$r = r_o$; ($z = h_o$)**

$$H^2 - z^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k_f} \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_o} + 2 \cdot H \cdot l \cdot \left[\left(r_o - \frac{r_o^2}{r_o} \right) - \frac{l}{2 \cdot H} \cdot \left(r_o^2 - 2 \cdot r_o^2 + \frac{r_o^4}{r_o^2} \right) \right]$$

$$H^2 - \frac{Q}{\pi \cdot k_f} \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_o} = z^2 = h_o^2$$

Mit Gleichung (15) ergibt sich für die gleichen Randwerte:

- **$r = R$**

$$z^2 - h_o^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k_f} \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_o} - 2 \cdot H \cdot l \cdot \left[\left(R - \frac{r_o^2}{R} \right) - \frac{l}{2 \cdot H} \cdot \left(R^2 - 2 \cdot r_o^2 + \frac{r_o^4}{R^2} \right) \right]$$

Unter Vernachlässigung der Glieder, die r_o enthalten, vereinfacht sich die Gleichung zu:

$$z^2 - h_o^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k_f} \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_o} - 2 \cdot H \cdot l \cdot R + l^2 \cdot R^2$$

$$z^2 = h_o^2 + \frac{Q}{\pi \cdot k_f} \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_o} - 2 \cdot H \cdot l \cdot R + l^2 \cdot R^2$$

Es ist: $h_o^2 + \frac{Q}{\pi \cdot k_f} \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_o} = H^2$ und somit:

$$z^2 = H^2 - 2 \cdot H \cdot l \cdot R + l^2 \cdot R^2 = (H - lR)^2$$

$$z = H - lR$$

- **$r = r_o$**

$$z^2 - h_o^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k_f} \cdot \ln \cdot \frac{r_o}{r_o} - 2 \cdot H \cdot l \cdot \left[\left(r_o - \frac{r_o^2}{r_o} \right) - \frac{l}{2 \cdot H} \cdot \left(r_o^2 - 2 \cdot r_o^2 + \frac{r_o^4}{r_o^2} \right) \right]$$

$$z^2 - h_o^2 = 0; z = h_o$$

3.1.2 Ermittlung der Scheitelfernung R_s 3.1.2.1 Die Größen R_s und R bei gespanntem Grundwasserspiegel

Bei den weiteren Untersuchungen wird von Gleichung 9 ausgegangen, da sie die Absenkbe­träge $H - z = s$ anschaulicher wiedergibt als Gleichung (15). In Bild 7 ist der Schnitt durch einen Senkungstrichter einer Absenkmaßnahme an der Stelle $\varphi = 90^\circ$ dargestellt. Passt man diese Senkungskurve dem um l geneigten Grundwasserspiegelgefälle an, erhält man die Senkungskurve für den Schnitt $\varphi = 0^\circ$. Man kann nun feststellen, dass sich durch die Verbiegung der Senkungslinie eine Stelle A bildet, an der das Gefälle der Wasserspiegellinie 0 ist. Links davon ist das Gefälle auf den Brunnen zu gerichtet, rechts davon vom Brunnen weg. Mit anderen Worten: links von Punkt A fließt Grundwasser dem Brunnen zu, rechts vom Brunnen weg. Dieser markante Punkt wird Scheitelpunkt genannt und wurde bereits von FORCHHEIMER (1886) berücksichtigt. Er soll die Entfernung R_s vom Brunnen haben.

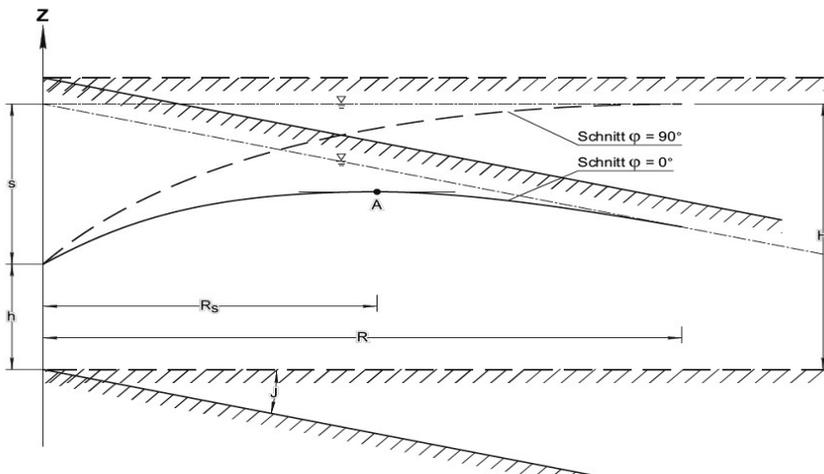


Bild 7: Ausbildung des Scheitels in einem Senkungstrichter (Schnitt $\varphi = 0^\circ$)

Es ist nun möglich, Gleichung (9) einmal zu differenzieren und an dieser Stelle mit der Ent­fernung $r = R_s$ null zu setzen. Damit ergibt sich für $\varphi = 0^\circ$:

$$z' = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m \cdot r} - l \cdot \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2} \right)$$

$$0 = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m \cdot R_s} - l \cdot \left(1 + \frac{r_0^2}{R_s^2} \right)$$

$$Q = 2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m \cdot I \cdot R_s \cdot \left(1 + \frac{r_o^2}{R_s^2} \right) \text{ (m}^3\text{/s)}$$

Die gefundene Gleichung bringt jedoch insofern keinen Fortschritt, als die Wassermenge durch eine weitere Unbekannte, nämlich die Scheitelfernung R_s ausgedrückt ist. Dieses Ergebnis ist ebenfalls schon hinlänglich aus der Literatur bekannt [WIEDERHOLD (1961), POLUBARINOVA-KOCHINA (1962) BAER (1972)].

Mit diesem nun grundlegenden Problem, die Größe R_s festzulegen, haben sich schon viele Autoren befasst. SMREKER (1914) und in neuerer Zeit z.B. WIEDERHOLD (1961) suchten eine Lösung darin, den Scheitelabstand R_s durch eine Vielzahl von Grundwassermessstellen zu fixieren oder ihn aus der Förderwassermenge zurückzurechnen. Von der Ungenauigkeit abgesehen, mit der diese Größe wegen der geringen Wasserspiegelneigung eingemessen werden kann, erlaubt es diese Lösung nur, bereits ausgeführte Grundwasserabsenkungen zu erfassen, nicht aber geplante Maßnahmen vorauszurechnen. HOLLER (1929) und mit ihm in neuerer Zeit BOSOLD (1966) treffen die Näherung, dass der Wasserspiegel an der Stelle $r = R_s$ die Höhe $z = H$ hat und R_s mit R identisch ist.

Um nun zu einer Lösung zu kommen, wurden in Bild 8 Senkungstrichter, die von einer gemeinsamen Wasserspiegellhöhe am Brunnenrand ausgehen und in Bild 9 solche mit einer konstanten Reichweite, aber unterschiedlicher Trichterneigung, im semilogarithmischen Maßstab dargestellt. Sie werden dadurch zu einer Geraden entzerrt.

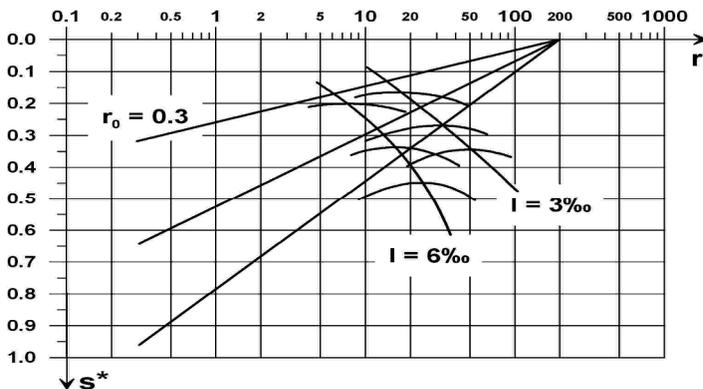
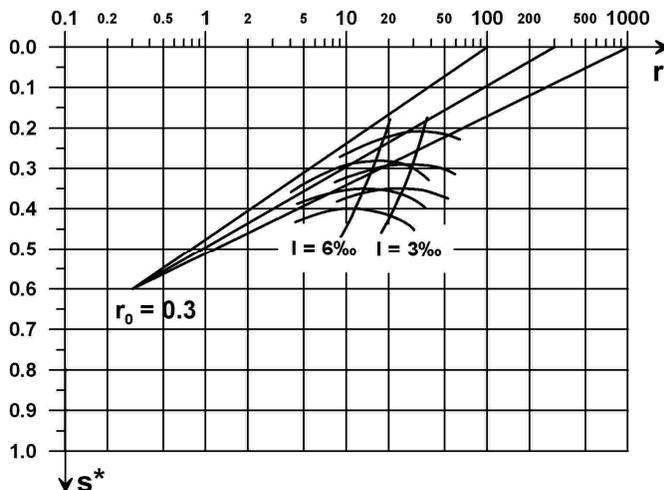


Bild 8: Scheiteländerung für den Fall $R = \text{const}$; $s^* \neq \text{const}$

Bild 9: Scheiteländerung für den Fall $R \neq \text{const}$; $s^* = \text{const}$

Zu jedem dieser Senkungstrichter wurde anschließend durch Abtrag der Größen $I \cdot \left(r + \frac{r_0^2}{r} \right)$

der Scheitelabstand R_s konstruiert.

Um die Aussage etwas zu verallgemeinern, wurden zwei Wasserspiegelgefälle berücksichtigt, und zwar eines von $I = 3 \text{ ‰}$ und eines von $I = 6 \text{ ‰}$. Die so erhaltenen Scheitelentfernungen wurden durch eine Linie verbunden. Folgende drei interessante Ergebnisse können abgelesen werden:

- Die Scheitelentfernung vom Brunnen nimmt mit kleiner werdendem Wasserspiegelgefälle I zu.
- Mit zunehmender Reichweite – bei konstant gehaltener Absenkung – nimmt die Scheitelentfernung ab.
- Die Scheitelentfernung nimmt mit steiler werdendem Senkungstrichter zu.

Zur Interpretation der Ergebnisse ist Folgendes zu berücksichtigen:

$$Q = 2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m \cdot I \cdot R_s$$

$$Q = \frac{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m \cdot \Delta s}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

d.h. $I \cdot R_s = \frac{\Delta s}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$, wobei $\Delta s / \ln \frac{r_2}{r_1}$ das Spiegelgefälle des Senkungstrichters ist. Nimmt man

zunächst an, dass das Grundwasserspiegelgefälle I konstant ist, so muss sich bei einer Verflachung des Senkungstrichters die Scheitelreichweite verkleinern, wenn die Gleichung weiter gelten soll. Bei einer Vergrößerung des Gefälles I und einer Konstanz der Scheitelentfernung muss sich dementsprechend der Senkungstrichter versteilen.

Das heißt also, dass die Scheitelentfernung "vernünftig" auf Veränderungen des Senkungstrichters oder des Wasserspiegelgefälles reagiert.

Es kann nun überlegt werden, welche Konstellation der Reichweiten und Scheitelentfernungen zu erwarten ist. Aus dem Prinzip der Energieerhaltung ist eine Konstellation zu erwarten, welche einerseits die geringste Störung des ursprünglichen Grundwasserspiegels, aber andererseits die größte Förderrate zur Folge hat. Diese ist dann gegeben, wenn die Reichweite R des Senkungstrichters dem Ausdruck $R_s \cdot \left(1 + \frac{r_o^2}{R_s^2}\right)$ gleich ist. Dann ist nämlich die Förder-

wassermenge am größten und die Reichweite am geringsten. Die Möglichkeit einer noch kleineren Reichweite ist unrealistisch, da dann die Scheitelentfernung größer wäre als die Reichweite.

Es kann nun gezeigt werden, dass man zu dem gleichen Ergebnis kommt, wenn man annimmt, dass das zweite Glied der Gleichung 10 nicht zu einer Verschwenkung des Senkungstrichters führt, sondern zu einer Verzerrung der Reichweiten. Man kann sich das so vorstellen, dass das infolge des Wasserspiegelgefälles I zuströmende Wasser den Senkungstrichter auf der Oberstromseite gleichsam auf den Brunnen zuschiebt und auf der Abstromseite vom Brunnen wegzieht. Setzt man in Gleichung 10 den für Q gefundenen Ausdruck ein, wobei der Term $R_s \cdot \left(1 + \frac{r_o^2}{R_s^2}\right)$ mit a bezeichnet wird und betrachtet den Schnitt $\varphi = 0^\circ$, in dem $r = R_{\text{unten}}$ sein soll und an dieser Stelle $z_2 = H$, so ergibt sich für $r = r_o$ und $z_1 = h_o$ aus Gleichung (10):

$$\begin{aligned} H - h_o &= \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m} \cdot \ln \cdot \frac{R_{\text{unten}}}{r_o} - I \cdot \left(R_{\text{unten}} - \frac{r_o^2}{R_{\text{unten}}} \right) \\ &= I \cdot a \cdot \ln \cdot \frac{R_{\text{unten}}}{r_o} - I \cdot \left(R_{\text{unten}} - \frac{r_o^2}{R_{\text{unten}}} \right) \end{aligned}$$

Im Schnitt $\varphi = 90^\circ$ soll die Wasserspiegellinie den gleichen Absenkbetrag $H - h_o$ haben, wobei $r = R$ ist. Durch Gleichsetzen ergibt sich (vgl. KOZENY, 1953, S. 436):

$$I \cdot a \cdot \ln \cdot R = I \cdot a \cdot \ln \cdot R_{\text{unten}} - I \cdot \left(R_{\text{unten}} - \frac{r_o^2}{R_{\text{unten}}} \right)$$

$$\text{oder: } \ln \cdot \frac{R_{\text{unten}}}{R} = \frac{R_{\text{unten}} - \frac{r_o^2}{R_{\text{unten}}}}{a}$$

Wird nun für R_{unten} der Ausdruck R_y und für a der Ausdruck R_x sowie für $\frac{r_o^2}{R^2}$ die Bezeichnung b eingeführt, so ergibt sich folgende Beziehungsgleichung:

$$\ln \cdot y = \frac{y \cdot \left(1 - \frac{b}{y^2}\right)}{x}$$

$$\text{bzw.: } x = \frac{y}{\ln \cdot y} \cdot \left(1 - \frac{b}{y^2}\right)$$

Es können nun für verschiedene Werte y die Größen x ausgerechnet und graphisch aufgetragen werden, wobei $b = 0; 0,1$ und $0,2$ werden soll. Dies ist in Bild 10 erfolgt.

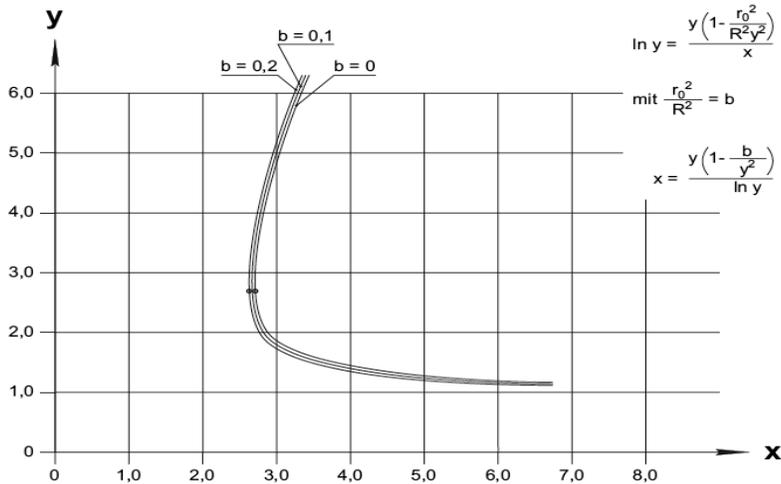


Bild 10: Beziehung zwischen der Scheitelentfernung $R_s (=xR)$ und der Reichweite $R_u (=yR)$

Die Grafik zeigt, dass es ein y gibt, für das der x -Wert ein Minimum erreicht. Es sind dies folgende Werte:

	$b = 0$	$b = 0,1$	$b = 0,2$
y	2,718	2,6807	2,611
x	2,718	2,6807	2,611

Es zeigt sich also, dass unabhängig vom Wert b stets die Größe y an der Stelle des kleinsten x -Wertes mit diesem identisch ist. Das heißt nun, dass R_u und R gleich groß sind. Man kann somit die infolge der Zuleitung des Grundwassers durch das Gefälle I verursachte Verdrückung des Senkungstrichters als so genannte virtuelle Verschiebung betrachten, welche die Beziehung offen legt, in der die Scheitelentfernung und die Reichweite R stehen. Hiermit wurde also folgende wichtige Beziehung gefunden: $a = R$

und da, wie bereits bekannt, $a = R_s \cdot \left(1 + \frac{r_0^2}{R_s^2}\right)$, ist:

$$R_s \cdot \left(1 + \frac{r_o^2}{R_s^2} \right) = R$$

Die von HOLLER und BOSOLD getroffene Annahme ist demzufolge in Wirklichkeit eine exakte Lösung, wenn die Einschränkung im Auge behalten wird, dass sie für eine Absenkung in einem isotropen Grundwasserleiter Gültigkeit hat.

Die einfache Gleichung zur Berechnung der Förderwassermenge lautet somit

$$Q = 2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m \cdot l \cdot R \quad (17)$$

Es kann nun festgestellt werden, dass die Ermittlung der Beziehung $a = R$ hätte einfacher erfolgen können, nämlich wenn an Stelle von Gleichung (10) die Gleichung (7) differenziert worden wäre:

$$\begin{aligned} z' &= \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m \cdot r} - l \\ 0 &= \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m \cdot a} - l \\ Q &= 2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m \cdot a \cdot l \quad (\text{m}^3/\text{s}) \end{aligned}$$

Auf diese Erkenntnis wird bei der Ermittlung der Scheitelentfernung im Falle eines freien Wasserspiegels zurückgegriffen.

Mit bekanntem a ist es nun möglich, die Reichweite R zu bestimmen. Es wird dazu Gleichung 2 angesetzt, welche die Absenkverhältnisse im Schnitt $\varphi = 90^\circ$ darstellt:

$$H - z = \frac{Q \cdot \ln \cdot \frac{R}{r}}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m}$$

Mit dem schon ermittelten Ausdruck für Q könnte die Gleichung gelöst werden, wenn für r und z die Wasserspiegelhöhen am Brunnen eingesetzt werden. Dabei erhebt sich aber nun die Frage, welcher von den Wasserspiegelwerten z am Brunnen einzusetzen ist, der Wasserstand h_o im Brunnen oder der Wert h , der sich als Anschlagshöhe der Wasserspiegellinie am Brunnenmantel darstellt, also an der Linie, an der Brunnenkiesfilter und Grundwasserleiter zusammentreffen. Wie schon ausgeführt, wurde bereits ausführlich nachgewiesen, dass in die DUPUIT/THIEM-Gleichung der Wert h_o einzusetzen ist.

Betrachtet man die D/T-Gleichung genauer, so kann man folgendes feststellen:

$$Q_{D/T} = \frac{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m \cdot (h_2 - h_1)}{\ln \cdot r_2 - \ln \cdot r_1} = \frac{C_1 \cdot \Delta h}{\Delta \ln \cdot r}$$

Die Wassermenge wird offensichtlich vermittels eines Wasserspiegelgefälles bestimmt. Nach den Untersuchungen o.g. Autoren ist dabei das Gesamtgefälle des Wasserspiegels zwischen äußerer Berandung ($r = R$) und dem Brunnenwasserspiegel h_o ($r = r_o$) maßgebend.

Die Höhendifferenz zwischen Brunnenwasserspiegel und Anschlagspunkt der Wasserspiegellinie am Brunnenrand ist dabei offensichtlich zur Überwindung der Strömungswiderstände am Brunnen erforderlich.

Dafür spricht die Tatsache, dass im Anfangszustand von Absenkmaßnahmen die Wasserspiegel h und h_0 nahezu identisch sind. Die Höhendifferenz $h - h_0$ ist demnach mit als Teil des Spiegelgefälles zu sehen. Gleichung (17) erfasst demgegenüber die Wassermenge durch einen bestimmten Punkt der Wasserspiegellinie, der die Entfernung a vom Brunnen hat:

$$Q = 2 \cdot \pi \cdot k \cdot m \cdot l \cdot a = C_2 \cdot a$$

Zur Ermittlung der Wassermenge muss deshalb die tatsächliche Wasserspiegellinie herangezogen werden. Diese beginnt mit der Höhe $z = h$ am Brunnenrand. Würde von h_0 ausgegangen werden, würde sich durch die dadurch bedingte Verschiebung der Wasserspiegellinie nach unten eine zu große Reichweite ergeben, d.h. es würde eine Reichweite zu einer in Wirklichkeit nicht vorhandenen Absenkung des Wasserspiegels ermittelt. Hiermit ist die Frage nach der Größe von z in der Bestimmungsgleichung geklärt. Für den Radius r am Brunnenrand ist dementsprechend der Halbmesser der Brunnenbohrung r_0 einzusetzen, nicht der des Filterrohres.

Die gewonnene Erkenntnis ist von grundlegender Bedeutung. Sie sagt aus, dass mit Gleichung (17) über die Gleichung (8), (9) oder (10) die Förderwassermenge und zugleich die Wasserspiegellage eines Senkungstrichters berechnet werden können, da durch den Ansatz der Höhe h am Brunnenrand der Einfluss der Strombahnenkrümmung auf die Wasserspiegellinie eliminiert wird, im Gegensatz zur ursprünglichen D/T-Gleichung, also die von der Höhe h_0 ausgehen muss. Ein anderes Problem ist die Frage, in welcher Beziehung die Höhen h und h_0 zueinander stehen, da in der Praxis in jedem Falle der Brunnenwasserspiegel h_0 bekannt ist oder vorgegeben werden kann, während der Wasserspiegel am Brunnenrand in der Regel unbekannt ist. Dieser Frage soll deshalb nach Aufstellung der noch fehlenden Gleichungen für freies Grundwasser nachgegangen werden.

Der Wert h kann nun zusammen mit der Reichweite $r = r_0$ und dem für die Wassermenge Q gefundenen Ausdruck in die Gleichung (2) eingesetzt werden:

$$H - h = s_0 = \frac{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m \cdot l \cdot R}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m} \cdot \ln \frac{R}{r_0} = lR \cdot \ln \frac{R}{r_0}$$

$$\text{oder: } \frac{H - h}{R \cdot l} + \ln r_0 = \ln R \quad (18)$$

$$\text{bzw.: } \frac{s_0}{R \cdot l} + \ln r_0 = \ln R \quad (19)$$

Aus diesen Gleichungen kann durch Iteration die Reichweite R bestimmt werden.

Zum Beweis der Richtigkeit der Beziehung $R_s \left(1 + \frac{r_0^2}{R_s^2} \right) = a = R$ soll folgendes Beispiel berechnet werden:

$$r_0 = 0,4 \text{ bzw. } 20,0 \text{ m; } \quad R = 100,0 \text{ m; } \quad l = 3 \text{ ‰}$$

Für den Fall $r_o = 0,4$ kann der Einfluss der Wasserspiegelvernebung im Brunnen vernachlässigt werden. Damit ist $R = R_s = 100,0$ m und es ergibt sich folgende Absenkung:

$$s_{o(0,4)} = R \cdot l \cdot \ln \frac{R}{r_o} = 100,0 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \ln \frac{100}{0,4} = 1,656 \text{ (m)}$$

$$Q = 2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m \cdot l R_s = 2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m \cdot l \cdot 100 \text{ (m}^3/\text{s)}$$

Für den Fall $r_o = 20,0$ m hat die Absenkung an der Stelle $s = s_{o(20)}$ diese Größe:

$$s_{o(20)} = R l \ln \frac{R}{20,0} = 100,0 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \ln \frac{100}{20,0} = 0,483 \text{ (m)}$$

Für die Randbedingungen $s_1 = 0,483$; $r_1 = 20,0$ und $r_2 = R = 100,0$; $s_2 = 0$ ist nun die Scheitelfernung R_s zu bestimmen. Hierzu wird Gleichung (3) für den Schnitt $\varphi = 90^\circ$ zunächst allgemeingültig angeschrieben und dann nach R_s aufgelöst.

$$s_1 - s_2 = l \cdot R_s \cdot \left(1 + \frac{r_o^2}{R_s^2} \right) \ln \frac{r_2}{r_1}$$

$$R_s^2 - \frac{R_s \cdot (s_1 - s_2)}{l \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} + r_o^2 = 0$$

$$R_{s \frac{1}{2}} = \frac{s_1 - s_2}{2 \cdot l \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} \left(- \sqrt{\left(\frac{s_1 - s_2}{2 \cdot l \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} \right)^2 - r_o^2} \right) \text{ (m)}$$

Mit den angegebenen Werten wird damit erhalten:

$$R_s = \left(\frac{0,483}{2 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \frac{100,0}{20,0}} \right) + \sqrt{\left(\frac{0,483}{2 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \frac{100,0}{20,0}} \right)^2 - 20,0^2} = 95,86 \text{ (m)}$$

Mit diesem Wert kann über Gleichung (17) folgende Förderwassermenge berechnet werden:

$$Q = 2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m \cdot l \cdot \left(R_s + \frac{r_o^2}{R_s} \right) = 2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m \cdot l \cdot \left(95,86 + \frac{20,0^2}{95,86} \right) = 2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m \cdot l \cdot 100 \text{ (m}^3/\text{s)}$$

Es zeigt sich, dass die beiden Wassermengen erwartungsgemäß gleich groß sind. Demnach sind die beiden Gleichungen zur Erfassung der Förderwassermenge gleichwertig bzw. es ist, da die übrigen Faktoren der Gleichungen identisch sind, wie bereits bewiesen:

$$a = R = R_s \cdot \left(1 + \frac{r_o^2}{R_s^2} \right)$$

Die allgemein gültigen Gleichungen der Gleichungen (8), (9) und (10) können nun auch angegeben werden. Sie lauten:

$$H - z = IR \cdot \ln \frac{R}{r} + l \cdot \cos \cdot \varphi \cdot \left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) \quad (20)$$

$$z - h = IR \cdot \ln \frac{r}{r_o} - l \cdot \cos \cdot \varphi \cdot \left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) \quad (21)$$

$$z_2 - z_1 = IR \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} - l \cdot \cos \cdot \varphi \cdot \left(r_2 - r_1 - \frac{r_o^2}{r_2} + \frac{r_o^2}{r_1} \right) \quad (22)$$

Da ferner $z = H - s$ und $h = H - s_o$, können die Gleichungen auch folgendermaßen geschrieben werden:

$$s = IR \cdot \ln \frac{R}{r} + l \cdot \cos \cdot \varphi \cdot \left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) \quad (23)$$

$$s_o - s = IR \cdot \ln \frac{r}{r_o} - l \cdot \cos \cdot \varphi \cdot \left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) \quad (24)$$

$$s_1 - s_2 = IR \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} - l \cdot \cos \cdot \varphi \cdot \left(r_2 - r_1 - \frac{r_o^2}{r_2} + \frac{r_o^2}{r_1} \right) \quad (25)$$

3.1.2.2 Die Größen R_s und R bei freiem Grundwasserspiegel

Mit den gleichen Überlegungen wie sie für gespanntes Grundwasser gemacht worden sind, soll nun für Grundwasser mit freiem Wasserspiegel die Beziehung zwischen R_s und R ermittelt werden.

Es wird von Gleichung (13) ausgegangen, da sie das Gefälle des Grundwasserspiegels offensichtlich als linearen Term erfasst. Durch Division der Gleichung mit $2H$ wird nämlich erhalten:

$$\frac{z_2^2 - z_1^2}{2 \cdot H} = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot H} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} - l \cdot (r_2 - r_1) \cdot \cos \cdot \varphi$$

Allgemein lautet die Gleichung dann, wenn der Einfluss des Brunnenwasserspiegels auf den Wasserspiegel mit berücksichtigt wird:

$$\frac{z^2}{2 \cdot H} = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot H} \cdot \ln \cdot r - l \cdot \left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) \cdot \cos \cdot \varphi$$

Bis auf die linke Seite der Gleichung ist die Gleichung mit der identisch, die für einen gespannten Grundwasserspiegel gefunden worden ist. Es wird nun versucht, auch diese Seite linear umzuformen durch folgenden Ansatz (vgl. HERTH/ARENDS, 1973):

$$z = H - s; \quad z^2 = (H - s)^2 = H^2 - 2 \cdot Hs + s^2$$

Es ist:

$$z_1^2 = H^2 - 2 \cdot H s_1 + s_1^2; \quad z_2^2 = H^2 - 2 \cdot H s_2 + s_2^2$$

$$z_2^2 - z_1^2 = H^2 - 2 \cdot H s_2 + s_2^2 - H^2 + 2 \cdot H s_1 + s_1^2$$

$$\frac{z_2^2 - z_1^2}{2 \cdot H} = s_1 - \frac{s_1^2}{2 \cdot H} - s_2 + \frac{s_2^2}{2 \cdot H}$$

Wird der Ausdruck $s - \frac{s^2}{2 \cdot H}$ mit s^* bezeichnet, so lautet dann die Gleichung:

$$s_1^* - s_2^* = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot H} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} - l \cdot \left(r_2 - \frac{r_o^2}{r_2} - r_1 + \frac{r_o^2}{r_1} \right) \cdot \cos \varphi$$

oder allgemein:

$$s^* = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot H} \cdot \ln r - l \cdot \left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) \cdot \cos \varphi$$

Betrachtet man die Gleichung genauer, so lässt sich feststellen, dass das erste Glied der Gleichung die Absenkung s^* wiedergibt, das zweite dagegen die Absenkung s , da das Glied $s^2/2H$ fehlt. Es kann nun Folgendes überlegt werden: Zur Bestimmung der Wassermenge Q muss die Gleichung einmal differenziert und an der Stelle R_s die Ableitung $s' = 0$ gesetzt werden. Aus den Berechnungen für einen gespannten Wasserspiegel hatte sich ergeben, dass der Scheitel mit der Entfernung R_s sehr weit vom Brunnen entfernt ist. Da die Absenkung dort klein ist, kann deshalb das Glied $s^2/2H$ vernachlässigt werden, so dass für diesen besonderen Fall der Ansatz gemacht werden darf:

$$s = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot H} \cdot \ln r - l \cdot \left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) \cdot \cos \varphi$$

Für Brunnen 2621 wurden für die Absenkung $s_o^* = 1,38$ bzw. $s_o = 1,46$ m in Bild (11) sowohl die Werte s als auch s^* aufgetragen, um zu zeigen, wie bereits nach einer geringen Entfernung vom Brunnen, im isotropen Fall ca. 10 m, im anisotropen ca. 30 m, die Absenkung s^* etwa gleich s ist.

$$l \cdot a \cdot \ln \frac{R}{r_o} = l \cdot a \cdot \ln \frac{R_{\text{unten}}}{r_o} - l \cdot \left(R_{\text{unten}} - \frac{r_o^2}{R_{\text{unten}}} \right)$$

Mit $R_{\text{unten}} = R \cdot y$ und $a = R \cdot x$ sowie $\frac{r_o^2}{R^2} = b$ ergibt sich daraus die schon für gespanntes Wasser erhaltene Beziehungsgleichung:

$$x = \frac{y}{\ln \cdot y} \cdot \left(1 - \frac{b}{y^2} \right)$$

Es gilt also auch bei freiem Wasserspiegel $x = y$ bzw.:

$$a = R = R_s \cdot \left(1 + \frac{r_o^2}{R_s^2} \right)$$

Es ist folglich bei freiem Grundwasserspiegel:

$$Q = 2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot H \cdot IR_s \cdot \left(1 + \frac{r_o^2}{R_s^2} \right) = 2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot H \cdot IR$$

Damit ergibt sich allgemein gültig:

$$H^2 - z^2 = 2 \cdot H \cdot IR \cdot \ln \frac{R}{r} + 2H \cdot l \cdot \cos \varphi \cdot \left[\left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) - \frac{l \cdot \cos \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r^2 - 2r_o^2 + \frac{r_o^4}{r^2} \right) \right] \quad (26)$$

$$z^2 - h^2 = 2 \cdot H \cdot IR \cdot \ln \frac{r}{r_o} - 2H \cdot l \cdot \cos \varphi \cdot \left[\left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) - \frac{l \cdot \cos \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r^2 - 2r_o^2 + \frac{r_o^4}{r^2} \right) \right] \quad (27)$$

$$z_2^2 - z_1^2 = 2H \cdot IR \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} - 2H \cdot l \cdot \cos \varphi \cdot \left[\left(r_2 - \frac{r_o^2}{r_2} - r_1 + \frac{r_o^2}{r_1} \right) - \frac{l \cdot \cos \varphi}{2H} \cdot \left(r_2^2 - r_1^2 + \frac{r_o^4}{r_2^2} - \frac{r_o^4}{r_1^2} \right) \right] \quad (28)$$

In der Regel ist der zweite Ausdruck in der eckigen Klammer sehr klein gegenüber dem ersten, so dass er vernachlässigt werden darf. Die Gleichungen vereinfachen sich dadurch wesentlich.

Zur Ermittlung der Reichweite R einer Absenkstufe kann die Absenkgleichung (26) im Schnitt $\varphi = 90^\circ$ angesetzt werden mit $z = h$ und $r = r_o$. Sie lautet dann:

$$H^2 - h^2 = 2 \cdot H \cdot IR \cdot \ln \frac{R}{r_o}$$

oder:

$$\frac{H^2 - h^2}{2 \cdot H \cdot IR} + \ln r_o = \ln R \quad (29)$$

Aus dieser Gleichung ist die Größe R iterativ zu bestimmen und damit ist dann die Möglichkeit gegeben, über eine der Gleichungen (26) bis (28) den Senkungstrichter einer bestimmten Absenkstufe ganz zu berechnen.

3.1.3 Darstellung der Wasserspiegellinien

Der einfache Aufbau der Gleichung, mit der Absenkungsmaßnahmen im gespannten Grundwasser erfasst werden, ermöglicht die Darstellung der Wasserspiegellinie auf einfache Weise.

Nach Gleichung (8) ist:

$$s = s_B - s_1 \quad s_B = \text{Absenkung durch Brunnen} \quad s_1 = \text{Absenkung infolge des Gefälles } l$$

$$s = IR \cdot \ln \cdot \frac{R}{r} - l \cdot \left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) \cdot \cos \cdot \varphi$$

Zweckmäßigerweise wird zunächst Schnitt $\varphi = 90^\circ$ betrachtet, da hier der Einfluss des Grundwassergefälles verschwindet. Werden auf der Abszisse die Reichweiten im natürlichen Logarithmus und auf der Ordinate die Absenkbeträge s_B im linearen Maßstab aufgetragen, wird die Absenkkurve zu einer Geraden entzerrt. Für beliebige Entfernungen r können dann die zugehörigen Absenkbeträge s_B abgegriffen werden. Wird nun ein beliebiger Schnitt φ betrachtet, ist wiederum zunächst der Schnitt $\varphi = 90^\circ$ darzustellen und von der Wasserspiegelgeraden die Größe $s_1 = l \left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) \cdot \cos \cdot \varphi$ abzutragen.

Bei freiem Grundwasserspiegel ist die Darstellung der Wasserspiegellinie komplizierter, da hier die Quadrate der Wasserspiegellhöhen z aufzeichnen. Man kommt aber auch in diesem Fall zu einer einfachen Darstellung der Wasserspiegellinie, wenn man an Stelle der z -Werte die Ausdrücke $H - s$ einführt. Wie in Abschnitt 3.1.1.2 gezeigt, ergibt sich damit:

$$z^2 = 2 \cdot H \cdot \left(s - \frac{s^2}{2 \cdot H} \right)$$

Setzt man für $s - \frac{s^2}{2 \cdot H}$ den Ausdruck s^* , so ergibt sich:

$$z^2 = 2 \cdot H \cdot s^* \text{ bzw. } \frac{z^2}{2 \cdot H} = s^*$$

Wird dieser Ausdruck in die Gleichungen (26) bis (28) eingesetzt, so nehmen sie folgende Form an:

$$s^* = IR \cdot \ln \cdot \frac{R}{r} + l \cdot \cos \cdot \varphi \cdot \left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) - \frac{l^2 \cdot \cos^2 \cdot \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r^2 - 2r_o^2 + \frac{r_o^4}{r^2} \right) \quad (30)$$

$$s_o^* - s^* = IR \cdot \ln \cdot \frac{r}{r_o} - l \cdot \cos \cdot \varphi \cdot \left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) + \frac{l^2 \cdot \cos^2 \cdot \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r^2 - 2r_o^2 + \frac{r_o^4}{r^2} \right) \quad (31)$$

$$s_1^* - s_2^* = IR \cdot \ln \cdot \frac{r_2}{r_1} - l \cdot \cos \cdot \varphi \cdot \left(r_2 - \frac{r_o^2}{r_2} - r_1 + \frac{r_o^2}{r_1} \right) + \frac{l^2 \cdot \cos^2 \cdot \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r_2^2 - r_1^2 + \frac{r_o^4}{r_2^2} - \frac{r_o^4}{r_1^2} \right) \quad (32)$$

Gleichung (30) hat damit folgende Form:

$$s^* = s_B - \frac{s_B^2}{2 \cdot H} + s_1 - \frac{s_1^2}{2 \cdot H}$$

Man erhält also die Wasserspiegellinie im Schnitt $\varphi = 90^\circ$ als eine Gerade, wenn man auf der Abszisse den natürlichen Logarithmus der Reichweiten und auf der Ordinate die Absenkbeiträge s^* in linearem Maßstab aufträgt. Im Schnitt φ sind von diesen Werten noch die folgenden abzutragen:

$$s^*_i = s_i - \frac{s_i^2}{2 \cdot H} = l \cdot \cos \varphi \cdot \left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) - \frac{l^2 \cdot \cos^2 \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r^2 - 2r_o^2 + \frac{r_o^4}{r^2} \right)$$

Sollen aus den graphisch ermittelten s^* -Werten die tatsächlichen Größen s_B zurückgerechnet werden, so ist dies über folgende Gleichung möglich:

$$s = H - \sqrt{H^2 - 2 \cdot H \cdot s^*} \quad (33)$$

Die Absenkung s_i hat die Größe $s_i = l \cdot \cos \varphi \cdot \left(r - \frac{r_o^2}{r} \right)$.

Im Übrigen kann Gleichung (30) auch zur Ermittlung der Reichweite R angesetzt werden, wenn im Schnitt $\varphi = 90^\circ$, $r = r_o$ und $s^* = s_o^*$ gesetzt wird:

$$\frac{s_o^*}{lR} + \ln \cdot r_o = \ln \cdot R \quad (34)$$

3.1.4 Beispiel

Es soll die Reichweite ermittelt werden, die sich mit den angegebenen Gleichungen für die dritte Absenkstufe des Pumpversuches in Brunnen 2621 ergeben würde. Aus der Darstellung in Bild 5 kann ein Wert von $R = 1280$ m abgelesen werden.

Es ist $l = 2,9 \cdot 10^{-3}$; $H = 13,15$; $r_o = 0,475$; $s_o = 1,46$.

Die Größe s_o^* ergibt sich zu 1,38 m.

Es wird Gleichung (34) angesetzt:

$$\frac{1,38}{2,9 \cdot 10^{-3} \cdot R} + \ln \cdot 0,475 = \ln \cdot R$$

Die Gleichung wird durch ein R von 90,7 m erfüllt. Es kann festgestellt werden, dass dieser Wert stark von dem abgelesenen Wert von 1280 m abweicht.

Interessehalber werden die Reichweitenwerte ermittelt, die sich aus den Reichweitengleichungen von KUSSAKIN und SICHARDT ergeben. Mit dem berechneten k_f -Wert von $1 \cdot 10^{-2}$ m/s und der Brunnenabsenkung von 2,81 m ergeben sich folgende Werte:

$$R_{\text{Kuss}} = 575 \cdot s \cdot \sqrt{k_f \cdot H} = 575 \cdot 2,81 \sqrt{1 \cdot 10^{-2} \cdot 13,15} = 585,9 \text{ m}$$

$$R_{\text{Sich}} = 3000 \cdot s \cdot \sqrt{k_f} = 3000 \cdot 2,81 \sqrt{1 \cdot 10^{-2}} = 843,0 \text{ m}$$

Auch diese Werte liegen also weit über dem Wert von 90,8 m. Es ist zu vermuten, dass die Ursache für diese Diskrepanz in der Anisotropie der Grundwasserleiter begründet liegt, die in den vorgehend abgeleiteten Gleichungen keine Berücksichtigung gefunden hat. Diesem Problem wird im Folgenden nachgegangen.

3.2 Anisotroper Grundwasserleiter

Der Untergrund ist bekanntlich in der Regel nicht aus einem einheitlichen Korngerüst aufgebaut, sondern es wechseln sedimentationsbedingt und deshalb vornehmlich in der z-Achse gut durchlässige Horizonte mit weniger durchlässigen. Auf den ungestörten Grundwasserstrom hat diese Anisotropie insofern aber einen geringen Einfluss, als diese Schichten normalerweise in ihrer Längsrichtung durchströmt werden. Dagegen ist zu erwarten, dass sie die Ausbildung eines Senkungstrichters wesentlich beeinflusst, denn dieser schneidet die einzelnen Schichtpakete unter einer bestimmten Neigung. Es ist dabei zu erwarten, dass die Senkungskurve in Bereichen gut durchlässiger Horizonte wie z.B. den Rollkiesschichten wesentlich flacher verläuft als in Bereichen weniger durchlässiger Horizonte wie z.B. in stark sandigen Kiesen. Die Anisotropie führt demzufolge zu einer Ausweitung des Senkungstrichters gegenüber einem solchen, der sich in einem Grundwasserleiter von einheitlich ausgebildeten sandigen Kiesen einstellt. Wenn daher die Berechnung der dem Brunnen aus dem Grundwasserstrom zugeführten Wassermenge oder der Reichweiten in jedem Fall brauchbare Ergebnisse liefern soll, muss die Anisotropie unbedingt Berücksichtigung finden.

3.2.1 Erscheinungsbild der Anisotropie

Die Grundwasserleiter sind in der Regel durch quartäre Schmelz- oder Flusswässer abgelagert worden. In Abhängigkeit von der Wasserführung kam dabei in den jeweiligen Sedimenthorizonten gröberes oder feineres Material zur Ablagerung, so dass somit – fast immer in vertikaler Richtung – mehr durchlässige Bodenschichten mit weniger durchlässigen wechseln. Die Mächtigkeit der einzelnen Schichten kann dabei von Grundwasserleiter zu Grundwasserleiter stark variieren. Aufmessungen in Kiesen der Münchner Schotterebene (siehe z.B. HARTEL, 1989) haben z.B. ergeben, dass die sehr durchlässigen Schichten, sog. Rollkiesschichten, jeweils eine Mächtigkeit von etwa 10 bis 15 cm erreichen, während die sandigen und dadurch weniger durchlässigen Schichten durchweg etwa doppelt so mächtig sind. In Terrassensanden der Altmühl z.B. wurde eine ähnliche Schichtenverteilung festgestellt: nur folgten hier schlufffreie Horizonte auf schluffreichere. Die folgenden potentialtheoretischen Ableitungen gehen demzufolge von einem Grundwasserleiter aus, in dem stetig Rollkiesschichten auf sandreiche Kiesschichten folgen, etwa einer Prinzregententorte vergleichbar, wie dies etwa auch KLÜBER (1975) in seiner Arbeit getan hat, im Gegensatz z.B. von NAHRGANG (1965), der seinen Untersuchungen im Wesentlichen einen zweischichtigen Grundwasserleiter zugrunde gelegt hat. Für diesen Fall haben die im Folgenden abgeleiteten Gleichungen keine Gültigkeit, da es sich hier in Wirklichkeit um zwei getrennt zu betrachtende Grundwasservorkommen handelt.

3.2.2 Analytische Erfassung der Anisotropie

Zur Berechnung der mittleren Durchlässigkeit in horizontaler Richtung k_{fH} können die sehr durchlässigen Schichtpakete mit der Durchlässigkeit k_{f1} zu einer Schicht von der Mächtigkeit d_1 vereint gedacht werden und die weniger durchlässigen mit k_{f2} zu einer Schicht d_2 . Bei einer Gesamtmächtigkeit d des Grundwasserträgers kann dann k_{fH} aus der bekannten Gleichung ermittelt werden:

$$k_{fH} = \frac{k_{f1} \cdot d_1 + k_{f2} \cdot d_2}{d} \quad (\text{m/s})$$

Beträgt $d_1 = m \%$ von d , so kann auch geschrieben werden:

$$k_{fH} = \frac{m}{100} \cdot k_{f1} + \frac{(100 - m)}{100} \cdot k_{f2}$$

$$k_{fH} = \frac{m}{100} \cdot k_{f1} + \left(1 - \frac{m}{100}\right) \cdot k_{f2}$$

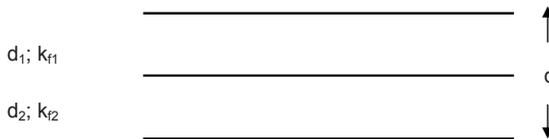


Bild D: Zweischichtsystem

Entsprechend der mittleren Durchlässigkeit in horizontaler Richtung kann auch die mittlere Durchlässigkeit für eine senkrecht zum Schichtpaket gerichtete Grundwasserströmung berechnet werden. Die Gleichung hierfür lautet:

$$k_{fV} = \frac{d}{\frac{d_1}{k_{f1}} + \frac{d_2}{k_{f2}}} = \frac{1}{\frac{m}{100 \cdot k_{f1}} + \frac{(100 - m)}{100 \cdot k_{f2}}}$$

Das Verhältnis der Größen k_{fH} und k_{fV} soll durch einen Faktor κ ausgedrückt werden, wobei sein soll:

$$\kappa^2 = \frac{k_{fH}}{k_{fV}} \quad \text{bzw.} \quad \kappa = \sqrt{\frac{k_{fH}}{k_{fV}}}$$

Der Grund, warum das Verhältnis k_{fH}/k_{fV} mit κ^2 bezeichnet wurde, wird im folgenden Abschnitt noch erläutert.

An einem Pumpversuch, der in Heimstetten bei München ausgeführt wurde, sowie an Proben und Aufmessungen einer angrenzenden Baugrube soll nun untersucht werden, in welchem Größenverhältnis die k_f -Werte zueinander stehen. In der 11,0 m tiefen Baugrube waren die dort bis auf 20 m Tiefe anstehenden würmeiszeitlichen Niederterrassenschotter aufgeschlossen. Aus dem Schichtpaket konnten die sehr durchlässigen Rollkiesschichten aufgemessen sowie entsprechende Proben per Hand entnommen werden (vgl. Kornverteilungskurven in Bild 2) mit folgendem Ergebnis:

- ca. 30% sehr durchlässige Bodenschichten
- 70% sandige Kiesschichten

Die Ergebnisse der Korngrößenanalysen sind in Bild 12 dargestellt. Nach SEILER (1973) soll nun für beide Schichtarten der k_f -Wert aus den Kornverteilungskurven ermittelt werden.

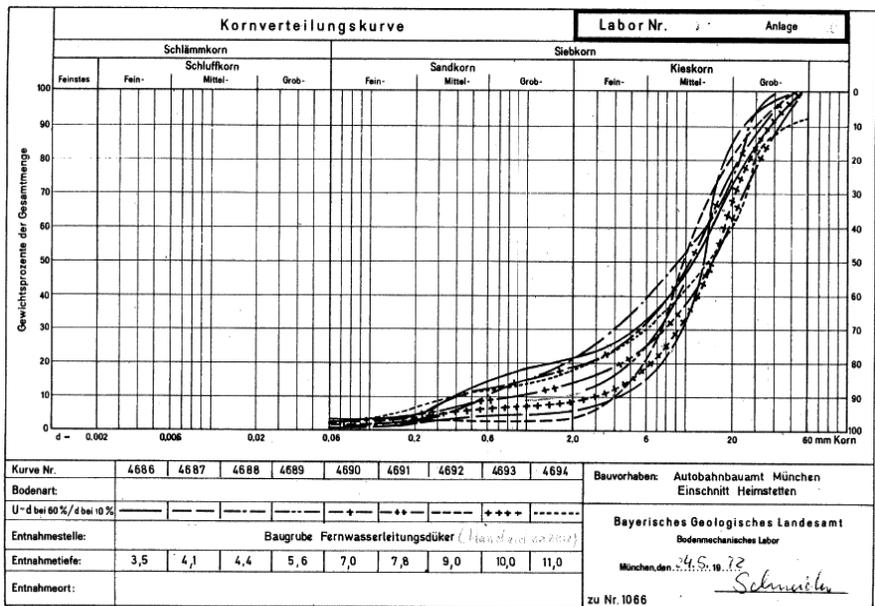


Bild 12: Kornverteilungskurven der per Hand aus der Baugrube "Fernwasserleitungsdüker" bei Heimstetten entnommenen Kiesproben

Es ist: $k_f = C \cdot d_w^2$ (cm/s), mit d_w in cm.

- Rollkiese: $d_{\text{mittel}} = d_{10\text{mittel}} = 3,0$ mm; $d_{60} = 15,0$ mm
- $U = 15/3 = 5,0 > C = 110$ (aus Bild 3)
- $k_f = 0,3^2 \cdot 110 = 10,0$ cm/s = $1 \cdot 10^{-1}$ m/s

- sandige Kiese: $d_{\text{mittel}} = 0,6 \text{ mm}$; $d_{60} = 15 \text{ mm}$
 $U = 15/0,6 = 25 > C = 100$
 $k_f = 0,06^2 \cdot 100 = 0,36 \text{ cm/s} = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$

Mit diesen k_f -Werten ergeben sich folgende k_{fH} bzw. k_{fV} -Werte:

$$k_{fH} = 0,3 \cdot 1 \cdot 10^{-1} + 0,7 \cdot 3,6 \cdot 10^{-3} = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

$$k_{fV} = \frac{1}{\frac{0,3}{1 \cdot 10^{-1}} + \frac{0,7}{3,6 \cdot 10^{-3}}} = 5,1 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

Damit wird folgender κ -Wert erhalten:

$$\kappa = \sqrt{\frac{3,2 \cdot 10^{-2}}{0,51 \cdot 10^{-2}}} = 2,46$$

Der Pumpversuch schließlich hat einen k_{fH} -Wert von $2,7 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$ ergeben (siehe Anlage 2). Es kann nun festgestellt werden, dass der aus dem Pumpversuch erhaltene Durchlässigkeitsbeiwert gut mit dem berechneten übereinstimmt. Es kann vorweggenommen werden, dass die Auswertung des Pumpversuches hinsichtlich des κ -Wertes ein $\kappa_0 = 2,39$ ergeben hat. Die Übereinstimmung mit dem aus den Kornverteilungen erhaltenen Wert ist ebenfalls sehr gut. Berechnet man außerdem noch den k_{fV} -Wert aus k_f -Wert und κ -Wert des Pumpversuches, so erhält man:

$$k_{fV} = \frac{k_{fH}}{\kappa^2} = \frac{2,7 \cdot 10^{-2}}{2,39^2} = 4,7 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

Auch dieser Wert zeigt mit dem berechneten Wert eine sehr gute Übereinstimmung.

3.2.3 Hydromechanische Grundlagen

Die Kontinuitätsgleichung einer Flüssigkeitsströmung im dreidimensionalen Raum lautet bekanntlich:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = \text{div} \cdot \mathbf{v} = 0$$

Nach dem Gesetz von DARCY ist:

$$v_x = -k_{fx} \cdot \frac{\partial s}{\partial x}; \quad v_y = -k_{fy} \cdot \frac{\partial s}{\partial y}; \quad v_z = -k_{fz} \cdot \frac{\partial s}{\partial z}$$

Werden diese Ausdrücke in die vorhergehende Gleichung eingesetzt, so ergibt sich:

$$k_{fx} \cdot \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + k_{fy} \cdot \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} + k_{fz} \cdot \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} = 0$$

- **Verzerrung in x- und y-Richtung**

Es wurde schon ausgeführt, dass die Grundwasserleiter infolge einer horizontalen Schichtung in der Regel querisotrop sind, d.h. in x- und y-Richtung sind sie durchlässiger als in z-Richtung. Das hat zur Folge, dass die Reichweiten sich in x- und y-Richtung weiter erstrecken, als dies in einem isotropen Grundwasserleiter der Fall wäre. Um also isotrope Verhältnisse zu simulieren, wie sie die Anwendung der D/T-Gleichung voraussetzt, müssen die x- und y-Größen entsprechend verzerrt, d.h. gestaucht werden.

Es wird vorausgesetzt, dass $k_{fx} = k_{fy} = k_{fh}$ ist. Der vertikale Durchlässigkeitsfaktor k_{fz} ist k_{fv} . Diese Ausdrücke in vorgehende Gleichung eingesetzt ergeben:

$$k_{fh} \cdot \frac{\partial s^2}{\partial x^2} + k_{fh} \cdot \frac{\partial s^2}{\partial y^2} + k_{fv} \cdot \frac{\partial s^2}{\partial z^2} = 0 \quad / : k_{fv}$$

$$\frac{k_{fh}}{k_{fv}} \cdot \frac{\partial s^2}{\partial x^2} + \frac{k_{fh}}{k_{fv}} \cdot \frac{\partial s^2}{\partial y^2} + \frac{\partial s^2}{\partial z^2} = 0$$

Für $\frac{k_{fh}}{k_{fv}}$ wird der bekannte Ausdruck κ^2 eingeführt (z.B. LOHR, 1969). Die Gleichung lautet dann:

$$\kappa^2 \cdot \frac{\partial s^2}{\partial x^2} + \kappa^2 \cdot \frac{\partial s^2}{\partial y^2} + \frac{\partial s^2}{\partial z^2} = 0$$

Es werden somit die x-Werte in x/κ und die y-Werte in y/κ verzerrt. Es kann gezeigt werden, dass diese Gleichung der LAPLACE-Gleichung entspricht, wenn man für $\frac{x}{\kappa} = \xi$, für $\frac{y}{\kappa} = \eta$ und für $z = \zeta$ setzt:

$$\frac{\partial s^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial s^2}{\partial \eta^2} + \frac{\partial s^2}{\partial \zeta^2} = 0$$

Wird nicht mit kartesischen Koordinaten, sondern mit Polarkoordinaten gerechnet, so ergibt sich für die Radien:

$$\sqrt{\xi^2 + \eta^2} = r' = \sqrt{\frac{x^2}{\kappa^2} + \frac{y^2}{\kappa^2}} = \frac{r}{\kappa}$$

In diesem infolge der Stauchung isotropen Grundwasserkörper ist dann $k_f = k_{fh}$.

- **Verzerrung in z-Richtung**

Eine zweite Möglichkeit, quasi isotrope Untergrundgegebenheiten zu schaffen, besteht darin, die z-Achse entsprechend zu verzerrern, d.h. zu strecken:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} + \frac{k_{fz}}{k_{fx}} \cdot \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} = 0$$

Wird $\frac{k_{fx}}{k_{fz}} \cdot z^2 = \kappa^2 \cdot z^2$ gesetzt, so ist zu erkennen, dass die z-Koordinaten um den Faktor κ vergrößert werden. Mit $x = \xi$; $y = \eta$ und $\kappa \cdot z = \zeta$ ergibt sich wieder die LAPLACE-Gleichung.

Von LOHR (1969) wurden in den Kiesen der Münchner Schotterebene umfangreiche Bohrrohrversuche ausgeführt und entsprechend ausgewertet. Er hat κ -Werte in der Größenordnung von 1-3 erhalten. Es soll nun untersucht werden, wie der Einfluss der Anisotropie in den angegebenen Gleichungen berücksichtigt werden kann.

3.2.4 Auswirkung der Anisotropie auf die Wasserspiegelliniengleichung

Es wurde festgestellt, dass bei einem isotropen Grundwasserleiter der Scheitel im Schnitt $\varphi = 0^\circ$ am Ende des Senkungstrichters liegt. Bei einer vergleichbaren Absenkung in einem quer-isotropen Grundwasserleiter mit $k_{fx} = k_{fy} = k_f$ und $k_{fz} < k_{fx}$, reicht der Senkungstrichter dagegen wesentlich weiter, wobei gesagt werden kann, dass der Grad der Anisotropie als Maß für die Reichweitenentwicklung gesehen werden kann. So hatte sich bei dem in Abschnitt 3.2.16 berechneten Beispiel, z.B. für eine Absenkung von 1,46 m ($s^* = 1,38$) am Brunnenrand für den Fall eines isotropen Grundwasserleiters ein R von 90,7 m ergeben, tatsächlich hatte sich jedoch eine Reichweite von 1280 m eingestellt. Der Senkungstrichter für beide Fälle ist in Bild 13 dargestellt. Es zeigt sich, dass für die größere Reichweite der Scheitel nicht etwa 1280 m beträgt, sondern auf ca. 60,0 m zurückgeht. Nach den Überlegungen in Abschnitt 3.1.2 war dies zu erwarten gewesen.

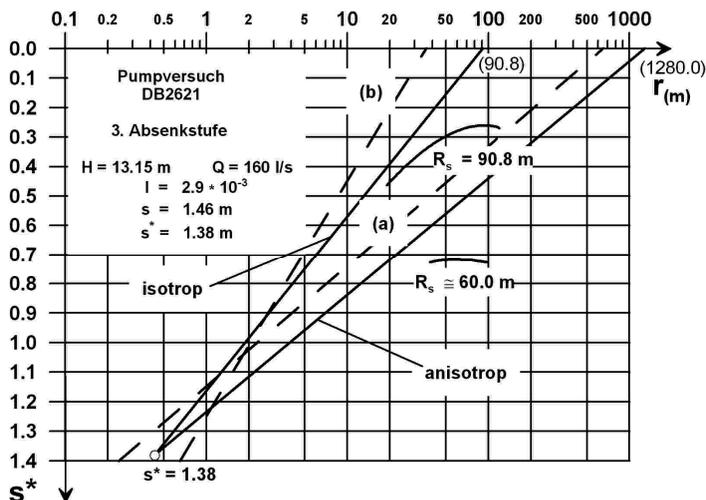


Bild 13: Auswirkungen der unterschiedlichen Berücksichtigung des κ -Wertes auf die Größe von R

Wenn es also möglich werden soll, den infolge des Einflusses der Anisotropie gegenüber dem in einem isotropen Grundwasserleiter veränderten Senkungstrichter zu erfassen, ist entweder durch eine entsprechende Korrektur der Reichweitenwerte oder der Absenkungsbeträge ein Absenktrichter zu simulieren, der sich in einem isotropen Grundwasserleiter eingestellt hätte.

Von den beiden Möglichkeiten wird die Reichweitenverzerrung gewählt, da die Größe der Förderwassermenge, siehe z.B. die Gleichungen (20) bis (22) oder (26) bis (28), u.a. über einen Reichweitenwert festgelegt ist. Nach den vorgehenden Ausführungen ist demnach folgende Korrektur vorzunehmen:

$$r_{\text{iso}} = r_{\text{aniso}} / \kappa$$

Zur Vereinfachung sollen zunächst die Reichweiten in den D/T Gleichungen der Form (1) bis (6) verzerrt werden. Gleichung (3) ändert sich damit folgendermaßen (vgl. Lohr 1969, S.372):

$$z_2 - z_1 = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m} \cdot \ln \frac{\kappa r_2}{\kappa r_1} = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot m} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Wie zu sehen ist, bleibt Gleichung (3) in ihrer ursprünglichen Form erhalten, d.h. die Verzerrung führt zu keiner Veränderung der Gleichung.

Auch der k_f -Wert behält seine Größe, da er mit dem – unveränderten – Logarithmuswert und den voraussetzungsgemäß unveränderten Absenkbeiträgen berechnet wird. Es kann somit festgestellt werden, dass die D/T-Gleichungen in der Form (1) bis (6) vom κ -Wert unbeeinflusst bleiben.

Dies ändert sich jedoch, wenn für die Förderwassermenge Q der Ausdruck $2 \cdot \pi \cdot H \cdot I \cdot k_f \cdot a$ eingeführt wird. Es ist nahe liegend, ebenfalls folgende Verzerrung vorzunehmen:

$$a = \frac{R}{\kappa}$$

Es würde sich dann aus der in Bild 13 dargestellten Wasserspiegellinie folgendes κ ergeben:

$$\kappa = \frac{R}{a} = \frac{1280}{60} = 21,33$$

Dieser Wert ist nach den Versuchsergebnissen von LOHR mit Sicherheit viel zu groß. Um dieses Problem einer Lösung zuzuführen, wurden die Reichweitenwerte mit $1/\kappa$ verzerrt, wobei für κ die Größe 2,0 gewählt wurde. Wie zu sehen ist, führt dies lediglich zu einer Anhebung der Wasserspiegellinie (Linie a) in Bild 13. Wird nun der Logarithmus der Reichweite verzerrt, erhält man eine Linie (b), die steiler verläuft als die Ausgangslinie. Es ist somit zu vermuten, dass der Logarithmus der Reichweite mit dem Wert κ geändert werden muss:

$$\ln \cdot a = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln \cdot R = \ln \cdot R^{1/\kappa}$$

$$a = R^{1/\kappa}$$

Damit würde sich folgender κ -Wert für das berechnete Beispiel ergeben:

$$\kappa = \frac{\ln \cdot R}{\ln \cdot a} = \frac{\ln \cdot 1280}{\ln \cdot 60,27} = 1,75$$

Dieser Wert liegt nun in der von LOHR angegebenen Größenordnung der κ -Werte.

Die Richtigkeit der Überlegungen soll auf der Grundlage der Theorie der konformen Abbildungen bewiesen werden. Bekanntlich wird eine parallel zur x-Achse in der z-Ebene verlaufende Strömung durch folgende Funktion in eine Senkenströmung in der Bildebene ζ überführt (vgl. BETZ 1964, S. 185, HOLZMÜLLER 1882).

$$\zeta_{\text{iso}} = e^{z_{\text{iso}}} \quad \text{bzw.} \quad z_{\text{iso}} = \ln \cdot \zeta_{\text{iso}}$$

Einem Punkt $z = r \cdot e^{i\varphi}$ entspricht dabei ein Punkt $\zeta = r_{\text{Bild}} \cdot e^{i\varphi_{\text{Bild}}}$, so dass auch ist:

$$z_{\text{iso}} = \ln \cdot (r_{\text{Bild iso}} \cdot e^{i\varphi_{\text{Bild iso}}}) = \ln \cdot r_{\text{Bild iso}} + i \cdot \varphi_{\text{Bild iso}} \quad (\text{a})$$

Wird nun die z-Ebene um den Faktor κ gestreckt, wie weiter vorne abgeleitet, so ist:

$$\zeta_{\text{aniso}} = e^{z_{\text{iso}} \cdot \kappa} \quad \text{bzw.} \quad \kappa \cdot z_{\text{iso}} = \ln \cdot \zeta_{\text{aniso}}$$

$$\text{damit} \quad z_{\text{iso}} = \frac{1}{\kappa} \ln \cdot \zeta_{\text{aniso}}$$

$$\text{oder} \quad z_{\text{iso}} = \frac{1}{\kappa} (\ln \cdot r_{\text{Bild aniso}} + i \cdot \varphi_{\text{Bild aniso}}) \quad (\text{b})$$

Durch Vergleich der Gleichungen a) und b) wird erhalten, wenn noch auf den Index "Bild" verzichtet wird:

$$\frac{1}{\kappa} \cdot \ln \cdot r_{\text{aniso}} = \ln \cdot r_{\text{iso}}$$

$$\text{bzw.} \quad \ln \cdot r_{\text{aniso}}^{1/\kappa} = \ln \cdot r_{\text{iso}}$$

$$\text{oder} \quad r_{\text{aniso}}^{1/\kappa} = r_{\text{iso}}$$

Damit ist also gezeigt, dass der Funktionswert geändert werden muss, also der Logarithmus der Reichweite, und nicht die absolute Größe, d.h. r .

Ist also der Wert κ bekannt, kann sofort der zugehörige Reichweitenterm angegeben werden.

$$\left[R_s \cdot \left(1 + \frac{r_o^2}{R_s^2} \right) \right]^{1/\kappa} = R^{1/\kappa}$$

Die Gleichungen (26) bis (28) können dann wie folgt geschrieben werden:

$$H^2 - z^2 = 2 \cdot H \cdot R^{1/\kappa} \ln \cdot \frac{R}{r} + 2 \cdot H \cdot \cos \cdot \varphi \cdot \left[\left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) - \frac{l \cdot \cos \cdot \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r^2 - 2r_o^2 + \frac{r_o^4}{r^2} \right) \right] \quad (35)$$

$$z^2 - h^2 = 2 \cdot H \cdot R^{1/\kappa} \ln \cdot \frac{r}{r_o} - 2 \cdot H \cdot \cos \cdot \varphi \cdot \left[\left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) - \frac{l \cdot \cos \cdot \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r^2 - 2r_o^2 + \frac{r_o^4}{r^2} \right) \right] \quad (36)$$

$$z_2^2 - z_1^2 =$$

$$= 2 \cdot Hl \cdot R^{1/\kappa} \cdot \ln \cdot \frac{r_2}{r_1} - 2 \cdot Hl \cdot \cos \cdot \varphi \cdot \left[\left(r_2 - \frac{r_o^2}{r_2} - r_1 + \frac{r_o^2}{r_1} \right) - \frac{l \cdot \cos \cdot \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r_2^2 - r_1^2 + \frac{r_o^4}{r_2^2} - \frac{r_o^4}{r_1^2} \right) \right] \quad (37)$$

$$s_1^* - s_2^* =$$

$$l \cdot R^{1/\kappa} \cdot \ln \cdot \frac{r_2}{r_1} - l \cdot \cos \cdot \varphi \cdot \left(r_2 - \frac{r_o^2}{r_2} - r_1 + \frac{r_o^2}{r_1} \right) + \frac{l^2 \cdot \cos^2 \cdot \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r_2^2 - r_1^2 + \frac{r_o^4}{r_2^2} - \frac{r_o^4}{r_1^2} \right) \quad (38)$$

und

$$\frac{H^2 - h^2}{2 \cdot Hl \cdot R^{1/\kappa}} + \ln \cdot r_o = \ln \cdot R \quad (39)$$

Wird für $H^2 - h^2$ wieder der Ausdruck $2H \cdot (s_1^* - s_2^*)$ eingeführt und berücksichtigt, dass $s_2^* = 0$ für $r = R$ sowie $s_1^* = s_o^*$ ist für $r_1 = r_o$, so lautet diese Gleichung im Schnitt $\varphi = 90^\circ$:

$$\frac{s_o^*}{l \cdot R^{1/\kappa}} + \ln \cdot r_o = \ln \cdot R \quad (40)$$

Wurden die Größen s_o^* und R gemessen, kann die Größe $R^{1/\kappa}$ bestimmt werden.

$$\frac{s_o^*}{l \cdot \ln \frac{R}{r_o}} = R^{1/\kappa}$$

Damit ist es dann möglich, den κ -Wert zu bestimmen. Wird dieser aus dem Versuch bestimmte Wert $R^{1/\kappa}$ mit A bezeichnet, so ist:

$$R^{1/\kappa} = A$$

$$\frac{1}{\kappa} \cdot \ln \cdot R = \ln \cdot A$$

$$\kappa = \frac{\ln \cdot R}{\ln \cdot A} \quad (41)$$

Am Beispiel der 3. Absenke in Brunnen 2621 soll dies gezeigt werden.

Es ist: $s_o^* = 1,38 \text{ m}$; $l = 2,9 \cdot 10^{-3}$; $R = 1280 \text{ m}$; $r_o = 0,475 \text{ m}$

$$\frac{1,38}{2,9 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \cdot \frac{1280}{0,475}} = R^{1/\kappa} = A = 60,24 \text{ m}$$

$$\frac{\ln \cdot 1280}{\ln \cdot 60,24} = 1,7457 = \kappa$$

$$1280^{\frac{1}{1,7457}} = 60,24 \text{ m}$$

3.3 Versickerung im Bereich des Senkungstrichters

In den vorangehenden Abschnitten war angenommen worden, dass die im Brunnen entnommene Wassermenge ausschließlich durch das Grundwassergefälle I zugeführt wird. Ist aber ein Grundwasserleiter nach oben nicht gedichtet, z.B. durch eine aushaltende Lehmdecke, dann sickert dem Senkungstrichter zusätzlich Wasser zu. Dieses zusätzliche Sickerwasser wird von dem Teil der Niederschläge gestellt, der in den Boden versickert. Diese Sickerwasser wird, wie in Abschnitt 2.2 angegeben, mit q_s bezeichnet. Sie hat die Dimension m^3/sm^2 . Nun ist es zwar so, dass das über das Gefälle I zugeführte Grundwasser in der Regel ebenfalls aus eingesickertem Niederschlagswasser gebildet wird; es wurde aber im vorausgegangenen Kapitel die Annahme getroffen, dass die an der Reichweitengrenze R ankommende Wassermenge im gesamten Bereich des Senkungstrichters konstant bleibt. Damit wurde angenommen, dass das über das Gefälle zugeführte Grundwasser außerhalb des Senkungstrichters versickert, so dass die Zusickerung innerhalb des Senkungstrichters gesondert erfasst werden muss.

3.3.1 Fehlendes Grundwassergefälle

Vereinfachend werden zunächst die Annahmen getroffen, dass der Grundwasserspiegel horizontal verläuft, so dass ein Zustrom am Rand des Senkungstrichters nicht berücksichtigt zu werden braucht, und dass der Grundwasserleiter isotrop ist. Es kann hiermit sehr anschaulich der Einfluss dieser Sickerwassermenge auf den Senkungstrichter untersucht werden. Das Ergebnis braucht dann nur noch mit dem überlagert zu werden, das für den Einfluss aus dem Grundwassergefälle I erhalten wurde. Der Nachweis für diese Möglichkeit der Überlagerung wurde ja schon in Abschnitt 3.1.1 geführt.

Im Gegensatz zum Einfluss des Grundwassergefälles I auf den Senkungstrichter wurden die Sickerwassermenge im Senkungstrichterbereich und ihr Einfluss auf die Absenkmaßnahme schon frühzeitig erfasst. Bereits FORCHHEIMER (1886) hat sich hiermit auseinandergesetzt. SCHULZE (1924) und WEBER (1928) haben dieses Problem ebenfalls durchleuchtet. Das Ergebnis ihrer Überlegungen soll der Vollständigkeit wegen im Folgenden nochmals dargelegt werden.

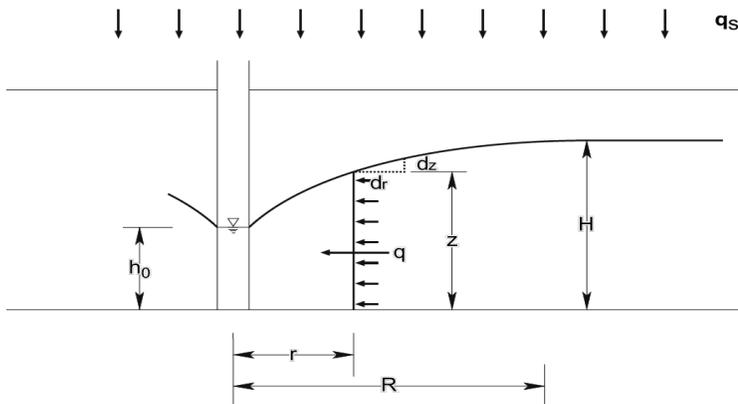
3.3.1.1 Gleichmäßiger Zufluss q_s 

Bild E: Strömungsverhältnisse bei vertikaler Zusickerung

Der Durchfluss im Zylindermantel $2 r \pi z$:

$$q_r = \pi \cdot q_s \cdot (R^2 - r^2)$$

Dieser Ausdruck wird in die Gleichung von DUPUIT/THIEM (4) eingesetzt.

$$q = F \cdot v = F \cdot k_f \cdot \frac{dz}{dr}$$

$$\pi \cdot q_s \cdot (R^2 - r^2) = 2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot r \cdot z \cdot \frac{dz}{dr}$$

$$\frac{q_s}{k_f} \cdot \left(R^2 \cdot \ln r - \frac{r^2}{2} \right) = z^2 + C$$

C wird erhalten, wenn für $r = r_0$ und $z = h_0$ gesetzt wird.

$$\frac{q_s}{2k_f} \cdot \left(2 \cdot R^2 \cdot \ln \frac{r}{r_0} - r^2 + r_0^2 \right) = z^2 - h_0^2$$

Nun treten aber wie schon im vorausgegangenen Abschnitt die Fragen auf, ob die Werte h_0 und r_0 ihre Größe behalten. Wie zu sehen ist, erfolgt die Definition der Wassermenge wie beim Gefälle I über eine Reichweite und nicht wie in der Gleichung von DUPUIT/THIEM über das Wasserspiegelgefälle. Daraus kann die Folgerung abgeleitet werden, dass die tatsächliche Wasserspiegellage berechnet werden muss, da sich sonst zu große Reichweiten ergeben würden, bedingt durch die um den Betrag $h - h_0$ tiefer liegende Wasserspiegellinie der DUPUIT/THIEM-Gleichung. Es muss also auch hier anstelle von h_0 die Größe h eingeführt werden. Damit lautet dann die Gleichung allgemein:

$$H^2 - z^2 = \frac{q_s}{2 \cdot k_f} \cdot \left(2 \cdot R^2 \cdot \ln \frac{R}{r} - R^2 + r^2 \right) \quad (35)$$

bzw.:

$$z^2 - h^2 = \frac{q_s}{2 \cdot k_f} \cdot \left(2 \cdot R^2 \cdot \ln \frac{r}{r_0} - r^2 + r_0^2 \right) \quad (36)$$

$$z_2^2 - z_1^2 = \frac{q_s}{2 \cdot k_f} \cdot \left(2 \cdot R^2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} - r_2^2 + r_1^2 \right) \quad (37)$$

$$s_1^* - s_2^* = \frac{q_s}{4 \cdot Hk_f} \cdot \left(2 \cdot R^2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} - r_2^2 + r_1^2 \right) \quad (38)$$

Aus Gleichung (36) kann die Grenzreichweite berechnet werden, wenn für $r = R$ und $z = H$ gesetzt wird:

$$H^2 - h^2 = \frac{q_s}{2 \cdot k_f} \cdot \left(2 \cdot R^2 \cdot \ln \frac{R}{r_0} - R^2 + r_0^2 \right)$$

$$\frac{(H^2 - h^2)k_f}{q_s \cdot R^2} - \frac{r_0^2}{2 \cdot R^2} + 0,5 + \ln r_0 = \ln \cdot R$$

Kann das 2. Glied der Gleichung vernachlässigt werden, da r_0 in der Regel gegen R sehr klein ist, ergibt sich die folgende einfachere Gleichung:

$$\frac{(H^2 - h^2) \cdot k_f}{q_s \cdot R^2} + 0,5 + \ln r_0 = \ln \cdot R \quad (39)$$

Mit $H^2 - h^2 = 2 \cdot H \cdot (s_0^* - s_R^*)$ wird, da $s_R^* = 0$ für $r = R$ ist, folgende Gleichung erhalten:

$$\frac{2 \cdot Hk_f \cdot s_0^*}{q_s \cdot R^2} + 0,5 + \ln r_0 = \ln \cdot R \quad (40)$$

3.3.1.2 Zufluss q_s linear zum Brunnen abnehmend

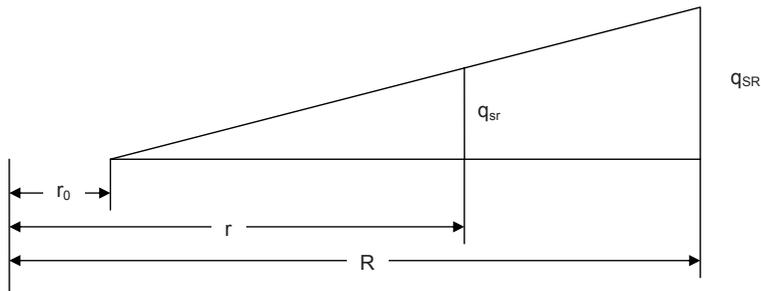


Bild F: Zum Brunnen hin abnehmende vertikale Zusickerung

Bei Pumpversuchen, die nicht allzu lange dauern, muss damit gerechnet werden, dass wegen der größeren Absenkung in Brunnennähe der durch den Absenkvorgang unterbrochene Sickerstrom von oben sich in geringerem Umfang wieder einstellt als zum Endbereich des Senkungstrichters zu. Es wird deshalb auch der Fall untersucht, dass der Sickerstrom stetig vom Rand des Senkungstrichters zu abnimmt.

$$\text{Es ist: } q_{\text{sr}} = q_{\text{SR}} \cdot \frac{r}{R}$$

$$q_r = \int_r^R 2 \cdot \pi \cdot r \cdot q_{\text{sr}} \cdot dr = 2 \cdot \pi \cdot \int_r^R q_{\text{SR}} \cdot \frac{r}{R} \cdot dr = \frac{2 \cdot \pi}{R} \cdot \int_r^R r^2 \cdot q_{\text{SR}} \cdot dr$$

$$q_r = \frac{2 \cdot \pi \cdot q_{\text{SR}}}{R} \cdot \left[\frac{r^3}{3} \right]_r^R = \frac{2 \cdot \pi \cdot q_{\text{SR}}}{3 \cdot R} \cdot (R^3 - r^3) \quad (\text{m}^3/\text{sm})$$

Dieser Ausdruck wird in die D/T-Gleichung eingesetzt:

$$2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot r z \cdot \frac{dz}{dr} = \frac{2 \cdot \pi}{3 \cdot R} \cdot q_{\text{SR}} \cdot (R^3 - r^3)$$

$$z dz = \frac{q_{\text{SR}}}{3 \cdot R \cdot k_f} \cdot \int_r^R \frac{(R^3 - r^3)}{r} \cdot dr$$

$$z^2 + C = \frac{2 \cdot q_{\text{SR}}}{3 \cdot R \cdot k_f} \cdot \left(R^3 \cdot \ln r - \frac{r^3}{3} \right)$$

Die Konstante C wird erhalten für $r = r_0$ und $z = h$:

$$\frac{2 \cdot q_{\text{SR}}}{3 \cdot R \cdot k_f} \cdot \left(R^3 \cdot \ln r_0 - \frac{r_0^3}{3} \right) - h_0^2 = C$$

und damit:

$$\frac{2 \cdot q_{\text{SR}}}{9 \cdot R \cdot k_f} \cdot \left(3 \cdot R^3 \cdot \ln \frac{r}{r_0} - r^3 + r_0^3 \right) = z^2 - h^2$$

Damit können die Gleichungen für alle Randbedingungen angegeben werden:

$$H^2 - z^2 = \frac{2 \cdot q_{\text{SR}}}{9 \cdot R \cdot k_f} \cdot \left(3 \cdot R^3 \cdot \ln \frac{R}{r} - R^3 + r^3 \right) \quad (41)$$

$$z^2 - h^2 = \frac{2 \cdot q_{\text{SR}}}{9 \cdot R \cdot k_f} \cdot \left(3 \cdot R^3 \cdot \ln \frac{r}{r_0} - r^3 + r_0^3 \right) \quad (42)$$

$$z_2^2 - z_1^2 = \frac{2 \cdot q_{\text{SR}}}{9 \cdot R \cdot k_f} \cdot \left(3 \cdot R^3 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} - r_2^3 + r_1^3 \right) \quad (43)$$

und mit $z_2^2 - z_1^2 = 2H(s_1^* - s_2^*)$:

$$s_1^* - s_2^* = \frac{q_{\text{SR}}}{9 \cdot H \cdot R \cdot k_f} \cdot \left(3 \cdot R^3 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} - r_2^3 + r_1^3 \right) \quad (44)$$

Aus den Gleichungen (41) bzw. (44) werden für $z = h$; $r = r_0$ bzw. $s_1^* = s_0^*$; $r = r_0$ und $s_2^* = 0$; $r = R$ folgende Bestimmungsgleichungen für R erhalten:

$$\frac{(H^2 - h^2) \cdot 9 \cdot k_f}{2 \cdot q_{\text{SR}} \cdot R^2} = 3 \cdot \ln \frac{R}{r_0} - 1 + \frac{r_0^3}{R^3}$$

Unter Vernachlässigung des letzten Gliedes der rechten Gleichungshälfte ergibt sich:

$$\frac{3 \cdot (H^2 - h^2) \cdot k_f}{2 \cdot q_{\text{SR}} \cdot R^2} + 0,33 + \ln r_0 = \ln R \quad (45)$$

bzw.:

$$\frac{3 \cdot s_o^* \cdot H \cdot k_f}{q_{SR} \cdot R^2} + 0,33 + \ln r_o = \ln R \quad (46)$$

Die geförderte Wassermenge hat die Größe:

$$Q = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot \frac{q_{SR}}{R} \cdot (R^3 - r_o^3) \quad (\text{m}^3/\text{s}) \quad (47)$$

3.3.1.3 Beispiele

Um zu zeigen, welcher Wasserspiegellinienverlauf mit den abgeleiteten Gleichungen erfasst wird und insbesondere, welchen Einfluss die Größen q_s bzw. k_f darauf haben, werden folgende Beispiele berechnet, wobei eine gleichmäßige Zusickerung vorhanden sein soll.

Allgemein: $s_o^* = 1,38 \text{ m}$; $H = 13,15 \text{ m}$ und im Besonderen:

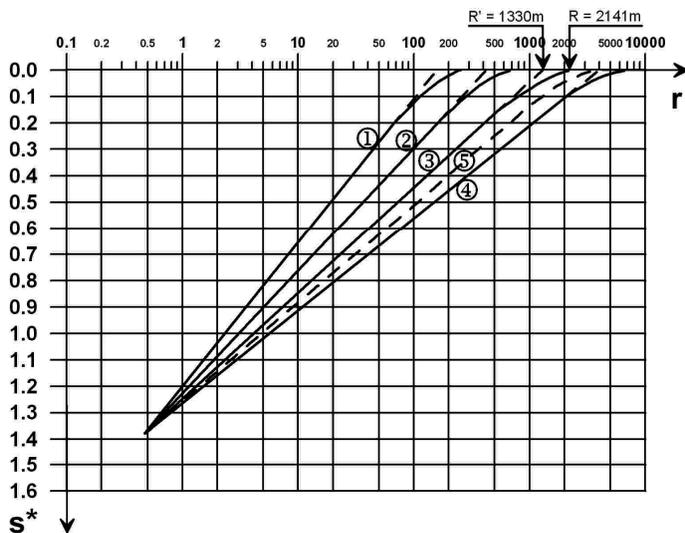
- 1.) $q_s = 1 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{sm}^2$; $k_f = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$
- 2.) $q_s = 1 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3/\text{sm}^2$; $k_f = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$
- 3.) $q_s = 1 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{sm}^2$; $k_f = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$
- 4.) $q_s = 1 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3/\text{sm}^2$; $k_f = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$
- 5.) $q_s = 1 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{sm}^2$; $k_f = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$

Mit Hilfe der Gleichung (40) werden die Reichweiten R und mit folgender Gleichung die Absenkbeträge berechnet.

$$s^* = s_o^* - \frac{q_s}{4 \cdot H \cdot k_f} \cdot \left(2 \cdot R^2 \cdot \ln \frac{r}{r_o} - r^2 + r_o^2 \right)$$

Nr.	1	2	3	4	5
R (m)	251,0 m	729,0 m	2141,0 m	6350,0 m	3595,0 m
r = 3,0	0,94	1,007	1,06	1,10	1,08
10,0	0,65	0,76	0,85	0,91	0,88
30,0	0,39	0,54	0,66	0,74	0,70
50,0	0,27	0,44	0,57	0,67	0,62
75,0	0,18	0,36	0,50	0,60	0,55
100,0	0,12	0,30	0,45	0,56	0,50
150,0	0,044	0,22	0,38	0,5	0,44
200,0	0,008	0,17	0,33	0,45	0,39
300,0		0,09	0,26	0,39	0,32
400,0		0,05	0,21	0,35	0,28
500,0		0,02	0,17	0,31	0,24
600,0		0,005	0,12	0,26	0,19
700,0		0,002	0,08	0,22	0,15
900,0			0,065	0,21	0,13
1000,0			0,018	0,15	0,07
1500,0			0,002	0,11	0,04
2000,0					0,016
2500,0				0,055	0,004
3000,0				0,025	
4000,0				0,0075	
5000,0					

Die berechneten Senkungstrichter sind in Bild 14 im semilogarithmischen Maßstab dargestellt.



$s_0^* = 1.38 \text{ m}; H = 13.15 \text{ m}$

Versuchs- kurve }	①	$q_s = 1 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{sm}^2; k_f = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$	$\sim (R = 251\text{m})$
	②	$q_s = 1 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3/\text{sm}^2; k_f = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$	$\sim (R = 729\text{m})$
	③	$q_s = 1 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{sm}^2; k_f = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$	$\sim k_f = 1.108 \cdot 10^{-2} \text{ m/s} (R = 2141\text{m})$
	④	$q_s = 1 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3/\text{sm}^2; k_f = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$	$\sim (R = 6350\text{m})$
	⑤	$q_s = 1 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3/\text{sm}^2; k_f = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$	$\sim (R = 3595\text{m})$

Bild 14: Einfluss unterschiedlicher q_s - und k_f -Werte auf den Senkungstrichter

3.3.1.4 Folgerungen

Die Rechenbeispiele lassen Folgendes erkennen:

- 1.) Die Wasserspiegellinien verlaufen bis nahe an die Reichweitengrenze geradlinig und biegen dann nach außen ab, d.h. sie sind im Endbereich nach außen gekrümmt.
- 2.) Mit abnehmender Sickerrate verlaufen die Spiegellinien flacher.
- 3.) Mit zunehmender Durchlässigkeit und gleichbleibender Sickerrate verlaufen die Wasserspiegellinien ebenfalls flacher.

Bei den berechneten Beispielen ist hinsichtlich der Realität allerdings die Einschränkung zu machen, dass große Sickerraten und kleine Wasserwegsamkeiten wie etwa bei Beispiel 1 in der Natur nicht realistisch sind, wohingegen die Beispiele 2 bis 5 plausibel sind.

Zu einem Punkt ist noch Stellung zu nehmen, und zwar ist es die Größe sowie die Bestimmung des k_f -Wertes. Die berechneten Beispiele haben gezeigt, dass die Wasserspiegellinie vom Verhältnis q_s/k_f bestimmt wird. Der Durchlässigkeitsbeiwert hat demnach einen wesentlichen Einfluss auf die Wasserspiegellage des Senkungstrichters. Seiner Berechnung werden die D/T-Annahmen und Rechenansätze zu Grunde gelegt. Es wird somit wie bei den D/T-Gleichungen von einem k_f -Wert ausgegangen, der einem horizontalen Fließvorgang entspricht. Beide k_f -Werte sind somit identisch.

Zur Berechnung des k_f –Wertes aus einer Absenkkurve kann die entsprechende D/T-Gleichung angesetzt werden. Am Beispiel 3 in Bild 14 wird dies gezeigt. Es ist zunächst:

$$k_f = \frac{Q \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}{2 \cdot \pi \cdot H \cdot (s_1^* - s_2^*)}$$

Aus Bild 14 wird abgelesen:

$$R = 2141,0 \text{ m}; \quad R' = 1330,0 \text{ m}$$

Die Berechnung der Wassermenge Q hat mit $R = 2141,0 \text{ m}$ zu erfolgen, die des k_f –Wertes mit $R' = 1330,0 \text{ m}$, d.h. mit der im semilogarithmischen Maßstab auch im Endbereich geradlinig ausgezogenen Absenkkurve. Es ist:

$$Q = R^2 \cdot \pi \cdot q_s = 2141,0^2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 10^{-8} = 0,144 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$k_f = \frac{0,144 \cdot \ln \frac{1330}{0,475}}{2 \cdot \pi \cdot 13,15 \cdot 1,38} = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

oder: $s_2^* = 0,3 \text{ m}$; $r_2 = 240 \text{ m}$

$$k_f = \frac{0,144 \cdot \ln \frac{240}{0,475}}{2 \cdot \pi \cdot 13,15 \cdot (1,38 - 0,3)} = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

Das heißt, mit der D/T-Gleichung kann aus dem Senkungstrichter der für den betreffenden Absenkttrichter maßgebende k_f –Wert berechnet werden. Bei bekannter Fördermenge eines Pumpversuches kann dies ohne Kenntnis der Sickerrate erfolgen. Dies ist jedoch auch mit Gleichung (40) möglich, allerdings nur bei bekannter Sickerrate:

$$k_f = \frac{(\ln \frac{R}{r_o} - 0,5) \cdot q_s \cdot R^2}{2 \cdot H \cdot s_o^*} \quad (\text{m/s})$$

Aus dem Beispiel, wobei $q_s = 1 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{m}^2$ ist, wird erhalten:

$$k_f = \frac{(\ln \frac{2141,0}{0,475} - 0,5) \cdot 1 \cdot 10^{-8} \cdot 2141,0^2}{2 \cdot 13,15 \cdot 1,38} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

Ist die Wassermenge Q in einem Pumpversuch ermittelt worden, kann auch die Größe der Sickerrate angegeben werden:

$$q_s = \frac{Q_{\text{pump}}}{R^2 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \right)$$

Auf die Ermittlung des k_f –Wertes wird noch näher in Abschnitt 3.6 eingegangen.

3.3.2 Zusickerung und geneigter Grundwasserspiegel

3.3.2.1 Isotroper Grundwasserleiter

Zur Vereinfachung des Problems wird zunächst von einem isotropen Grundwasserleiter ausgegangen. In Abschnitt 3.1.2 wurde gezeigt, dass Einflüsse verschiedener Grundwasserdargebote auf den Senkungstrichter überlagert werden dürfen. Die beiden Grundwassergegebenheiten können demnach dadurch erfasst werden, dass die entsprechenden Gleichungen überlagert werden. Die Frage ist nur, in welcher Art diese Überlagerung vorgenommen werden muss. Zur Beantwortung wird die Wassermenge betrachtet, die im Querschnitt $2 \cdot r \cdot \pi \cdot z$ durchsickert:

$$Q_i + q_s \cdot \pi \cdot (R^2 - r^2) = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot z \cdot dz/dr$$

Wie zu sehen ist, wird ein Teil der Sickerwassermenge des randlichen Zustroms von der von oben zusickernden Wassermenge ergänzt. Somit ist der Einfluss aus der Versickerung q_s zu dem aus dem Grundwassergefälle zu addieren. Zum gleichen Ergebnis kommt man, wenn man davon ausgeht, dass im Falle einer Zusickerung von oben die gleiche Wassermenge gefördert werden soll wie im Falle einer horizontalen und vertikalen Zusickerung. Das ist nur dann möglich, wenn die Absenkung im Brunnen vergrößert wird. Die Gleichungen, welche die einzelnen Grundwassereinflüsse erfassen, sind also zu addieren. Auf einen entsprechenden Ansatz von BOSOLD (1963) kann dazu verwiesen werden. Die Gleichungen (26) bis (28) und (30) sind demzufolge mit den entsprechenden (35) bis (38) bzw. (41) bis (44) zu überlagern. Damit ergeben sich die folgenden Terme:

- **Zusickerung q_s gleichmäßig**

$$H^2 - z^2 = 2 \cdot H \cdot l \cdot R \cdot \ln \frac{R}{r} + 2 \cdot H \cdot l \cdot \cos \varphi \cdot \left[\left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) - \frac{l \cdot \cos \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r^2 - 2r_o^2 + \frac{r_o^4}{r^2} \right) \right] + \frac{q_s}{2k_f} \cdot \left(2 \cdot R^2 \cdot \ln \frac{R}{r} - R^2 + r^2 \right) \quad (48)$$

$$z^2 - h^2 = 2 \cdot H \cdot l \cdot R \cdot \ln \frac{r}{r_o} - 2 \cdot H \cdot l \cdot \cos \varphi \cdot \left[\left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) - \frac{l \cdot \cos \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r^2 - 2r_o^2 + \frac{r_o^4}{r^2} \right) \right] + \frac{q_s}{2k_f} \cdot \left(2 \cdot R^2 \cdot \ln \frac{r}{r_o} - r^2 + r_o^2 \right) \quad (49)$$

$$z_2^2 - z_1^2 = 2 \cdot H \cdot l \cdot R \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} - 2 \cdot H \cdot l \cdot \cos \varphi \cdot \left[\left(r_2 - \frac{r_o^2}{r_2} - r_1 + \frac{r_o^2}{r_1} \right) - \frac{l \cdot \cos \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r_2^2 - r_1^2 + \frac{r_o^4}{r_2^2} - \frac{r_o^4}{r_1^2} \right) \right] + \frac{q_s}{2 \cdot k_f} \cdot \left(2 \cdot R^2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} - r_2^2 + r_1^2 \right) \quad (50)$$

Mit $(s_1^* - s_2^*) \cdot 2 \cdot H = z_2^2 - z_1^2$ wird ferner:

$$s_1^* - s_2^* = IR \cdot \ln \cdot \frac{r_2}{r_1} - l \cdot \cos \cdot \varphi \cdot \left[\left(r_2 - \frac{r_o^2}{r_2} - r_1 + \frac{r_o^2}{r_1} \right) - \frac{l \cdot \cos \cdot \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r_2^2 - r_1^2 + \frac{r_o^4}{r_2^2} - \frac{r_o^4}{r_1^2} \right) \right] + \frac{q_s}{4 \cdot H \cdot k_f} \cdot \left(2 \cdot R^2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} - r_2^2 + r_1^2 \right) \quad (51)$$

Aus Gleichung (49) wird die Bestimmungsgleichung für R erhalten, wenn der Schnitt $\varphi = 90^\circ$ gewählt und für $r = R$ und $z = H$ gesetzt werden:

$$H^2 - h^2 = 2 \cdot H \cdot l \cdot R \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_o} + \frac{q_s}{2 \cdot k_f} \cdot \left(2 \cdot R^2 \cdot \ln \frac{R}{r_o} - R^2 + r_o^2 \right) \\ \frac{H^2 - h^2 + \frac{q_s}{2 \cdot k_f} \cdot (R^2 - r_o^2)}{2 \cdot H \cdot IR + \frac{q_s}{k_f} \cdot R^2} + \ln \cdot r_o = \ln \cdot R \quad (52)$$

Wird an Stelle von $H^2 - h^2$ der Ausdruck $2H \cdot (s_o^* - s_R^*)$ eingeführt und berücksichtigt, dass für $r_2 = R$ die Absenkung $s_R^* = 0$ wird, so ergibt sich folgende Gleichung:

$$s_o^* + \frac{q_s}{4 \cdot H \cdot k_f} \cdot (R^2 - r_o^2) \\ IR + \frac{q_s \cdot R^2}{2 \cdot H \cdot k_f} + \ln \cdot r_o = \ln \cdot R \quad (53)$$

• **Zusicherung q_s stetig von r_o bis R zunehmend**

$$z_2^2 - z_1^2 = 2 \cdot H \cdot l \cdot R \cdot \ln \cdot \frac{r_2}{r_1} - 2 \cdot H \cdot l \cdot \cos \cdot \varphi \cdot \left[\left(r_2 - \frac{r_o^2}{r_2} - r_1 + \frac{r_o^2}{r_1} \right) - \frac{l \cdot \cos \cdot \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r_2^2 - r_1^2 + \frac{r_o^4}{r_2^2} - \frac{r_o^4}{r_1^2} \right) \right] + \frac{2 \cdot q_{SR}}{9 \cdot R \cdot k_f} \cdot \left(3 \cdot R^3 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} - r_2^3 + r_1^3 \right) \quad (54)$$

Die übrigen Gleichungen ändern sich im letzten Glied analog. Die Bestimmungsgleichung für R wird aus folgender Gleichung erhalten:

$$H^2 - h^2 = 2 \cdot H \cdot l \cdot R \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_o} + q_{SR} \cdot \frac{2}{9 \cdot R \cdot k_f} \cdot \left(3 \cdot R^3 \cdot \ln \frac{R}{r_o} - R^3 + r_o^3 \right)$$

In der Regel ist $R \gg r_o$, so dass die Größe r_o^3 vernachlässigt werden kann. Damit ergibt sich folgende Bestimmungsgleichung:

$$\frac{H^2 - h^2 + \frac{2 \cdot q_{SR} \cdot R^2}{9 \cdot k_f}}{2 \cdot H \cdot l \cdot R + \frac{2 \cdot q_s \cdot R^2}{3 \cdot k_f}} + \ln \cdot r_o = \ln \cdot R \quad (55)$$

bzw.

$$\frac{s_o^* + \frac{q_{sR} \cdot R^2}{9 \cdot H \cdot k_f}}{I \cdot R + \frac{q_{sR} \cdot R^2}{3 \cdot H \cdot k_f}} + \ln \cdot r_o = \ln \cdot R \quad (56)$$

Die geförderte Wassermenge hat folgende Größe:

$$Q = Q_l + Q_s = Q_l + \pi \cdot R^2 \cdot q_s$$

An dem schon berechneten Beispiel soll nun geprüft werden, wie sich die Reichweite ändert, wenn eine Versickerung q_s vorhanden ist.

$$s_o^* = 1,38; \quad H = 13,15; \quad I = 2,9 \cdot 10^{-3} \quad k_f = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

$$r_o = 0,475; \quad q_s = 1 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{m}^2$$

$$\frac{1,38 + \frac{1 \cdot 10^{-8} \cdot R^2}{4 \cdot 13,15 \cdot 1 \cdot 10^{-2}}}{2,9 \cdot 10^{-3} \cdot R + \frac{1 \cdot 10^{-2} \cdot R^2}{2 \cdot 13,15 \cdot 1 \cdot 10^{-2}}} + \ln \cdot 0,475 = \ln \cdot R$$

Durch Iteration wird ein $R = 90,5$ erhalten. Ohne Versickerung wurde ein $R = 90,7$ m ermittelt, d.h. bei der kleinen Reichweite spielt die Sickerwassermenge $Q_s = \pi \cdot R^2 \cdot q_s = \pi \cdot 90,5^2 \cdot 1 \cdot 10^{-8} = 2,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ keine Rolle.

Es soll nun noch zu den von BOSOLD angegebenen Gleichungen Stellung genommen werden.

- **Berücksichtigung des Wasserspiegelgefälles**

Er geht von einer Zuleitung des Grundwasserstromes $k_f \cdot H \cdot I$ auf den Brunnen aus, die ihn auf einer Breite B erfasst. Die Breite B soll $2 \cdot \pi \cdot R_s$ sein. D.h. er geht von einer Brunnenreichweite $R = R_s$ aus. Es wurde gezeigt, dass dies bei einem isotropen Grundwasserleiter keine Annahme darstellt, sondern Realität ist. (Die Änderung der Scheitelentfernung bei anisotropem Grundwasserleiter ist nicht berücksichtigt.)

- **Berücksichtigung der Versickerung**

Es wird als erste Lösung angenommen, dass von einem Bereich außerhalb des Senkungstrichters dem Entnahmetrichter Wasser aus der vertikalen Versickerung zuströmt, das der vermittels des Senkungstrichters entnommenen Menge entspricht:

$$q_s \cdot \pi \cdot R^2 = q_s \cdot \pi \cdot (R_{\text{außen}}^2 - R^2)$$

$$\text{Daraus ergibt sich } R = R_{\text{außen}} / \sqrt{2}.$$

Unter Ansatz von Gleichung 4 wird damit erhalten:

$$2 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot q_s = \frac{\pi \cdot k_f \cdot (H^2 - h_o^2)}{\ln \cdot \frac{R}{r_{o1}}}$$

$$\text{bzw.: } \ln \cdot \frac{R}{r_{o1}} = k_f \cdot \frac{(H^2 - h_o^2)}{2 \cdot q_s \cdot R^2}$$

Ein Vergleich mit Gleichung (39) zeigt, dass die Strömungsverhältnisse damit nicht exakt erfasst werden.

In einem Nachtrag zu seiner Arbeit stellt er zunächst die Gleichung auf, wie sie der vorgehenden entspricht, wobei aber als Reichweite die Reichweite $R_{\text{außen}}$ verstanden wird.

Diese setzt er folgender Gleichung gleich:

$$q_s \cdot R_{\text{außen}}^2 \cdot \pi = \frac{\pi \cdot k_f \cdot (H^2 - h_o^2)}{\ln \cdot \frac{R}{r_{o1}}}$$

Er nimmt also an, dass die gesamte zusickernde Wassermenge jetzt sowohl aus dem Trichter- wie auch dem Außenbereich kommt, dem Randbereich mit dem Umfang $2 \pi R$ zufließt und von dort durch den Brunnen entnommen wird. Aus dem Vergleich der beiden Gleichungen erhält er $R = 0,606 \cdot R_{\text{außen}}$, was dem Verhältnis $R = \frac{R_{\text{außen}}}{\sqrt{2,72}}$ entspricht. Es ist festzuhalten,

dass infolge der Beibehaltung die Unterscheidung R und $R_{\text{außen}}$ das Ergebnis nicht exakter wird.

Eine Vergleichsrechnung soll dies zeigen. Mit Gleichung (38) wurde für $q = 1 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{sm}^2$; $k_f = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$; $H = 13,15 \text{ m}$; $h = 11,69 \text{ m}$ und $r_o = 0,475 \text{ m}$ ein $R = 2141,0 \text{ m}$ erhalten. Werden in die von BOSOLD angegebene Gleichung die gleichen Ausgangswerte eingesetzt, wird ein $R = 1300 \text{ m}$ erhalten. Wird dagegen, wie in der Gleichung angegeben, ein $h_o = 10,34 \text{ m}$ eingesetzt, ergibt sich ein $R = 1720 \text{ m}$. Beide Werte sind somit in jedem Falle kleiner als diejenigen, die sich aus der streng abgeleiteten Gleichung ergeben, bedingt durch den zusätzlich berücksichtigten "Außenbereich".

- **Wasserstand h_o**

Es wurde nicht erkannt, dass zur Ermittlung der Wassermenge der Wasserstand h am Brunnenrand angesetzt werden muss, da sich andernfalls eine zu große Reichweite und damit eine zu große Wassermenge ergeben würde.

3.3.2.2 Anisotroper Grundwasserleiter

Die für den isotropen Grundwasserleiter gefundenen Gleichungen werden nun so umgeformt, dass sie auch für einen querisotropen Grundwasserleiter Gültigkeit haben. Bei dem Teil der Gleichungen, der den Einfluss aus dem Grundwasserspiegelgefälle berücksichtigt, braucht hierzu nur an Stelle des Ausdruckes R die Größe R^{1/κ_s} gesetzt werden. Eine Frage ist jedoch, wie sich der andere Teil der Gleichungen ändert, der die Versickerung im Senkstrichter erfasst.

Zunächst einmal ist daran zu erinnern (Abschnitt 2.5), dass die D/T-Gleichung die Absenkung in der richtigen Größe erfasst ($z = h$, bei $r = r_o$), wenn die Wassermenge über eine Reichweite definiert ist. Dies ist hier der Fall. Im Gegensatz zur Wassermenge, die aus dem Gefälle resultiert, hat die Anisotropie des Grundwasserleiters nur einen Einfluss auf die Größe der Sickerrate q_s . Sie ist bei einem anisotropen Grundwasserleiter kleiner zu erwarten als bei einem isotropen. Dies führt zu einer Vergrößerung der Reichweite.

Eine weitere Frage ist, ob die Radien verzerrt und so einem isotropen Grundwasserleiter "angepasst" werden müssen. Zur Klärung der Frage wird Gleichung (36) herangezogen. Als Erstes wird angenommen, dass die Reichweite größer ist als in einem isotropen Grundwasserleiter. Nach den Ausführungen in Abschnitt 3.2.3 müssen dann zur Simulierung isotroper Untergrundgegebenheiten die Radien verkürzt werden. Es ist:

$$z^2 - h^2 = \frac{q_s}{2 \cdot k_f} \cdot \left(2 \cdot \frac{R_{in}^2}{\kappa^2} \cdot \ln \cdot \frac{r_{in}}{r_{oin}} - \frac{r_{in}^2}{\kappa^2} + \frac{r_{oin}^2}{\kappa^2} \right)$$

Daraus ergibt sich:

$$\kappa^2 \cdot (z^2 - h^2) = \frac{q_s}{2 \cdot k_f} \cdot \left(2 \cdot R_{in}^2 \cdot \ln \cdot \frac{r_{in}}{r_{oin}} - r_{in}^2 + r_{oin}^2 \right)$$

Das heißt nun, wenn sich größere Radien einstellen, muss die Absenkung vergrößert werden, um die jetzt größere Wassermenge auf den Brunnen zuführen zu können. Damit würde wieder die Voraussetzung eines isotropen Grundwasserleiters gegeben sein. Verkleinert sich die Reichweite, dann lautet die Gleichung:

$$z^2 - h^2 = \frac{q_s}{2 \cdot k_f} \cdot \left(2 \cdot \kappa^2 \cdot R^2 \cdot \ln \frac{r}{r_o} - \kappa^2 \cdot r^2 + \kappa^2 \cdot r_o^2 \right)$$

$$\frac{1}{\kappa^2} \cdot (z^2 - h^2) = \frac{q_s}{2 \cdot k_f} \cdot \left(2 \cdot R^2 \cdot \ln \frac{r}{r_o} - r^2 + r_o^2 \right)$$

In diesem Fall muss die Absenkung also reduziert werden, da sonst das Gefälle für den verminderten Wasserandrang zu groß wäre. Damit ist wieder ein isotroper Grundwasserleiter vorausgesetzt. Als Ergebnis der Überlegungen kann somit festgehalten werden, dass sich die Reichweiten r wie auch die Höhen z weder vergrößern noch verkleinern würden, da sich dann sofort die Wassermengen Q_s vergrößern bzw. verkleinern würden, die dann nicht mehr dem Brunnen zugeführt werden könnten, bzw. es würde sich eine zu große Transportkapazität ergeben. Dies ist bei Q_l anders: Die Anisotropie führt bei gleicher Absenkung zu einer Vergrößerung der Reichweite und gleichzeitig zu einer Verminderung der Wassermenge Q_l . Die Anisotropie macht sich somit nur über die Veränderung des q_s -Wertes sowie des Durchlässigkeitsbeiwertes k_f bemerkbar: eine infolge der Anisotropie verursachte Verkleinerung des q_s -Wertes sowie eine Vergrößerung des k_f -Wertes führt zu einer Vergrößerung der Reichweite (siehe Beispiel in Abschnitt 3.3.1.3).

Die Gleichungen (35) bis (38) sowie (39) und (40) sind demnach in folgender Form zu schreiben, wobei noch auf Folgendes zu verweisen ist:

Es ist zu erwarten, dass der errechnete κ -Wert sich bei Berücksichtigung der vertikalen Versickerung ändern wird; er soll deshalb mit einem Index s vom anderen κ unterschieden werden.

• **gleichmäßige Zusickerung q_s**

$$H^2 - z^2 = 2 \cdot H \cdot l \cdot R^{1/\kappa_s} \cdot \ln \frac{R}{r} + 2 \cdot H \cdot l \cdot \cos \varphi \cdot \left[\left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) - \frac{l \cdot \cos \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r^2 - 2r_o^2 + \frac{r_o^4}{r^2} \right) \right] + \frac{q_s}{2k_f} \cdot \left(2 \cdot R^2 \cdot \ln \frac{R}{r} - R^2 + r^2 \right) \quad (58)$$

$$z^2 - h^2 = 2 \cdot H \cdot l \cdot R^{1/\kappa_s} \cdot \ln \frac{r}{r_o} - 2 \cdot H \cdot l \cdot \cos \varphi \cdot \left[\left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) - \frac{l \cdot \cos \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r^2 - 2 \cdot r_o^2 + \frac{r_o^4}{r^2} \right) \right] + \frac{q_s}{2 \cdot k_f} \cdot \left(2 \cdot R^2 \cdot \ln \frac{r}{r_o} - r^2 + r_o^2 \right) \quad (59)$$

$$z_2^2 - z_1^2 = 2 \cdot H \cdot l \cdot R^{1/\kappa_s} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} - 2 \cdot H \cdot l \cdot \cos \varphi \cdot \left[\left(r_2 - \frac{r_o^2}{r_2} - r_1 + \frac{r_o^2}{r_1} \right) - \frac{l \cdot \cos \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r_2^2 - r_1^2 + \frac{r_o^4}{r_2^2} - \frac{r_o^4}{r_1^2} \right) \right] + \frac{q_s}{2 \cdot k_f} \cdot \left(2 \cdot R^2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} - r_2^2 + r_1^2 \right) \quad (60)$$

$$s_1^* - s_2^* = l \cdot R^{1/\kappa_s} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} - l \cdot \cos \varphi \cdot \left(r_2 - \frac{r_o^2}{r_2} - r_1 + \frac{r_o^2}{r_1} \right) - \frac{l^2 \cdot \cos^2 \varphi}{2 \cdot H} \cdot \left(r_2^2 - r_1^2 + \frac{r_o^4}{r_2^2} - \frac{r_o^4}{r_1^2} \right) + \frac{q_s}{4 \cdot H \cdot k_f} \cdot \left(2 \cdot R^2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} - r_2^2 + r_1^2 \right) \quad (61)$$

Die Bestimmungsgleichung für die Reichweite R kann mit Gleichung (59) im Schnitt mit $\varphi = 90^\circ$ angegeben werden, wenn für $z = H$ und $r = R$ gesetzt wird:

$$\frac{H^2 - h^2 + \frac{q_s}{2 \cdot k_f} \cdot (R^2 - r_o^2)}{2 \cdot H \cdot l \cdot R^{1/\kappa_s} + \frac{q_s \cdot R^2}{k_f}} + \ln r_o = \ln R \quad (61)$$

oder für $H^2 - h^2 = 2 \cdot H \cdot (s_o^* - s_R^*)$:

$$\frac{s_o^* + \frac{q_s}{4 \cdot k_f \cdot H} \cdot (R^2 - r_o^2)}{l \cdot R^{1/\kappa_s} + \frac{q_s \cdot R^2}{2 \cdot k_f \cdot H}} + \ln r_o = \ln R \quad (62)$$

• **Zunahme der Zusickerung von r_0 bis R**

$$z_2^2 - z_1^2 = 2 \cdot H \cdot l \cdot R^{1/k_s} \cdot \ln \cdot \frac{r_2}{r_1} - 2 \cdot H \cdot l \cdot \cos \varphi \cdot \left[\left(r_2 - \frac{r_0^2}{r_2} - r_1 + \frac{r_0^2}{r_1} \right) - \frac{l \cdot \cos \varphi}{2H} \left(r_2^2 - r_1^2 + \frac{r_0^4}{r_2^2} - \frac{r_0^4}{r_1^2} \right) \right] + \frac{2 \cdot q_{SR}}{9R \cdot k_f} \left(3R^3 \ln \frac{r_2}{r_1} - r_2^3 + r_1^3 \right) \quad (63)$$

$$s_1^* - s_2^* = l \cdot R^{1/k_s} \cdot \ln \cdot \frac{r_2}{r_1} - l \cdot \cos \varphi \cdot \left[\left(r_2 - \frac{r_0^2}{r_2} - r_1 + \frac{r_0^2}{r_1} \right) - \frac{l \cdot \cos \varphi}{2 \cdot H} \left(r_2^2 - r_1^2 + \frac{r_0^4}{r_2^2} - \frac{r_0^4}{r_1^2} \right) \right] + \frac{q_{SR}}{9 \cdot H \cdot R \cdot k_f} \cdot \left(3 \cdot R^3 \cdot \ln \cdot \frac{r_2}{r_1} - r_2^3 + r_1^3 \right) \quad (64)$$

Die Bestimmungsgleichung für R kann im Schnitt $\varphi = 90^\circ$ ermittelt werden, wenn in Gleichung (63) für $z_2 = H$; $z_1 = h$; $r_2 = R$ und $r_1 = r_0$ gesetzt werden:

$$\frac{H^2 - h^2 + \frac{2 \cdot q_{SR} \cdot R^2}{9 \cdot k_f}}{2 \cdot H \cdot l \cdot R^{1/k_s} + \frac{2}{3} \cdot \frac{q_{SR} \cdot R^2}{k_f}} + \ln \cdot r_0 = \ln \cdot R \quad (65)$$

bzw.:

$$\frac{s_o^* + \frac{2 \cdot q_{SR} \cdot R^2}{18 \cdot H \cdot k_f}}{l \cdot R^{1/k_s} + \frac{2 \cdot q_{SR} \cdot R^2}{6 \cdot H \cdot k_f}} + \ln \cdot r_0 = \ln \cdot R \quad (66)$$

Hinsichtlich des Einflusses der Sickerwasserrate q_s auf die Form der Senkungslinie kann als Ergebnis umfangreicher Berechnungen die Aussage gemacht werden, dass die Krümmung im Außenbereich des Trichters erhalten bleibt. Je größer dabei die Sickerrate ist, desto stärker ist die Krümmung. Im übrigen Bereich ist sie dagegen mit der Wasserspiegellinie identisch, die ohne eine Berücksichtigung der Versickerung erhalten wird. Auf das berechnete Beispiel in Abschnitt 3.3.1.3 ist dazu zu verweisen.

Bei exakter Einmessung der Wasserspiegellinie auch im Außenbereich können damit Hinweise auf die Größe der Sickerrate erhalten werden (siehe Abschnitt 3.3.1.3). Diese Erkenntnis widerspricht den Aussagen von WIEDERHOLD (1965) und MAECKELBURG (1965), die diesen Bereich als nicht brauchbar angesehen haben.

Eine Frage ist, inwieweit bei der Überlagerung die Scheitelbildung unterstrom einen Einfluss auf die q_s -Sickerwasser-Spiegellinie hat. Bei isotropem Untergrund liegt der Scheitel an der Reichweitengrenze und alles Wasser, das in den Senkungstrichter sickert, wird dem Brunnen zugeführt. Bei anisotropem Untergrund wird ebenfalls der Senkungstrichter bis zur Reichweitengrenze berücksichtigt. Hierzu ist Folgendes zu überlegen: Die Sickerwassermenge aus q_s unterhalb des Scheitels wird dazu benötigt, die Wassermenge auszugleichen, die bei der erfolgten Absenkung durch Wasser aus dem Grundwassergefälle l zugeführt werden müsste.

Zur Erläuterung der Gleichungen fehlt ein Beispiel aus der Praxis, da keine Wasserspiegelmessungen bis in den äußeren Bereich von Absenktrichtern vorliegen. Es müssen somit Annahmen hinsichtlich einer möglichen Sickerrate getroffen und der Wasserspiegellinienvverlauf im äußeren Bereich der Absenktrichter berechnet werden. Dies wird in den folgenden Abschnitten vorgenommen, so dass hier darauf verwiesen werden kann.

3.3.2.3 Die Größe von q_s während eines Pumpversuchs

Die Größe von q_s wird bekanntlich dadurch bestimmt, dass Versuche mit einem Lysimeter ausgeführt werden. Auf diese Weise kann die Größe des vertikalen Sickerstromes erfasst werden. Da die Wasserspiegelabsenkung um einen Pumpbrunnen relativ schnell erfolgt, erhebt sich die Frage, ob z.B. ein "Ausbluten" des freigelegten Porenraumes erfolgt, so dass im Beharrungszustand ebenfalls mit einem vertikalen Grundwasserstrom gerechnet werden kann oder ob der vertikale Sickerstrom erst wieder allmählich in Gang kommen muss, in Brunnennähe wegen der größeren Absenkung später, mit zunehmender Entfernung vom Brunnen dagegen umso eher.

Wird einmal angenommen, dass der vertikale Durchlässigkeitsfaktor z.B. in der Münchner Schotterebene 10mal kleiner ist als der horizontale, kann von einem k_{fv} von etwa $6 \cdot 10^{-4}$ m/s ausgegangen werden. Bis ein Sickerstrom die Strecke von z.B. 1,0 m zurückgelegt hat, braucht er eine Zeit von 1667 Sekunden bzw. 0,46 Stunden, da ein Gefälle von 1 angesetzt werden kann. Es könnte somit davon ausgegangen werden, dass ein vertikaler Sickerstrom in der Größe von q_s stets vorhanden ist und bei der Auswertung berücksichtigt werden muss. Da nun aber bislang – wie schon ausgeführt – über die Größe der Zusickerung keine Aussagen vorliegen, müssen noch entsprechende Lysimeterversuche durchgeführt werden, wenn die von oben in den Senkungstrichter einsickernde Wassermenge zu jedem Zeitpunkt zuverlässig erfasst werden soll. Hinweise auf die Größe von q_s können aber auch - wie schon ausgeführt - aus den Endbereichen der Senkungskurven erhalten werden, wenn es gelingt, diese mittels Grundwassermessstellen zu erfassen.

3.4 Ermittlung der Wassermenge Q

Es wurde gezeigt, dass die Wassermenge Q bei fehlender Zusickerung von oben bzw. wenn sie unberücksichtigt bleibt, mit folgender Gleichung berechnet werden kann, falls der Grundwasserleiter isotrop ist:

$$Q_l = 2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot H \cdot l \cdot R = 2 \cdot \pi \cdot k_{fH} \cdot H \cdot l \cdot R \quad (\text{m}^3/\text{s}) \quad (67)$$

bzw. bei einer vorhandenen Querisotropie:

$$Q_l = 2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot H \cdot l \cdot R^{1/k} \quad (\text{m}^3/\text{s}) \quad (68)$$

Es soll nun untersucht werden, ob die Berücksichtigung einer Versickerung von oben in den Senkungstrichter zu einer Veränderung dieser Gleichungen führt. Hierzu wird die Wasserspiegelgleichung für den Schnitt $\varphi = 0^\circ$ differenziert und an der Stelle $r = R_s$ Null gesetzt. Aus Gleichung (59) ergibt sich:

$$2 \cdot z z' = \frac{Q_s}{\pi \cdot k_f \cdot r} - 2 \cdot H \cdot l \cdot \left[\left(1 + \frac{r_o^2}{r^2} \right) - \frac{l}{H} \cdot \left(r - \frac{r_o^4}{r^3} \right) \right] + \frac{q_s}{k_f} \cdot \left(\frac{R^2}{r} - r \right)$$

$$\frac{Q_l}{\pi \cdot k_f \cdot R_s} = 2 \cdot H \cdot l \cdot \left[\left(1 + \frac{r_o^2}{R_s^2} \right) - \frac{l}{2H} \cdot \left(2 \cdot R_s - \frac{2 \cdot r_o^4}{R_s^3} \right) \right] - \frac{q_s}{k_f} \cdot \left(\frac{R^2}{R_s} - R_s \right)$$

Das zweite Glied in der eckigen Klammer kann vernachlässigt werden, so dass ist:

$$Q_l = 2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot H \cdot l \cdot R_s \cdot \left(1 + \frac{r_o^2}{R_s^2} \right) - \pi \cdot R_s \cdot q_s \cdot \left(\frac{R^2}{R_s} - R_s \right)$$

$$Q_l = 2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot H \cdot l \cdot R - \pi \cdot q_s \cdot (R^2 - R_s^2)$$

$$\text{Da } R_s: \left(1 + \frac{r_o^2}{R_s^2} \right) = R = R_s + \frac{r_o^2}{R_s} \approx R_s$$

ergibt sich:

$$Q_l = 2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot H \cdot l \cdot R$$

Der Ausdruck zur Berechnung der Wassermenge ändert sich also nicht.

Damit hat die Gesamtwassermenge folgende Größe:

$$Q = 2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot H \cdot l \cdot R + R^2 \cdot \pi \cdot q_s = 2 \cdot \pi \cdot k_{fH} \cdot H \cdot l \cdot R + R^2 \cdot \pi \cdot q_s \quad (69)$$

bzw.:

$$Q = 2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot H \cdot l \cdot R^{1/K_s} + R^2 \cdot \pi \cdot q_s \quad (70)$$

Im Folgenden soll untersucht werden, wie die Zuführung dieser Wassermengen in den Brunnen erfolgt.

Folgendes Beispiel wird berechnet:

$$Q = 0,160 \text{ m}^3/\text{s}; \quad H = 13,15 \text{ m}; \quad l = 2,9 \cdot 10^{-3}; \quad s_o^* = 1,38 \text{ m}; \quad k_f = 1,108 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

$$r_o = 0,475 \text{ m}, \quad R = 1280 \text{ m (aus Pumpversuch)}$$

Zunächst wird angenommen, dass $q_s = 0$ ist.

$$A = R^{1/\kappa} = \frac{s_o^*}{l \cdot \ln \frac{R}{r_o}} = \frac{1,38}{2,9 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \frac{1280}{0,475}} = 60,24 \quad (\kappa = 1,746)$$

$$Q = 2 \cdot \pi \cdot 1,108 \cdot 10^{-2} \cdot 13,15 \cdot 2,9 \cdot 10^{-3} \cdot 60,24 = 0,160 \text{ m}^3/\text{s}$$

Nun wird der gekrümmte Endbereich der Wasserspiegellinie berücksichtigt. Da sein Verlauf nicht eingemessen worden ist, muss q_s als bekannt vorausgesetzt werden. Im vorliegenden Beispiel wird die Sickerrate zu $1 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{sm}^2$ angesetzt. Sie soll im Bereich des Senkungstrichters konstant sein. Die Berechnung des Wasserspiegels erfolgt mit Gleichung (61), die der Reichweite R iterativ aus folgender Beziehung:

$$\frac{Q - q_s \cdot \pi \cdot R^2}{2 \cdot \pi \cdot H \cdot l \cdot k_f} = A_l = \frac{s_o^* - \frac{q_s \cdot R^2}{2 \cdot H \cdot k_f} \cdot \left(\ln \frac{R}{r_o} - 0,5 \right)}{l \cdot \ln \frac{R}{r_o}}$$

Das Gleichungssystem wird mit einem R von 1700 m erfüllt. Der Wert s_{os^*} , das ist der Absenkbetrag infolge der Versickerung q_s , ergibt sich für $r_2 = 1700 \text{ m}$, $r_1 = 0,475 \text{ m}$ und $s_2^* = 0$ zu 0,76 m aus Gleichung (38) und die Scheitelfernung A_l hat folgende Größe:

$$A_l = R^{1/\kappa_s} = \frac{0,160 - 1 \cdot 10^{-8} \cdot \pi \cdot 1700^2}{2 \pi \cdot 13,15 \cdot 2,9 \cdot 10^{-3} \cdot 1,108 \cdot 10^{-2}} = 26,068 \text{ m} \quad (\kappa_s = 2,2812!)$$

Damit ist:

$$Q_l = 2 \pi \cdot 13,15 \cdot 2,9 \cdot 10^{-3} \cdot 1,108 \cdot 10^{-2} \cdot 26,068 = 0,0692 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_s = R^2 \cdot \pi \cdot q_s = 1700^2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 10^{-8} = 0,0908$$

$$Q = 0,00692 + 0,0908 = 0,160 \text{ m}^3/\text{s}$$

Zur Darstellung der Wasserspiegellinie bis $R = 1700 \text{ m}$ wurden folgende Wertepaare berechnet:

r	0,475	1,0	10	50	100	200	300	400	500
s*	1,38	1,250	0,848	0,5667	0,4456	0,325	0,255	0,2059	0,1684
							600	800	1200
							0,138	0,093	0,036

Die Wasserspiegellinie sowie der graphisch ermittelte Wert A_l sind in Bild 15 dargestellt. Es zeigt sich, dass die Wasserspiegellinie, die ohne Berücksichtigung der vertikalen Versickerung erhalten wird ($R = 1280 \text{ m}$), von s_o^* bis $s^* = 0,1$ identisch ist mit der unter Berücksichtigung von q_s erhaltenen.

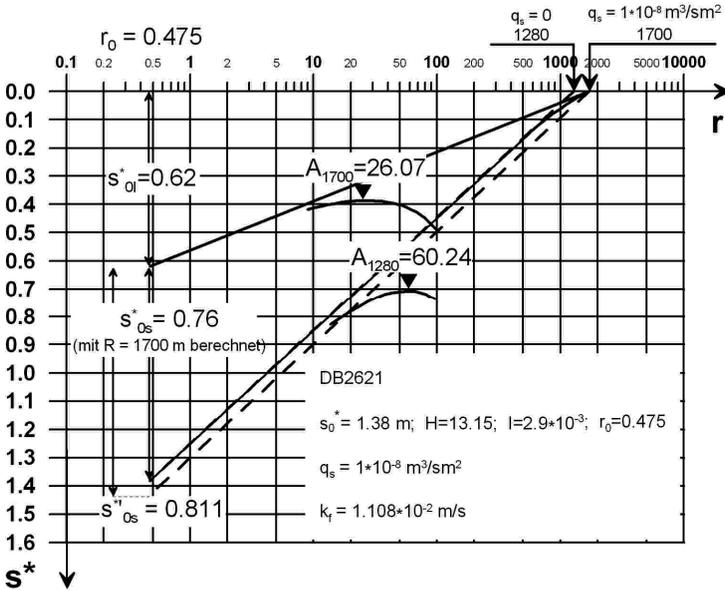


Bild 15: Aufschlüsselung des Senkungstrichters in den Wasserentnahmeanteil aus Gefälle und Sickerrate

Ist demnach nur der wesentliche Bereich der Wasserspiegellinie von Interesse, so kann nach diesen Untersuchungen genügend genau von einem linearen Verlauf der Wasserspiegellinie im äußeren Endbereich in der semilogarithmischen Darstellung ausgegangen werden. Es ist dann $q_s = 0$.

Aus den Berechnungen ist zu ersehen, dass die Förderwassermenge also am schnellsten erhalten wird, wenn ein geradliniger Verlauf des im semilogarithmischen Maßstab dargestellten Senkungstrichters bis $s^* = 0$ zu Grunde gelegt wird und demzufolge $q_s = 0$ gesetzt wird. Konnte dagegen die Wasserspiegellinie im Endbereich eingemessen werden, kann q_s ermittelt werden (siehe Abschnitt 3.6). Dann kann die Entnahmewassermenge auch aufgeschlüsselt werden in ihre Anteile Q_l und Q_s .

Der Vollständigkeit halber soll auch noch die Möglichkeit angegeben werden, wie die Wassermenge Q_s auch ohne Ermittlung der Sickerrate q_s bestimmt werden kann. Infolge der Krümmung der Wasserspiegellinie im Endbereich ($R = 1700,0$ m) wird gegenüber einem geradlinigen Spiegelverlauf an der Stelle $r = r_0$ eine zu geringe Absenkung erhalten. Verschiebt man die Absenkkurve parallel zu ihrem geradlinigen Verlauf (im semilogarithmischen Maßstab) durch den Punkt $r = R = 1700,0$ m, so ergibt sich eine größere Absenkung (siehe Bild 15). Bei obigem Beispiel wird ein s_{0s}^* von $0,811$ m erhalten an Stelle der ursprünglichen Absenkung von $s_{0s}^* = 0,76$ m. Die weitere Berechnung erfolgt mit Hilfe der D/T-Gleichung.

$$\text{Es ist: } R^{1/k_s} = \frac{0,811}{2,9 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \frac{1700}{0,475}} = 34,176 \text{ m}$$

$$Q_s = 34,176 \cdot 2\pi \cdot 13,15 \cdot 2,9 \cdot 10^{-3} \cdot 1,108 \cdot 10^{-2} = 0,09073 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{bzw.: } Q_s = R^2 \cdot \pi \cdot q_s = 1700^2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 10^{-8} = 0,09079 \text{ m}^3/\text{s}$$

Die Wassermenge hat also die gleiche Größe. Damit ist es auch möglich, bei bekannter Reichweite die Sickerate q_s aus diesem Gleichungssystem zu berechnen.

Ein interessanter Fall ist noch zu untersuchen, der sich ergibt, wenn der Scheitel der Absenkung in den Bereich des Brunnens fällt, d.h. wenn $R_s \leq r_o$ ist. Dies ist der Fall, wenn die Brunnenabsenkung $s_{Br} \leq r_o \cdot l$ ist.

Wird mit r_i der Abstand der Zustromgrenze zur Brunnenachse bezeichnet, wobei $s_{Br}/l = r_i$, dann hat die Förderwassermenge die Größe $Q = 2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot H \cdot l \cdot r_i$. Die Berechnung von Q unterscheidet sich damit nicht von dem Fall $R_s \geq r_o$. Dieser Fall ist von BERGMANN (1970) näher untersucht worden. Er hat jedoch für die Praxis keine Relevanz wegen der geringen Absenkungsbeträge, die in diesem Fall auftreten.

Beispiel: $l = 3 \cdot 10^{-3}$; $r_o = 0,5 \text{ m}$; $\Delta h = r_o \cdot l = 0,5 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 1,5 \text{ mm}$
 oder $l = 3 \cdot 10^{-3}$; $r_o = 15,0 \text{ m}$; $\Delta h = 4,5 \text{ cm}$ (Baugrube)

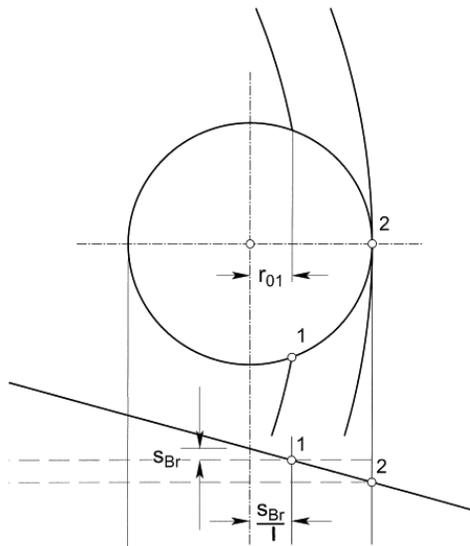


Bild G: Zustromgrenze für $s_{Br} \leq r_o$

3.5 Einzugsbreite

Vor allem im Hinblick auf die mögliche Zuführung von kontaminiertem Grundwasser zu einem Brunnen ist die Frage von Interesse, auf welche Breite der Grundwasserstrom einem Brunnen zugeführt wird. Hierzu muss die Stromliniengleichung aufgestellt werden, die entlang der Einzugsbreite verläuft (siehe KOZENY, 1953, S. 435 und ff.). Außerhalb dieser Einzugsbreite laufen die Stromlinien am Brunnen vorbei.

Zur Ermittlung der Stromliniengleichung kann von der in Abschnitt 3.1.2.2 angegebenen Gleichung für s^* ausgegangen werden, da zu erwarten ist, dass diese markante Stromlinie in der Praxis verhältnismäßig nahe am Brunnen verläuft, also nicht im Randbereich, so dass die aus der Berücksichtigung der Versickerung sich ergebende Reichweitenvergrößerung keine Rolle spielt. Ferner ist die Trennung des geförderten Wassers in die Anteile aus der Zuleitung durch das Grundwasserspiegelgefälle und der Versickerung von Oberflächenwasser im Trichterbereich innerhalb der Einzugsbreite nicht erforderlich. Es kann somit von der folgenden Gleichung ausgegangen werden:

$$k_f s^* = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot H} \cdot \ln \cdot \pi - k_f \cdot l \cdot \left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) \cdot \cos \varphi$$

Diese Gleichung kann bekanntlich (siehe KOZENY, 1953) als der reelle Bestandteil eines komplexen Potentials aufgefasst werden:

$$Z = \phi + i \cdot \psi = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot H} \cdot \ln \zeta - k_f \cdot l \cdot \left(\zeta - \frac{r_o^2}{\zeta} \right)$$

$$\text{Mit } \zeta = x + i \cdot y \text{ bzw. } \zeta = \ln \cdot r + i \cdot \hat{\varphi}$$

lautet dann die Gleichung:

$$Z = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot H} \cdot (\ln \cdot r + i \cdot \hat{\varphi}) - k_f \cdot l \cdot \left(x + i \cdot y - \frac{r_o^2}{x + i \cdot y} \right)$$

Durch Erweiterung des letzten Gliedes mit $x - i \cdot y$ wird erhalten:

$$Z = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot H} \cdot (\ln \cdot r + i \cdot \hat{\varphi}) - k_f \cdot l \cdot \left[x + i \cdot y - \frac{r_o^2 \cdot (x - i \cdot y)}{x^2 + y^2} \right]$$

Die Stromliniengleichung entspricht dem Imaginärteil der Gleichung:

$$\psi = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot H} \cdot \hat{\varphi} - k_f \cdot l \cdot \left(y + \frac{r_o^2 \cdot y}{x^2 + y^2} \right)$$

Das zweite Glied der Gleichung zeigt, dass die Gleichung die Strömungsverhältnisse in einem Grundwasserleiter der Mächtigkeit $H = 1,0$ m erfasst. Ist sie größer oder kleiner, ist die Gleichung folgendermaßen zu schreiben:

$$\psi_{(H)} = \frac{Q}{2\pi} \cdot \hat{\varphi} - H \cdot k_f \cdot l \cdot y \cdot \left(1 + \frac{r_o^2}{x^2 + y^2} \right) \quad (\text{m}^2/\text{s}) \quad (71)$$

Für Q kann der bekannte Ausdruck $Q = 2 \pi \cdot H \cdot k_f \cdot l \cdot R^{1/\kappa}$ eingesetzt werden:

$$\begin{aligned}\psi_{(H)} &= H \cdot k_f \cdot l \cdot R^{1/\kappa} \cdot \widehat{\varphi} - H \cdot k_f \cdot l_y \cdot \left(1 + \frac{r_o^2}{x^2 + y^2}\right) \\ \psi_{(H)} &= H \cdot k_f \cdot l \cdot \left[R^{1/\kappa} \cdot \widehat{\varphi} - y \cdot \left(1 + \frac{r_o^2}{x^2 + y^2}\right) \right]\end{aligned}\quad (72a)$$

Für y kann auch der Ausdruck $r \cdot \sin \varphi$ und für $x^2 + y^2$ die Größe r^2 gesetzt werden. Damit nimmt die Gleichung 72a folgende Form an:

$$\psi_{(H)} = H \cdot k_f \cdot l \cdot \left[R^{1/\kappa} \cdot \widehat{\varphi} - r \cdot \sin \varphi \cdot \left(1 + \frac{r_o^2}{r^2}\right) \right]\quad (72b)$$

Die Grenzstromlinie kann nun mit Gleichung (72a) bestimmt werden, wenn:

$\psi_{(H)} = 0$ gesetzt wird. Die Einzugsgränze wird erhalten für $\varphi = \pi$. Die halbseitige Einströmbreite soll mit B bezeichnet werden. Es ist dann:

$$B \cdot \left(1 + \frac{r_o^2}{x^2 + B^2}\right) = R^{1/\kappa} \cdot \pi.$$

Da x sehr groß ist, kann das zweite Glied des linken Gleichungsausdruckes vernachlässigt werden, so dass ist:

$$B = R^{1/\kappa} \cdot \pi \quad (73)$$

Weitere Punkte der Grenzstromlinie können dadurch berechnet werden, dass für verschiedene Winkel φ die zugehörige Entfernung r mit Gleichung (72b) berechnet wird. Ein interessanter Punkt ist noch der Schnittpunkt mit der y -Achse. Hier ist $\varphi = \frac{\pi}{2}$ und $x = 0$, so dass erhalten wird:

$$y \cdot \left(1 + \frac{r_o^2}{y^2}\right) = R^{1/\kappa} \cdot \frac{\pi}{2}$$

Bei kleinen Brunnenradien, wie es die Regel sein wird, lautet die Bestimmungsgleichung für y dann:

$$y = R^{1/\kappa} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{B}{2}$$

Eine weitere Stromlinie, die noch von Interesse ist, ist diejenige, die entlang der negativen x -Achse verläuft. Hier ist $y = 0$ und $\varphi = \pi$:

$$\psi_{(H)} = H \cdot k_f \cdot l \cdot R^{1/\kappa} \cdot \pi = H \cdot k_f \cdot l \cdot B = \frac{Q}{2}$$

Die Ermittlung der Gleichung zur Erfassung der Stromlinien hat somit ergeben, dass die Einzugsbreite sowie die Grenzstromlinie im Wesentlichen von der Entfernung $R^{1/\kappa}$ des Scheitels auf der Unterstromseite des Brunnens bestimmt werden.

4 Anisotropiefaktor κ

Es wurde in Abschnitt 3.2.2 bereits ausführlich dargelegt, dass der Anisotropiefaktor als Wurzelwert des Quotienten k_{H1}/k_{H2} definiert ist. Es wurde ferner gezeigt, dass sich die Anisotropie in einer Vergrößerung der Reichweite R und einer entsprechenden Verschiebung der Scheiteltentfernung R auf einen Wert $R^{1/\kappa}$ in Richtung Brunnen auswirkt. Im Folgenden wird nochmals angegeben, wie die Größe $R^{1/\kappa}$, sie soll auch mit A bezeichnet werden, aus Pumpversuchen ermittelt werden kann, auch wenn dies in Abschnitt 3.2.4 bereits ausführlich gezeigt worden ist.

Zunächst wird davon ausgegangen, dass eine Zusickerung von oben fehlt. Aus Gleichung (40) wird dann erhalten:

$$\frac{s_o^*}{l \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_o}} = R^{1/\kappa} = A$$

$$R^{1/\kappa} = A \Rightarrow 1/\kappa \cdot \ln \cdot R = \ln \cdot A$$

$$\kappa = \frac{\ln \cdot R}{\ln \cdot A} \quad (\text{siehe Gleichung (41)})$$

Die Größe A kann aber auch über die Förderwassermenge bestimmt werden:

$$\frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot H \cdot l \cdot k_f} = A \quad (74)$$

Auf die Ermittlung des Durchlässigkeitsfaktors k_f wird noch im folgenden Abschnitt 5 eingegangen.

Wird eine Versickerung q_s berücksichtigt, so lauten die Bestimmungsgleichungen für A , wenn A jetzt mit A_s bezeichnet werden soll:

$$\frac{s_o^* - \frac{q_s \cdot R^2}{2 \cdot H \cdot k_f} \cdot \left(\ln \cdot \frac{R}{r_o} - 0,5 + \frac{r_o^2}{2 \cdot R^2} \right)}{l \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_o}} = A_s = R^{1/\kappa_s} \quad (75)$$

Diese Gleichung wird aus Gleichung (61) erhalten, wenn für $s_1^* = s_o^*$ und $r_1 = r_o$ sowie für $s_2^* = 0$ und $r_2 = R$ gesetzt werden.

$$\text{Oder: } \frac{Q - q_s \cdot \pi \cdot R^2}{2 \cdot \pi \cdot H \cdot l \cdot k_f} = A_s = R^{1/\kappa_s} \quad (76)$$

Der Anisotropiefaktor κ bzw. κ_s wird bestimmt von der Neigung der Wasserspiegellinie und ist somit abhängig von der Entwicklung der Reichweite R . Die Reichweitenentwicklung wird bei einem Absenkvorgang nur am Anfang rasch vonstatten gehen, da die Wasserspiegellinie nahezu parallel durch die sehr wasserwegsam Schichten verläuft. Mit zunehmender Absenkung durchschneidet sie jedoch immer mehr Schichten von geringer Durchlässigkeit. Dies führt zu einer Dämpfung der Reichweitenentwicklung und dies hat eine Versteilung der Wasserspiegellinien zur Folge. Diese bewirkt eine Vergrößerung der Scheitelentfernung A .

Nach Gleichung (41) ist demzufolge damit zu rechnen, dass der κ -Wert mit zunehmender Absenkung kleiner wird. Der κ -Wert der Absenkung $s_o^* = 0$ würde danach dem im Grundwasserleiter vorhandenen Verhältnis von k_{FH} zu k_{FV} entsprechen. Er soll mit κ_o bezeichnet werden.

Um zu prüfen, ob diese Vermutung richtig ist, werden die zwei Pumpversuche in den Brunnen B 2621 und B 2629 ausgewertet, die für die Deutsche Bundesbahn im Zuge der Planung der Untertunnelung des Rangierbahnhofes in München-Allach ausgeführt worden sind (Abschnitt 2.3). Folgende Größen wurden gemessen bzw. können den Bildern 5 und 6 entnommen werden:

- **B 2621**

- $l = 2,9 \cdot 10^{-3}$; $H = 13,15$ m; $r_o = 0,475$ m

	s_o^* (m)	R (m)	Q (m ³ /s)
1. Absenkstufe	0,733	900,0	0,075
2. Absenkstufe	1,16	1160,0	0,125
3. Absenkstufe	1,38	1280,0	0,160

- **B 2629**

- $l = 2,9 \cdot 10^{-3}$; $H = 14,0$ m; $r_o = 0,475$ m

	s_o^* (m)	R (m)	Q (m ³ /s)
1. Absenkstufe	0,725	800,0	0,075
2. Absenkstufe	1,10	1020,0	0,130
3. Absenkstufe	1,53	1160,0	0,190

Die Auswertung wird zunächst einmal unter der Annahme durchgeführt, dass $q_s = 0$ ist. Anschließend soll ein q_s von $1 \cdot 10^{-8} \left(\frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \right)$ vorausgesetzt werden.

Mit den Gleichungen (40) und (41) wird erhalten:

• **B 2621**

	A (m)	κ (m)
1. Absenkstufe	33,49	1,937
2. Absenkstufe	51,28	1,792
3. Absenkstufe	60,24	1,746

• **B 2629**

	A (m)	κ (m)
1. Absenkstufe	33,65	1,901
2. Absenkstufe	49,44	1,776
3. Absenkstufe	67,63	1,674

Die so erhaltenen κ -Werte sind in Bild 16 dargestellt und zwar auf der Ordinate die Werte s_0^* und auf der Abszisse die Logarithmen der κ -Werte. Durch Verbindung der errechneten Punkte und Weiterführung der Verbindungslinien bis zur Abszisse ergeben sich die in Bild 16 dargestellten Linien. Es können folgende κ_0 -Werte abgelesen werden:

- B 2621: $\ln \kappa_0 = 0,85$; $\kappa_0 = 2,34$
 - B 2629: $\ln \kappa_0 = 0,83$; $\kappa_0 = 2,29$
- (Lohr: $1,0 \leq \kappa \leq 3,0$)

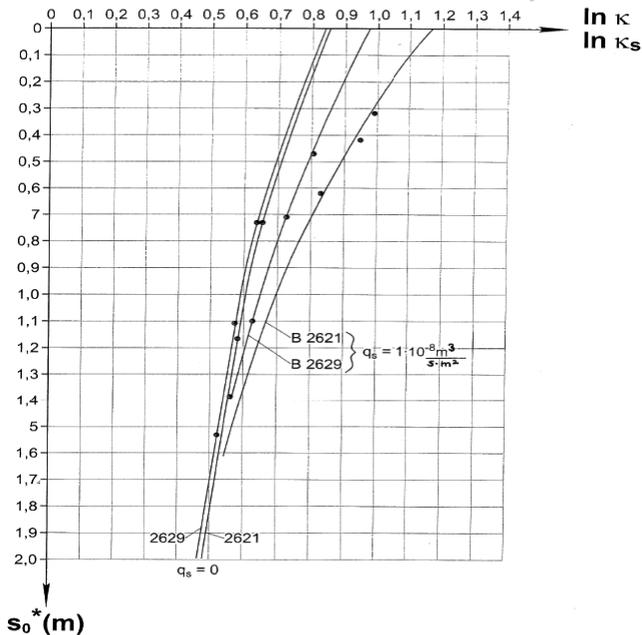


Bild 16: κ - und κ_s -Werte der Pumpversuche in den Brunnen 2621 und 2629 in Abhängigkeit von s_0^*

Es hat sich gezeigt, dass diese beiden κ_0 -Werte ebenfalls erhalten werden, wenn folgende Wertepaare aufgetragen werden: Auf der Ordinate die κ_i -Werte und auf der Abszisse das Produkt aus $\ln R_i$ und s_{oi}^* .

- **B 2621:**

	R	s_o^*	$\ln R \cdot s_o^*$
1. Stufe	900	0,73	4,97
2. Stufe	1160	1,16	8,185
3. Stufe	1280	1,38	9,873

- **2629:**

	R	s_o^*	$\ln R \cdot s_o^*$
1. Stufe	800	0,725	4,85
2. Stufe	1020	1,10	7,62
3. Stufe	1160	1,53	10,80

Die Darstellung der Werte ist in Bild 17 erfolgt.

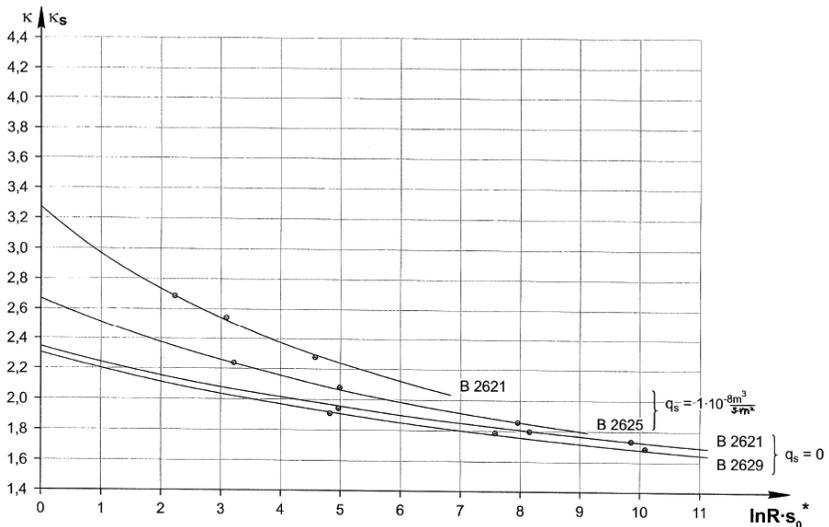


Bild 17: κ - und κ_s -Werte in Abhängigkeit von $\ln R \cdot s_o^*$

Es wird nun versucht, die Versuchskurven der κ -Werte in Gleichungen zu erfassen. Es wird vermutet, dass es sich bei den Kurven um Exponentialkurven handelt. Es wird deshalb folgender Ansatz gemacht:

$$\kappa = e^{\frac{1}{c_0 + c_1 \cdot s_0^*}} \quad \text{bzw.} \quad \ln \cdot \kappa = \frac{1}{c_0 + c_1 \cdot s_0^*}$$

Über den Wert c_0 soll der Wert κ_0 erhalten werden, d.h. $s_0^* = 0$.

Es ist somit zu setzen:

$$c_0 = 1/\ln \cdot \kappa_0 \quad (77)$$

Der Wert c_1 wird erhalten, wenn die Gleichung für ein beliebiges Wertepaar s_0^*/κ nach c_1 aufgelöst wird:

$$c_1 = \frac{\frac{1}{\ln \cdot \kappa} - c_0}{s_0^*} \quad (78)$$

• **B 2621:**

$$\kappa_0 = 2,34; \quad \frac{1}{\ln \cdot \kappa_0} = 1,176 = c_0$$

$$s_0^* = 1,83; \quad \ln \kappa = 0,5; \quad \frac{1}{\ln \cdot \kappa} = 2,0$$

$$c_1 = \frac{2,0 - 1,176}{1,83} = 0,45$$

$$\kappa = e^{\frac{1}{1,176 + 0,45 s_0^*}}; \quad \ln \cdot \kappa = \frac{1}{1,176 + 0,45 s_0^*}$$

• **B 2629**

$$\kappa_0 = 2,29 \quad \frac{1}{\ln \cdot \kappa_0} = 1,205 = c_0$$

$$s_0^* = 1,28; \quad \ln \kappa = 0,55; \quad 1/\ln \kappa = 1,818$$

$$c_1 = \frac{1,818 - 1,205}{1,28} = 0,48$$

$$\kappa = e^{\frac{1}{1,205 + 0,48 s_0^*}}; \quad \ln \cdot \kappa = \frac{1}{1,205 + 0,48 s_0^*}$$

Eine Probe mit verschiedenen Wertepaaren zeigt, dass die Gleichungen die Beziehung zwischen s_0^* und κ sehr genau wiedergeben.

An dem Pumpversuch bei Heimstetten, der im Zuge des Ausbaues des Münchner Autobahnringes ausgeführt worden ist, sowie an den per Hand entnommenen Kiesproben im Bereich des Pumpversuches (siehe Abschnitt 3.2.2) kann gezeigt werden, dass die Größenordnung der κ_0 -Werte richtig ist.

Die Messdaten sowie die Auswertung des Versuchs sind als Beispiel in Anlage 2 zu finden. Die Darstellung der aus 2 Absenkestufen ermittelten κ -Werte ist in Bild 36 in der Anlage erfolgt. Für $s_o^* = 0$ kann ein $\ln \kappa$ von 0,87 abgelesen werden. Das ist ein κ von 2,39. In Abschnitt 3.2.2 wurde gezeigt, dass aus den entnommenen Bodenproben ein κ von 2,46 berechnet werden kann. Die Übereinstimmung von errechnetem Wert und Versuchswert ist somit sehr gut. In Bild 29 der Anlage 1 sind ferner die κ -Werte aufgetragen, die aus einem Pumpversuch im Baugelände der Müllverbrennungsanlage Augsburg erhalten wurden. In Bild 36 sind außerdem κ -Werte dargestellt, die aus Pumpversuchen in Gräfelfing (Anlage 3) und Aubing (Anlage 4) ermittelt worden sind.

Die Auswertung der Pumpversuche hat somit die Vermutung bestätigt, dass das Durchschneiden der Wasserspiegellinie von immer mehr sandigen Kiesschichten mit zunehmender Absenkung zu einer Verkleinerung des κ -Wertes führt. Im Weiteren sollen nun die beiden Pumpversuche der DB unter der Annahme ausgewertet werden, dass in den Senkungstrichter Wasser in der Größenordnung $q_s = 1 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ zugesickert ist.

Bei den Pumpversuchen wurden die Reichweiten im äußeren Endbereich der Absenkkurven nicht ermittelt. Sie werden iterativ aus folgender Gleichungsbeziehung erhalten (siehe Gleichungen (75) und (76)):

$$\frac{Q - q_s \cdot \pi \cdot R^2}{2 \cdot \pi \cdot H \cdot l \cdot k_f} = A_s = \frac{s_o^* - \frac{q_s \cdot R^2}{2 \cdot H \cdot k_f} \cdot \left(\ln \frac{R}{r_o} - 0,5 \right)}{l \cdot \ln \frac{R}{r_o}}$$

Wie festzustellen ist, werden nun die k_f -Werte benötigt. Es kann hier vorweggenommen werden, dass zur Ermittlung dieser Werte keine Versickerung berücksichtigt zu werden braucht, da sich in jedem Fall die gleichen Werte ergeben müssen. Dies wird im folgenden Abschnitt noch erläutert. Es können somit die k_f -Werte aus folgender Gleichung berechnet werden:

$$Q = 2 \cdot \pi \cdot k_f \cdot H \cdot l \cdot A. \text{ Folgende Werte ergeben sich:}$$

- **B 2621**

Absenkestufe	1	2	3
k_f (m/s)	$9,3 \cdot 10^{-3}$	$1,017 \cdot 10^{-2}$	$1,108 \cdot 10^{-2}$

- **B 2629**

Absenkestufe	1	2	3
k_f (m/s)	$8,7 \cdot 10^{-3}$	$1,03 \cdot 10^{-2}$	$1,10 \cdot 10^{-2}$

Damit werden folgende Reichweiten und κ -Werte erhalten, wobei die κ -Werte wegen der Unterscheidung von Q_1 und Q_s – wie schon angegeben – mit κ_s bezeichnet werden sollen:

• **B 2621**

Absenkstufe	1	2	3
R (m)	1180	1615	1700
A _s (m)	14,03	17,68	26,07
κ _s	2,678	2,570	2,281
s _{os} *	0,318	0,4169	0,62

Es zeigt sich, dass die κ_s-Werte wesentlich größer sind als diejenigen, die ohne Berücksichtigung der Versickerung erhalten werden. Betrachtet man die Darstellung der Wasserspiegellinien, - die für Q₁ sowie die für Q_s -, so ist die Ursache hierfür zu erkennen: Die Größe A wird für die Absenkung s_i* ermittelt und die Reichweite vergrößert sich gegenüber derjenigen, die sich ohne Berücksichtigung von q_s ergeben hat. Dies führt zu einer Verflachung der - zur Berechnung von κ - verwendeten Wasserspiegellinie, und dies hat die Vergrößerung des κ-Wertes zur Folge.

Es ist nun die Frage zu klären, welcher κ-Wert die Anisotropie des Grundwasserleiters erfasst. Die Antwort ist relativ einfach zu finden. Es kann gezeigt werden, dass sich zur Bewegung des Wassers Q_s, das aus der Versickerung kommt sowie das Q₁, welches infolge des Gefälles I zufließt, der Scheitel und damit die Wasserspiegellinie im Bereich des Scheitels so einstellen, dass beide Wasseranteile dem Brunnen zugeführt werden.

Es ist:

$$s_{os}^* = \frac{q_s \cdot R^2}{2 \cdot H \cdot k_f} \cdot \left(\ln \cdot \frac{R}{r_o} - 0,5 \right) = \frac{1 \cdot 10^{-8} \cdot 1280^2}{2 \cdot 13,15 \cdot 1,108 \cdot 10^{-2}} \cdot \left(\ln \cdot \frac{1280}{0,475} - 0,5 \right) = 0,42 \text{ m}$$

$$s_{ol}^* = 1,38 - 0,42 = 0,96 \text{ m}$$

$$A_s = \frac{0,42}{2,9 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \cdot \frac{1280}{0,475}} = 18,33$$

$$A_l = \frac{0,96}{2,9 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \cdot \frac{1280}{0,475}} = 41,91$$

$$A = 60,24 = A_s + A_l = 18,33 + 41,91$$

Es ist also der tatsächlich gemessene Wasserspiegel zur Ermittlung des κ-Wertes heranzuziehen und nicht der - fiktive -, der lediglich zur Trennung von Q₁ und Q_s erforderlich wird. Im Übrigen zeigt aber der kleinere Senkungstrichter, der die Wassermenge Q₁ zuführt, welche Minderung die Zusickerung auf die Grundwasserentnahme haben kann.

Es ist damit festzuhalten, dass nur im Falle einer Aufteilung der geförderten Wassermenge in Q₁ und Q_s der κ_s-Wert erforderlich wird. Ist nur die Gesamtwassermenge von Interesse, ist der κ-Wert zu verwenden.

5 Durchlässigkeitsbeiwerte k_{fH} , k_f , k_{fv}

Der Durchlässigkeitsbeiwert kann bekanntlich durch Pumpversuche in Brunnen, in Grundwassermessstellen und Schürfen ermittelt werden oder auch über die Kornzusammensetzung des Grundwasserleiters. Die Pumpversuche können dabei bis zur Beharrung gefahren und die dann gemessenen Grundwasserstände und Förderwassermengen zur Auswertung herangezogen werden, oder es wird die Wasserspiegelbewegung während des Absenkvorganges beobachtet und ausgewertet. Von den zahlreichen Veröffentlichungen über die möglichen Auswertungen seien die schon eingangs erwähnten umfassenden Zusammenstellungen von G.P. KRUSEMAN und N.A. DE RIDDER (1970) sowie von HERTH/ARENDTS (1973) genannt.

Fast allen Versuchsauswertungen gemein ist, dass der Einfluss der Anisotropie auf die ermittelten k_f -Werte nicht erfasst ist. Soweit dem Verfasser bekannt, ist lediglich in den Arbeiten von LOHR (1969), MANSUR und DIETRICH (1965) sowie von KLÜBER (1975) ein horizontaler und vertikaler Durchlässigkeitsbeiwert berücksichtigt und deren Ermittlung angegeben. LOHR geht davon aus, dass der k_f -Wert aus einem Pumpversuch stets den Wert k_{fH} ergibt. Durch Vergleich mit Versuchswerten aus Versuchen in Grundwassermessstellen mit unverzerrten sowie mit dem Wert κ verzerrten Versuchsraumabmessungen wird der Anisotropiefaktor ermittelt. MANSUR und DIETRICH nehmen ebenfalls an, dass ein mit der Gleichung von D/T ausgewerteter Pumpversuch den Durchlässigkeitsbeiwert k_{fH} ergibt. Einen Hinweis

auf die Größe des Anisotropiefaktors $\left(\sqrt{\frac{k_{fH}}{k_{fv}}} \right)$ bekommen sie durch Vergleich mit entsprechen-

den Versuchsabmessungen eines Elektroanalogiemodells, das einem isotropen Grundwasserleiter entspricht bzw. mit Versuchsgrößen, die auf isotrope Untergrundverhältnisse umgerechnet werden. Die entsprechenden Gleichungen wurden von MUSKAT (1946) in seinem Buch "Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media" veröffentlicht. KLÜBER (1975) schließlich hat über die Berechnung mit finiten Elementen für $\kappa = 1$ und $\kappa = 3$ sog. Standardkurven berechnet. In diese Kurven können die aus Pumpversuchen erhaltenen Absenkkurven eingepasst und so der κ -Wert ermittelt werden.

Im Folgenden wird nun gezeigt, wie die k_f -Werte von Absenkstufen, die voraussetzungsgemäß bis zur Beharrung gefahren worden sind, ermittelt werden können und dann über diese Werte die Größen k_{fH} und k_{fv} erhalten werden.

Die Ermittlung des Durchlässigkeitsbeiwertes k_f aus einem Pumpversuch ist mit mehreren bereits angegebenen Gleichungen möglich.

Es muss sich für eine bestimmte Absenkstufe aber immer der gleiche k_f -Wert ergeben, gleichgültig ob eine Versickerung q_s berücksichtigt wird oder nicht. Rechnungsmäßig wird nämlich der Grundwasserzfluss zum Brunnen in einem Strom aus dem Gefälle l und dem aus der Zusickerung q_s aufgeteilt, die Zuströmgeschwindigkeit ist jedoch in einem Strömungszylinder um den Brunnen entsprechend den Annahmen von D/T gleich groß. Das heißt, dass die Berechnung des k_f -Wertes ohne Berücksichtigung der Versickerung erfolgen kann, da der Rechenvorgang einfacher ist (siehe Abschnitt 3.4). Folgende Gleichungen können dazu herangezogen werden:

$$k_f = \frac{Q \cdot \ln \cdot \frac{r_2}{r_1}}{\pi \cdot (z_2^2 - z_1^2)} = \frac{Q \cdot \ln \cdot \frac{r_2}{r_1}}{2 \cdot \pi \cdot H \cdot (s_{o1}^* - s_{o2}^*)} = \frac{Q \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_o}}{2 \cdot \pi \cdot H \cdot s_o^*} \quad (79)$$

$$k_f = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot H \cdot l \cdot A} \quad (80)$$

$$k_f = \frac{Q - q_s \cdot \pi \cdot R^2}{2 \cdot \pi \cdot H \cdot l \cdot A_s} \quad (81)$$

Aus der 3. Absenkstufe des Brunnens 2621 soll nun der k_f -Wert vergleichsweise berechnet werden.

$Q = 0,160 \text{ m}^3/\text{s}$; $q_s = 0$ bzw. $1 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{m}^2$, $H = 13,15 \text{ m}$

$l = 2,9 \cdot 10^{-3}$ $s_o^* = 1,38$ $s_o = 1,46$

- **ohne Berücksichtigung von q_s**

$r_1 = r_o = 0,475 \text{ m}$; $r_2 = 1280 \text{ m}$; $z_1 = (13,15 - 1,46) = 11,69 \text{ m}$

$$k_f = \frac{0,16 \cdot \ln \cdot \frac{1280}{0,475}}{\pi \cdot (13,15^2 - 11,69^2)} = \frac{0,16 \cdot \ln \cdot \frac{1280}{0,475}}{2 \cdot \pi \cdot 13,15 \cdot 1,38} = 1,108 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

$A = 60,24$

$$k_f = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot H \cdot l \cdot A} = \frac{0,16}{2 \cdot \pi \cdot 13,15 \cdot 2,9 \cdot 10^{-3} \cdot 60,24} = 1,108 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

- **mit Versickerung q_s**

$A_s = 26,068$; $R = 1700 \text{ m}$ (A_s aus Gleichung (76))

$$k_f = \frac{0,16 - 1 \cdot 10^{-8} \cdot \pi \cdot 1700^2}{2 \cdot \pi \cdot 13,15 \cdot 2,9 \cdot 10^{-3} \cdot 26,068} = 1,108 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

$$\text{bzw. } k_f = \frac{Q_1 \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_o}}{2 \cdot \pi \cdot H \cdot s_{o1}^*}$$

$Q_1 = Q - Q_s = 0,160 - 1700^2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 10^{-8} = 0,160 - 0,0908 = 0,0692 \text{ m}^3/\text{s}$

Die Spiegelabsenkung s_{o1}^* hat genau folgende Größe:

$$s_{o1}^* = l \cdot R^{1/k_s} \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_o} = 2,9 \cdot 10^{-3} \cdot 26,07 \cdot \ln \cdot \frac{1700}{0,475} = 0,6185$$

und damit:

$$k_f = \frac{0,0692 \cdot \ln \cdot \frac{1700}{0,475}}{2 \cdot \pi \cdot 13,15 \cdot 0,6185} = 1,108 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

Es wird nun noch der Teilstrom Q_s betrachtet. Es wurde bereits angegeben, dass der k_f -Wert sowohl durch Ansatz der D/T-Gleichung als auch durch die Gleichungen (77) und (78) erfasst werden kann. Dies wird an obigem Beispiel überprüft.

- **D/T-Gleichung**

$$Q_s = q_s \cdot \pi \cdot R^2 = 1 \cdot 10^{-8} \cdot \pi \cdot 1700^2 = 0,09079 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$s_{os}^* = 1,38 - 0,6185 = 0,7615$$

$$R' = 1280,0 \text{ m}$$

$$k_f = \frac{0,09079 \cdot \ln \cdot \frac{1280,0}{0,475}}{2 \cdot \pi \cdot 13,15 \cdot 0,7615} = 1,14 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

- **q_s -Gleichung**

$$k_f = \frac{\left(\ln \cdot \frac{1700}{0,475} - 0,5 \right) \cdot 1 \cdot 10^{-8} \cdot 1700^2}{2 \cdot 13,15 \cdot 0,7615} = 1,1086 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

- **D/T-Gleichung, Parallelverschiebung des Senkungstrichters durch R**

In Abschnitt 3.4 wurde gezeigt, dass die Wassermenge Q_s auch dadurch ermittelt werden kann, dass man den geradlinigen Verlauf des Senkungstrichters bis zum Punkt $r = R$ parallel verschiebt und die Berechnung unter Berücksichtigung der sich so ergebenden – größeren – Absenkung s_{os}^* durchführt. Für das Beispiel wurde ein s_{os}^* von 0,811 m ermittelt.

Hiermit wird erhalten:

$$k_f = \frac{Q_s \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_o}}{2 \cdot \pi \cdot H \cdot s_{os}^*} = \frac{1700^2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 10^{-8} \cdot \ln \cdot \frac{1700}{0,475}}{2 \cdot \pi \cdot 13,15 \cdot 0,811} = 1,1087 \cdot 10^{-2}$$

Die Ergebnisse lassen erkennen, dass im Falle einer Wasserzuführung infolge eines Grundwasserspiegelgefälles I und einer gleichzeitigen Versickerung im Bereich des Senkungstrichters der k_f -Wert nicht mehr ohne Weiteres mit der D/T-Gleichung oder der q_s -Gleichung, sondern nur noch mit der q_s -Gleichung berechnet werden kann.

Damit ist folgendes festzuhalten: Der k_f -Wert kann sowohl aus der Gesamtabenkung als auch aus den Teilabsenkungen ermittelt werden, die von dem Wasserspiegelgefälle I oder der Versickerung q_s bestimmt werden.

Im Falle der Versickerung kann dies aber unmittelbar nur mit Gleichung (81) erfolgen, falls l nicht 0 ist. Wird dagegen der Senkungstrichter parallel zu seinem geradlinigen Verlauf über den gekrümmten Bereich bis $r = R$ verschoben und die sich so ergebende Absenkung s_{oi}^{**} berücksichtigt, wird der k_f -Wert ebenfalls aus der D/T-Gleichung erhalten.

Nach der zur Ermittlung der D/T-Gleichung gemachten Voraussetzung, dass die Fließvorgänge um einen Brunnen nur in horizontaler Richtung erfolgen, müsste sich aus jeder Absenkstufe eines Pumpversuches der Faktor k_{fH} der horizontalen Durchlässigkeit ergeben. Zur Überprüfung der Richtigkeit dieser Annahme werden wiederum die beiden Pumpversuche B 2621 und B 2629 ausgewertet. Mit $l = 2,9 \cdot 10^{-3}$, $q_s = 0$ und $H = 13,15$ m bzw. 14,0 m ergeben sich folgende k_f -Werte aus Gleichung (77):

B 2621	Stufe 1	Stufe 2	Stufe 3
Q (m ³ /s)	0,075	0,125	0,160
R (m)	900,0	1160,0	1280,0
$R^{1/k} = A$ (m)	33,49	51,28	60,24
k_f (m/s)	0,0093	0,01017	0,01108

B 2629	Stufe 1	Stufe 2	Stufe 3
Q (m ³ /s)	0,075	0,130	0,190
R (m)	800,0	1020,0	1160,0
$R^{1/k} = A$ (m)	33,65	49,44	67,63
k_f (m/s)	0,0087	0,0103	0,0110

Von Interesse ist nun noch, welche k_f -Werte sich ergeben, wenn mit den Wasserspiegelhöhen h_o im Brunnen gerechnet wird. Folgende Gleichung wird angesetzt:

$$k_f = \frac{Q \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_o}}{\pi \cdot (H^2 - h_o^2)} \quad (\text{m/s})$$

• **B 2621 ($r_o = 0,475$; $H = 13,15$)**

1. $Q = 75$ l/s; $R = 900$ m; $h_o = 12,03$

$$k_f = 6,39 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

2. $Q = 125$ l/s; $R = 1150$; $h_o = 11,025$ m

$$k_f = 6,03 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

3. $Q = 160 \text{ l/s}$; $R = 1280 \text{ m}$; $h_o = 10,34$

$$k_f = 6,09 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

• **B 2629** ($r_g = 0,475$; $H = 14,0$)

1. $Q = 75 \text{ l/s}$; $R = 800 \text{ m}$; $h_o = 12,805$

$$k_f = 5,54 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

2. $Q = 130 \text{ l/s}$; $R = 1020 \text{ m}$; $h_o = 11,85 \text{ m}$

$$k_f = 5,71 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

3. $Q = 190 \text{ l/s}$; $R = 1160 \text{ m}$; $h_o = 9,685 \text{ m}$

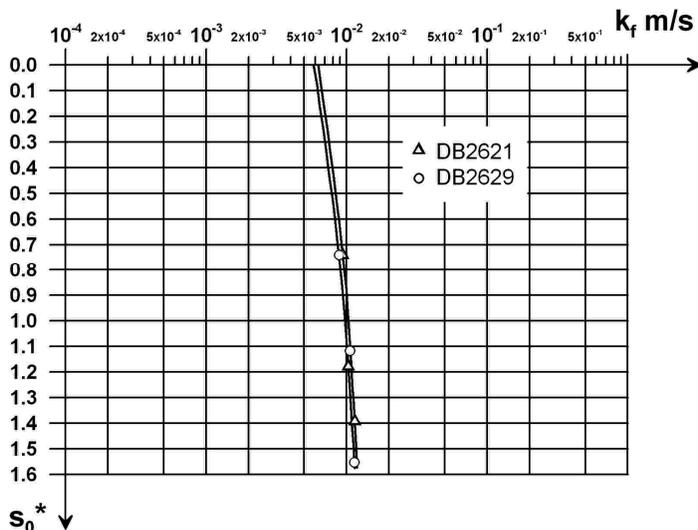
$$k_f = 4,62 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

Es lassen sich folgende Mittelwerte berechnen:

- B 2621: $k_{fm} = 6,2 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$

- B 2629: $k_{fm} = 5,3 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$

Ein Vergleich der ermittelten Durchlässigkeitsbeiwerte lässt nun erkennen, dass sie in den jeweiligen Absenkstufen nahezu identisch sind, dass sie aber einheitlich mit zunehmender Absenkung größer werden. Dies zeigt die Aufzeichnung der Versuchswerte im semilogarithmischen Maßstab (in Bild 18).

Bild 18: k_f -Werte der beiden DB-Pumpversuche

Diese Feststellung konnte bisher auch bei nahezu allen Pumpversuchen gemacht werden, wurde aber offensichtlich nicht weiter beachtet. Durch entsprechende Verbindung der Versuchswerte und eine Extrapolation bis zur Abszisse können ferner folgende k_{f0} -Werte abgelesen werden:

- B 2621: $k_{f0} = 6,3 \cdot 10^{-3}$ m/s
- B 2629: $k_{f0} = 5,9 \cdot 10^{-3}$ m/s

Sie stimmen recht gut mit den berechneten Mittelwerten überein. Die Werte k_{f0} resultieren aus einem Strömungsvorgang, der mit einer sehr kleinen Absenkung im Brunnen einsetzt. Zu diesem Zeitpunkt verlaufen die Stromfäden noch annähernd horizontal auf den Brunnen zu. Der k_{f0} -Wert entspricht somit dem Durchlässigkeitsfaktor in horizontaler Richtung k_{fH} . Bestätigt werden diese Werte durch Berechnungen eines Strömungsmodells in den Münchner Schottern, die am Bayerischen Geologischen Landesamt durchgeführt worden sind. Um die vorgegebenen Strömungsverhältnisse an einer Kiesgrube zu erfassen, musste ein k_f -Wert von $5 \cdot 10^{-3}$ m/s angesetzt werden (APEL et al., 2000). Es ist also:

$$k_{f0} = k_{fH}$$

Es ist an dieser Stelle darauf hinzuweisen, dass in den Anlagen 1-4 die Auswertung der Pumpversuche in Augsburg, Heimstetten, Gräfelfing und Aubing bezüglich der k_f -Werte zu finden ist.

Im Weiteren muss jetzt zunächst der Frage nachgegangen werden, warum die k_f -Werte mit zunehmender Absenkung zunehmen. Die Ursache liegt darin, dass die Ermittlung des k_f -Wertes über die Neigung des Wasserspiegels im erzeugten Senkungstrichter erfolgt. Dieser bleibt wegen der Anisotropie der Bodenschichten im Grundwasserleiter hinter der ideellen Absenkung zurück, die sich bei einer allseits homogenen Durchlässigkeit ergeben würde. Der Einfluss der – kleineren – vertikalen Durchlässigkeit k_{fv} bleibt beim Ansatz der D/T-Gleichung aber unberücksichtigt, wie HEINRICH (1963) gezeigt hat. Die geringere Wasserspiegelneigung hat dann einen größeren k_f -Wert zur Folge, da die Höhendifferenz im Nenner der Bestimmungsgleichung steht:

$$k_f = \frac{Q \cdot \ln \cdot \frac{r_2}{r_1}}{\pi \cdot (z_2^2 - z_1^2)} = \frac{Q \cdot \ln \cdot \frac{r_2}{r_1}}{2 \cdot \pi \cdot H \cdot (s_1^* - s_2^*)}$$

Es ist somit folgende wichtige Erkenntnis festzuhalten: Der k_f -Wert ist so, wie er aus Pumpversuchen unter Ansatz der D/T-Gleichungen ermittelt wird, keine Konstante, sondern abhängig von der vorgenommenen jeweiligen Absenkung im Brunnen.

Auf einen weiteren Punkt muss ferner eingegangen werden, und zwar ist es die gute Übereinstimmung der k_{f0} -Werte, die aus der graphischen Darstellung sowie unter Ansatz der Brunnenwasserspiegel erhalten werden. Aus dieser Tatsache kann geschlossen werden, dass sich der Brunnenwasserspiegel so einstellt, als wäre der durchströmte Bodenkörper isotrop. Damit sind die Voraussetzungen erfüllt, die bei der Ableitung der D/T-Gleichung angenommen worden sind. Das ist auch der Grund, warum die D/T-Gleichung unter Ansatz des Brunnenwasserstandes h_0 die Förderwassermengen sehr gut erfasst. Es muss jedoch der k_{f0} -Wert in die Gleichung eingesetzt werden, da nur er der Voraussetzung eines isotropen Grundwasserleiters entspricht. Es würde sich sonst eine zu große Wassermenge ergeben. Die bisher geübte Praxis, den über den Wasserspiegel einer oder mehrerer Absenkstufen ermittelten und dann möglicherweise gemittelten k_f -Wert sowie den Brunnenwasserstand h_0 in Ansatz zu bringen, bedarf deshalb einer Korrektur.

Der Vollständigkeit soll auch noch angegeben werden, wie der k_f -Wert erhalten werden kann, wenn das Grundwasserdargebot ausschließlich aus der Versickerung q_s gestellt wird, wenngleich diese Situation in der Praxis kaum vorkommen wird. Hierzu wird zunächst folgendes Beispiel untersucht, das in Abschnitt 3.3.1.3 berechnet worden ist:

$$q_s = 1 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s}\cdot\text{m}^2; \quad k_f = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}; \quad s_0^* = 1,38; \quad H = 13,15 \text{ m}$$

$$r_0 = 0,475 \text{ m}$$

Aus Bild 14 kann entnommen werden:

$$- \quad R = 2141 \text{ m}; \quad R' = 1330 \text{ m}$$

(Hierbei ist R' die Reichweite, die sich aus der Verschneidung der im semilogarithmischen Maßstab dargestellten Senkungslinie bei ihrer geradlinigen Weiterführung bis zur Abszissenachse, das ist für $s^* = 0$, ergibt.)

Die Förderwassermenge Q_F ist:

$$Q_F = R^2 \pi q_s = 2141,0^2 \pi \cdot 1 \cdot 10^{-8} = 0,144 \text{ m}^3/\text{s}$$

Wird die D/T-Gleichung angesetzt, wird erhalten:

$$Q_{D/T} = \frac{\pi \cdot k_f \cdot s_o^* \cdot 2 \cdot H}{\ln \frac{R'}{r_o}} = \frac{\pi \cdot 1 \cdot 10^{-2} \cdot 1,38 \cdot 2 \cdot 13,15}{\ln \frac{1330}{0,475}} = 0,144 \text{ m}^3/\text{s}$$

Es wird also aus beiden Gleichungen die gleiche Wassermenge erhalten. Damit kann der k_f -Wert aus der D/T-Gleichung berechnet werden, wenn für die Reichweite r_2 die Größe R' angesetzt wird.

Eine Frage tritt in diesem Zusammenhang auf, nämlich, wie die Grundwassermessstellen anzuordnen sind, in denen die Wasserspiegeländerungen während eines Pumpversuches gemessen werden, und zwar sowohl hinsichtlich der Entfernung von Brunnen als auch bezüglich der Tiefe. Das Problem ist bekanntlich, dass sich infolge der starken Krümmung der Strombahnen am Brunnen für jede Wassertiefe in Brunnennähe andere Wasserstände in der Grundwassermeßstelle einstellen (siehe z.B. BOSOLD (1963) S. 78). WIEDERHOLD (1961) empfiehlt zunächst eine Mindestentfernung für Grundwassermessstellen von 10,0 m bis 20,0 m, in einer zweiten Veröffentlichung (1965) von 15,0 m. BOULTON (1951) schlägt aufgrund seiner Versuche einen Abstand von 1,5 H vor. Betrachtet man den Auftrag der Wasserstände in den Grundwassermessstellen, die während der Pumpversuche in den DB-Brunnen 2621 und 2629 gemacht worden sind, bestätigt sich der Vorschlag von BOULTON. Es kann auch dazu festgestellt werden, dass ein Festwert für einen Mindestmessstellenabstand den hydraulischen Gegebenheiten nicht gerecht wird. Bei der Festlegung des Messstellenabstandes vom Brunnen sollte deshalb das von BOULTON empfohlene Kriterium erfüllt sein. Zur Frage nach der Tiefe, bis auf die die einzelnen Grundwassermessstellen herabgeführt werden sollen, kann gesagt werden, dass bei dem einzuhaltenden Mindestabstand von 1,5 H die Krümmungen der Stromlinien schon so gering sind, dass die Grundwassermessstellen nicht unbedingt bis zur Sohle des Grundwasserstroms herabgeführt werden müssen, um hinreichend zuverlässig den Wasserspiegel des Senkungstrichters zu erfassen.

Es ist nun festzustellen, dass die über die semilogarithmische Darstellung von k_f - und s_o^* -Werten erhaltenen Versuchskurven (Bilder 17 und 30) denen der κ -Werte gleichen. Es wird deshalb vermutet, dass sie ebenfalls einer Exponentialfunktion folgen. Im Folgenden soll eine Gleichung aufgestellt werden, mit der die k_f -Werte für eine beliebige Absenkung s_o^* berechnet werden können. Dazu wird folgender Ansatz gemacht:

$$k_f = k_{fH} + d_1 \cdot (s_o^*)^\beta$$

Es wird die Versuchskurve ausgewertet, die aus dem Pumpversuch in B 2621 erhalten wurde:

$$s_o^* = 0: \quad k_{fH} = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ (m/s)}$$

$$s_o^* = 1,0: \quad k_{fH} = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ (m/s)}$$

$$1,0 \cdot 10^{-2} = 6,3 \cdot 10^{-3} + d_1 > d_1 = 3,7 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

$$s_o^* = 1,4; \quad k_{fH} = 11,1 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

$$11,1 \cdot 10^{-3} = 6,3 \cdot 10^{-3} + 3,7 \cdot 10^{-3} (1,4)^\beta$$

$$\frac{4,8 \cdot 10^{-3}}{3,7 \cdot 10^{-3}} = (1,4)^\beta; \quad \frac{\ln \cdot 1,30}{\ln \cdot 1,4} = \beta; \quad \beta = 0,78$$

$$k_{fH} = 6,3 \cdot 10^{-3} + 3,7 \cdot 10^{-3} (s_o^*)^{0,78}$$

$$\text{Probe: } s_o^* = 0,41; \text{ abgelesen: } k_{fH} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

$$k_{fH} = 6,3 \cdot 10^{-3} + 3,7 \cdot 10^{-3} (0,41)^{0,78} = 8,1 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

Der analoge Verlauf der Versuchskurven der κ - und k_f -Werte lässt ferner vermuten, dass es zwischen beiden Größen eine von der Anisotropie des Grundwasserleiters abhängige Beziehung gibt. Es wird deshalb von den in Abschnitt 3.2.3 angegebenen möglichen Korrekturen zur Simulierung isotroper Verhältnisse die Streckung der z-Werte gewählt. Dadurch wird eine Versteilung der Wasserspiegellinien erhalten. Der Verzerrungsfaktor ist mit κ_o / κ_i zu wählen, da die Streckung für $s \rightarrow 0$ nach 1,0 gehen muss.

$$z_i' = \frac{z_i \kappa_o}{\kappa_i}$$

Damit nimmt die D/T-Gleichung folgende Form an:

$$k_{fH} = \frac{Q \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}{\pi \cdot \frac{\kappa_o^2}{\kappa_1^2} \cdot (z_{21}^2 - z_{11}^2)}$$

$$\text{Mit: } k_{f1} = \frac{Q \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}{\pi \cdot (z_{21}^2 - z_{11}^2)}$$

$$\text{ergibt sich: } \frac{k_{f1} \cdot \kappa_1^2}{\kappa_o^2} = k_{fH}$$

oder allgemein:

$$\frac{k_{fi} \cdot \kappa_i^2}{\kappa_o^2} = k_{fH} \quad (82)$$

An den Pumpversuchen in den beiden Brunnen B 2621 und B 2629 soll die Gültigkeit der Gleichung getestet werden.

B 2621	Stufe 1	Stufe 2	Stufe 3
k_f	0,0093	0,01016	0,01108
κ	1,936	1,791	1,746

$$\kappa_o = 2,34; k_{fH} = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

$$\text{Stufe 1: } \frac{0,0093 \cdot 1,936^2}{2,34^2} = 6,4 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

$$\text{Stufe 2: } \frac{0,01016 \cdot 1,791^2}{2,34^2} = 6,0 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

$$\text{Stufe 3: } \frac{0,01108 \cdot 1,746^2}{2,34^2} = 6,2 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

$$\text{Im Mittel: } k_{fH} = 6,2 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

B 2629	Stufe 1	Stufe 2	Stufe 3
k_f	0,0087	0,0103	0,0110
κ	1,901	1,775	1,675

$$\kappa_o = 2,29; k_{fH} = 5,9 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

$$\text{Stufe 1: } \frac{0,0087 \cdot 1,901^2}{2,29^2} = 6,0 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

$$\text{Stufe 2: } \frac{0,0103 \cdot 1,775^2}{2,29^2} = 6,2 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

$$\text{Stufe 3: } \frac{0,011 \cdot 1,675^2}{2,29^2} = 5,9 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

$$\text{Im Mittel: } k_{fH} = 6,0 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

Die Übereinstimmung der errechneten Werte mit den graphisch erhaltenen ist sehr gut. Die Beziehungsgleichung (82) ermöglicht somit die Berechnung der jeweils fehlenden Werte. Da die k_f -Werte relativ einfach ermittelt werden können, empfiehlt sich die Berechnung der κ -Werte über diese Gleichung.

Die Bestimmung von k_{fV} ist mit bekanntem κ_o -Wert nun einfach. Aus:

$$\kappa_o^2 = \frac{k_{fH}}{k_{fV}} \text{ wird erhalten: } k_{fV} = \frac{k_{fH}}{\kappa_o^2}$$

Gleichung (6) ermöglicht ferner eine einfache Berechnung von Förderwassermengen, falls die κ -Werte sowie k_{fH} bekannt sind:

$$Q_i = \frac{\pi \cdot k_{fH} \cdot \left(\frac{\kappa_o^2}{\kappa_i^2} \right) \cdot (z_{2i}^2 - z_{1i}^2)}{\ln \cdot \frac{r_{2i}}{r_{1i}}} \quad (\text{m}^3/\text{s})$$

6 Versickerungsrate q_s

Es wurde bereits in Abschnitt 3.3 darauf hingewiesen, dass es möglich ist, die Sickerate q_s in etwa zu erfassen, wenn das äußere Ende der Absenkkurve, das in Form einer Krümmung aufscheint, eingemessen werden kann. Die Größe der Krümmung ist dabei der Größe der Sickerate proportional.

Man kann dann die Größe von q_s dadurch ermitteln, dass man mit verschiedenen q_s -Werten solange Wasserspiegellinien berechnet, bis eine gefunden wird, welche der eingemessenen Spiegellinie entspricht. Das kann sehr zeitraubend werden. Zur Vereinfachung werden deshalb Gleichungen abgeleitet, welche die Berechnung von q_s sofort ermöglichen.

• Zusicherung gleichmäßig

Über die Gleichsetzung der A_s -Gleichungen wird die bekannte Beziehung erhalten (Abschnitt 3.4):

$$\frac{Q - q_s \cdot \pi \cdot R^2}{2 \cdot \pi \cdot H \cdot l \cdot k_f} = \frac{s_o^* - \frac{q_s \cdot R^2}{2 \cdot H \cdot k_f} \cdot \left(\ln \frac{R}{r_o} - 0,5 \right)}{l \cdot \ln \frac{R}{r_o}}$$

Löst man das Gleichungssystem nach q_s auf, so ergibt sich:

$$\frac{2 \cdot Q \cdot \ln \frac{R}{r_o} - 4 \cdot s_o^* \cdot \pi \cdot H \cdot k_f}{R^2 \cdot \pi} = q_s \quad (83)$$

Als Beispiel wird die 3. Absenkstufe in B 2621 berechnet.

$Q = 0,160 \text{ m}^3/\text{s}$; $R = 1700 \text{ m}$; $r_o = 0,475$; $s_o^* = 1,38$, $H = 13,15 \text{ m}$

$k_f = 1,108 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$

$$\frac{\left(2 \cdot 0,16 \cdot \ln \frac{1700}{0,475} \right) - 4 \cdot 1,38 \cdot \pi \cdot 13,15 \cdot 1,108 \cdot 10^{-2}}{1700^2 \cdot \pi} = 1 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{m}^2$$

Wird die Reichweite $R = 1280 \text{ m}$ angesetzt, so wird erhalten:

$q_s = 1,93 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{m}$

$Q_s = \pi \cdot 1280^2 \cdot 1,93 \cdot 10^{-10} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$

Gegenüber der Gesamtwasserfördermenge von $160 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ ist diese Wassermenge, die ca. 6‰ ausmacht, tatsächlich vernachlässigbar.

- **Zusickerung zunehmend**

$$\frac{Q - \frac{2}{3} \cdot q_{SR} \cdot \pi \cdot R^2}{2 \cdot \pi \cdot H \cdot k_f} = \frac{s_o \cdot - \frac{q_{SR} \cdot R^2}{3 \cdot H \cdot k_f} \cdot \left(\ln \cdot \frac{R}{r_o} - \frac{1}{3} \right)}{\ln \cdot \frac{R}{r_o}}$$

nach q_{SR} aufgelöst:

$$\frac{9 \cdot \left(Q \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_o} - 2 \cdot \pi \cdot s_o \cdot H \cdot k_f \right)}{2 \cdot \pi \cdot R^2} = q_{SR} \quad (84)$$

Es wird das gleiche Beispiel wie vorher berechnet, wobei aber $R = 1394$ m aus Gleichung (66) ermittelt wurde:

$$\frac{9 \cdot \left(0,16 \cdot \ln \cdot \frac{1394}{0,45} - 2 \cdot \pi \cdot 1,39 \cdot 13,15 \cdot 1,108 \cdot 10^{-2} \right)}{2 \cdot \pi \cdot 1394^2} = 1 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{m}^2$$

Wäre die Reichweite wie vorher zu 1700 m bestimmt gewesen, so hätte sich ein q_{SR} von $2,25 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{m}^2$ ergeben.

Für den Fall einer ausschließlichen Versickerung, d.h. für $l = 0$, kann der k_f -Wert wie in Abschnitt 5 angegeben, ohne die Kenntnis des q_s -Wertes berechnet werden.

$$\text{Da: } Q_1 = \frac{\pi \cdot k_f \cdot s_o \cdot 2H}{\ln \cdot \frac{R'}{r_o}} = Q_2 = R^2 \cdot \pi \cdot q_s \text{ ist,}$$

wird dann erhalten:

$$q_s = \frac{2 \cdot H \cdot s_o \cdot k_f}{R^2 \cdot \ln \cdot \frac{R'}{r_o}} \quad (\text{m}^3/\text{s} \cdot \text{m}^2)$$

Interessehalber soll noch angegeben werden, in welcher Größenordnung die Sickerrate im Bereich der Münchner Schotterebene anzunehmen ist. Nach Literaturrecherchen hat UD-LUFT (1979) einen Wert von $11 \text{ l}/\text{s} \cdot \text{km}^2$ angegeben, das ist ein $q_s = 1,1 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{m}^2$. Aus Heft 3/87 des Bayerischen Landesamtes für Wasserwirtschaft ("Die Grundwasserneubildung in Bayern") können ferner folgende Werte ermittelt werden: Pegel 16005701: $q_s = 8,2 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{m}^2$; Pegel 66005703: $q_s = 1,8 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{m}^2$, im Mittel also: $q_{sm} = 1,3 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{m}^2$. Wie zu sehen ist, stimmen diese Werte gut mit dem in Abschnitt 2.2 errechneten überein. In den vorgehenden Beispielen ist deshalb stets ein $q_s = 1 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{m}^2$ angesetzt worden, um realitätsnahe Ergebnisse zu bekommen.

7 Beziehung zwischen s_{Br} und s_0

Mit den angegebenen Gleichungen ist es nun möglich, den Senkungstrichter zu berechnen, der sich um einen Brunnen einstellt, ausgehend vom Wasserstand h am Brunnenrand. In der Praxis ist es jedoch in der Regel so, dass der Wasserstand h_0 im Brunnen vorgegeben ist und die entsprechende Absenkung dazu berechnet werden soll. Bekanntlich differieren die beiden Größen aber mit zunehmender Absenkung in zunehmendem Maße.

Die Differenz der beiden Größen setzt sich dabei aus folgenden Komponenten zusammen: (BUSCH und LUCKNER, 1974) Bild 19:

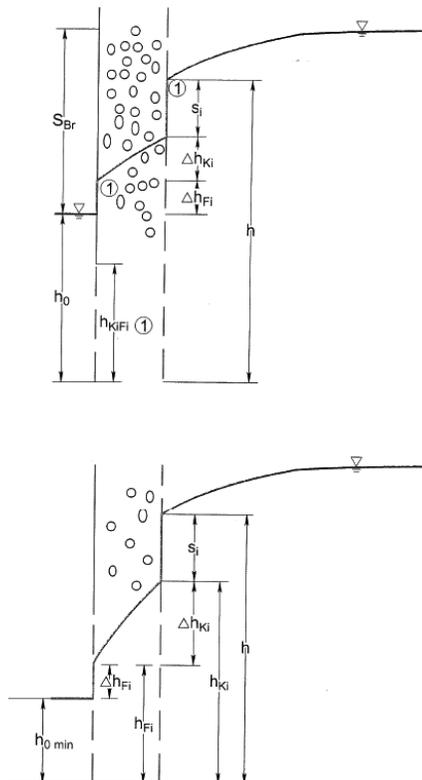


Bild 19: Sickerstrecke, Kies- und Filterverluste

- Sickerstrecke s_i ;
- Verluste im Kiesfilter
- Verluste am und im Filterrohr

7.1 Sickerstrecke s_i

Die Sickerstrecke s_i ist strömungstechnisch bedingt (BRAUNS, 1981, LEHMANN, 1968). Zusammen mit der Höhe h_o ergibt sie die Höhe h , die erforderlich ist, um die zuströmende Wassermenge beim vorherrschenden Spiegelgefälle durch die so festgelegte Fläche $2 \pi r_o \cdot h$ zu bewegen. Sie wird nicht durch die beiden Sickerverluste im Filterkies oder Filterrohr beeinflusst oder ist gar mit ihnen identisch. Ihre Größe ist durch die Untersuchungen zur Ermittlung der wirklichen Wasserspiegellinie mit erforscht worden.

Der erste, der auf das Problem der Sickerstrecke gestoßen ist, war EHRENBERGER, als er seine Versuche in einem Sandkastenmodell ausgeführt hat. Er hat die folgende bekannte Gleichung angegeben (EHRENBERGER, 1930):

$$s_i = \frac{(H - h_o)^2}{2 \cdot H} = \frac{s_{Br}^2}{2 \cdot H}$$

Diese Gleichung wurde von NAHRGANG (1965) und BOSOLD (1963) für den bestimmten Wert $H/r_o = 10,3$ bestätigt und auch KLÜBER (1975) hat durch seine Berechnung mit finiten Elementen für diesen bestimmten Wert die Konstante $\frac{1}{2}$ gefunden. Die Gleichung wurde von ÖLLÖS (zitiert bei SCHRÖTER 1967) etwas modifiziert, und zwar fanden die Brunnenabmessungen mit Berücksichtigung:

$$s_i = 0,228 \sqrt[3]{\frac{H}{r_o}} \cdot \frac{(H - h_o)^2}{H} \quad (m)$$

Die Gleichung ist nach ÖLLÖS im Bereich $0,735 < \frac{H}{r_o} < 30$ gültig. Für $H/r_o = 10,55$ ist sie mit der Gleichung von EHRENBERGER identisch. Numerische Untersuchungen nach der Relaxationsmethode, die durch Sandtank-Modelle überprüft worden sind, hat BOULTON (1951) angestellt. Er hat festgestellt, dass die Sickerstrecke durch folgende Gleichung erfasst werden kann:

$$s_i = h - h_o = H - h_o - b \cdot c_s \quad (m)$$

Hierbei ist $b = \frac{H - h_o^2}{2 \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_o}}$ und c_s kann über den Parameter r_o/H aus einem Diagramm ent-

nommen werden, wobei dieser Wert jedoch wenig variiert und annähernd konstant zu 3,75 angesetzt werden kann. Nach dem gleichen Verfahren hat HALL (1955) Untersuchungen durchgeführt, wobei er den Einfluss einer Kapillarschicht über der freien Wasserlinie mit berücksichtigt hat. Die von ihm angegebene Gleichung lautet:

$$s_i = \frac{s_o \cdot \left[1 - \left(\frac{h_o}{H} \right)^{2,4} \right]}{\left(1 + 0,02 \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_o} \right) \cdot \left(1 + \frac{5}{H/r_o} \right)} \quad (m)$$

Eine analytische Lösung als Näherung aus der DUPUIT/THIEM-Gleichung ist von HEINRICH (1964) veröffentlicht worden.

$$s_i = H \left[1 - \frac{(H^2 - h_o^2) \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_o}}{2 \cdot H^2 \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_o} - (H^2 - h_o^2) \cdot \ln \cdot \left(\frac{2 \cdot R}{R + r_o} \right)} \right] \quad (m)$$

Eine analytische Lösung der Differentialgleichung zur Erfassung der Wasserspiegellinie wurde von KIRKHAM (1964) veröffentlicht. Sie ermöglicht ebenfalls die Ermittlung einer Sickerstrecke; jedoch ist der Rechenaufwand so groß, dass sie für die Praxis wohl schwerlich Anwendung finden kann. Weitere Gleichungen sind schließlich noch bei HERTH/ARNDTS (1973) aufgeführt. Mit den verwendeten Bezeichnungen haben sie folgende Form.

$$s_i = \sqrt{\left(0,73 \cdot \log \sqrt{\frac{Q/k_f}{r_o}} - 0,51 \right) \cdot \frac{Q}{k_f} + h_o^2} - h_o \quad (CARNYI)$$

$$s_i = (H - h_o) \cdot e^{-\frac{\alpha}{\pi}} \quad \text{wobei} \quad \alpha = \sqrt{\frac{k_f}{15}} \cdot \frac{2 \cdot r_o \cdot \pi \cdot h_o}{Q} \quad (JUHA'SZ)$$

$$s_i = \frac{H - h_o}{\eta \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_o}} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{h_o}{H} \right)} \quad (TROFIMENKOV)$$

Der Wert η wird aus einem Diagramm erhalten, das in WWT 1966, H 4 zu finden ist. Ein interessantes numerisches Verfahren schließlich hat KASHEF (1965) entwickelt. Er schneidet den durchströmten Raum rund um den Brunnen in konzentrische Schalen auf. An diesen Schalen untersucht er die Wasserdruckverhältnisse, ausgehend vom bekannten Strömungsrand und dann fortschreitend zum Brunnenrand. Hiermit ist es möglich, den Wasserspiegel am Brunnenrand und damit die Sickerfläche zu bestimmen. BRAUNS (1981) hat durch numerische Berechnungen mit finiten Elementen die so bestimmbare Sickerstrecke bestätigt.

Es erhebt sich nun die Frage, welche der aufgeführten Möglichkeiten zur Bestimmung der Sickerstrecke verwendet werden soll. In der Praxis hat sich keine so weit durchgesetzt, dass sie als letztgültig angesehen werden könnte. Für eine analytische Lösung als Ziel dieser Arbeit können die numerischen Lösungen ausgeschieden werden. Von den aufgeführten Gleichungen wird die von ÖLLÖS herangezogen, da sie einfach im Aufbau ist und vor allem keine Reichweitenwerte enthält wie fast alle anderen Gleichungen, vom Brunnenradius abgesehen. Es erscheint auch nicht vernünftig, über die Reichweite das Wasserspiegelgefälle des Senkungstrichters mit heranzuziehen; der Wasserdurchtritt am Brunnenmantel in den Brunnenraum wird durch den Brunnenwasserstand h_o reguliert in Abhängigkeit von den Brunnenabmessungen.

Durch Überprüfung vorliegender Veröffentlichungen soll geklärt werden, ob diese Überlegungen richtig sind. FRANKE (1964) hat eine umfangreiche Zusammenstellung von gemessenen und berechneten s_i -Werten in den Tabellen 1a, 1b und 1c seiner Arbeit gebracht, in denen auch die entsprechenden Werte R/r_o angegeben sind. Lässt man die aus Rekursionsrechnungen und der Membrananalogie erhaltenen Werte unberücksichtigt, die grundsätzlich größere Werte zum Ergebnis hatten, als die Versuche im Sandkasten sowie die Ermittlungen mit der elektrischen Analogie und die graphische Auswertung, so ergeben sich die in Bild 20 dargestellten Werte.

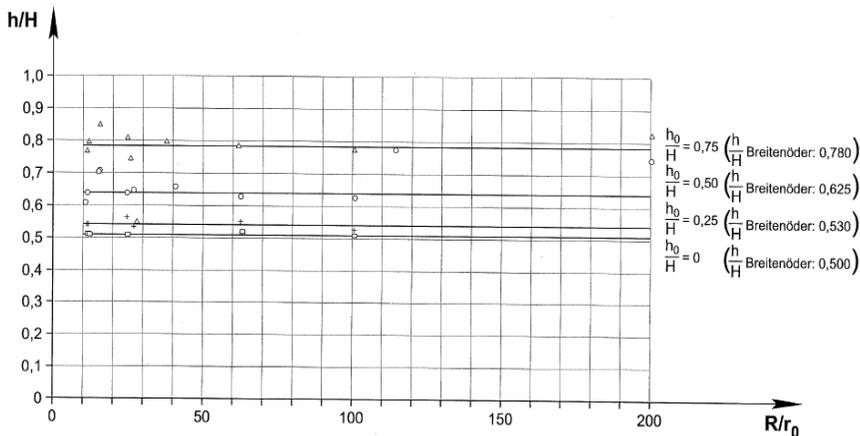


Bild 20: Beziehungen zwischen h/H und R/r_o

Sie lassen keine Beeinflussung der Wasserspiegelhöhe h und damit der Sickerstrecke s_i durch die Reichweite erkennen. Damit ist also zu erwarten, dass mit der Gleichung von ÖLLÖS die Sickerstrecke mit ausreichender Genauigkeit erfasst wird. Dies wird auch von BO-SOLD (1963) bestätigt: "In der Praxis kann somit die Sickerstrecke für Brunnen mit genügender Genauigkeit mit der von ÖLLÖS verbesserten Ehrenbergerschen Gleichung bestimmt werden."

Die von ÖLLÖS aufgestellte Gleichung lässt nun erkennen, dass bei – isotropen - Grundwasserleiter die Sickerstrecke von folgenden Größen abhängt:

- Radius r_o der Brunnenbohrung
- Mächtigkeit H des mit Grundwasser erfüllten Grundwasserleiters
- Absenkung $H - h_o = s_{Br}$

Diese Aussagen wurden durch die numerischen Berechnungen von BRAUNS (1981) bestätigt. Von Interesse ist nun auch, wie die Sickerstrecke erfasst werden kann, die sich bei einem anisotropen Grundwasserleiter einstellt.

Zunächst ist festzustellen, dass die von ÖLLÖS angegebene Gleichung sich auf einen isotropen Grundwasserleiter bezieht, da sie die Brunnenabsenkung s_{Br} enthält, und diese entspricht der Absenkung in einem isotropen Grundwasserleiter, wie in Abschnitt 5 erkannt worden ist. Weiter kann überlegt werden, dass die Absenkung $s_{o \text{ aniso}}$ hinter der Absenkung s_o zurückbleibt (KLÜBER, 1975; BRAUNS, 1981). Die Differenz führt zu einer Vergrößerung der Sickerstrecke $s_{i \text{ iso}}$. Es ist somit:

$$s_{i \text{ aniso}} = s_{i \text{ iso}} + (s_{o \text{ iso}} - s_{o \text{ aniso}})$$

Mit den im folgenden Abschnitt 7.3 angegebenen Gleichungen kann damit geschrieben werden:

$$s_{i \text{ aniso}} = 0,228 \cdot \sqrt[3]{\frac{H}{r_o}} \cdot \frac{s_{Br}^2}{H} + \left(s_{Br} - \Delta h_{F1/2} - \Delta h_{ki} - 0,228 \cdot \sqrt[3]{\frac{H}{r_o}} \cdot \frac{s_{Br}^2}{H} \right) - \left(s_{Br} - \Delta h_{F1/2} - \Delta h_{ki} - 0,228 \cdot \sqrt[3]{\frac{H}{r_o}} \cdot \frac{s_{Br}^2}{H} \right) \cdot \frac{\kappa}{\kappa_o}$$

Hieraus ergibt sich:

$$s_{i \text{ aniso}} = (s_{Br} - \Delta h_{F1/2} - \Delta h_{ki}) \cdot \left(1 - \frac{\kappa}{\kappa_o} \right) + 0,228 \cdot \sqrt[3]{\frac{H}{r_o}} \cdot \frac{s_{Br}^2}{H} \cdot \frac{\kappa}{\kappa_o} \quad (85)$$

Die Sickerstrecke $s_{i \text{ iso}}$ kann also nicht mehr ohne weiteres über die κ - bzw. κ_o -Werte in die Sickerstrecke $s_{i \text{ aniso}}$ umgerechnet werden.

7.2 Verluste im Filterkies und den Filterrohren

Der Verlust an Druckhöhe, der bei der Durchströmung des Filterkieses auftritt, kann nach BUSCH/LUCKNER (1974) mit folgender Gleichung erfasst werden:

$$\Delta h_{ki} = \frac{v_i}{2g} \cdot \xi \cdot (Re) \cdot \frac{r_o - r_{o2}}{D_{50}} \quad (m)$$

Hierbei bedeuten:

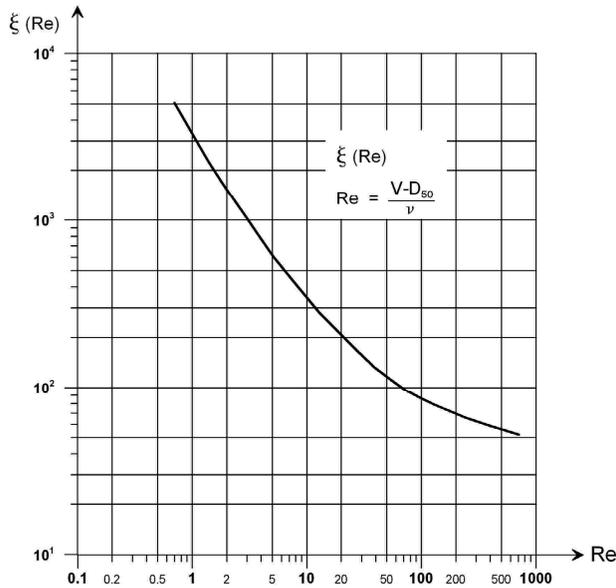
v_i = Strömungsgeschwindigkeit im Kiesfilter (m/s)

r_o = Radius der Brunnenbohrung (m)

r_{o2} = äußerer Rohrradius (m)

D_{50} = 50% Kornfraktile des Filterkieses (m)

$\xi_{(Re)}$ = Einflusswert, der über $Re = \frac{v_i \cdot D_{50}}{\nu}$ aus dem Diagramm in Bild 21 entnommen werden kann.

Bild 21: $\xi_{(Re)}$ in Abhängigkeit von Re

Die Strömungsgeschwindigkeit v_f kann angenähert dadurch berechnet werden, dass die Förderwassermenge Q durch die angeströmte Filterfläche geteilt wird (BUSCH/LUCKNER, 1974). Die gilt, solange die Sickerstrecke s_i über der Filteroberkante bleibt. Reicht sie bis in den Filter, ist mit der Fläche $h_{ki} \cdot 2 \cdot r_{o2} \cdot \pi$ rechnen. Die kinematische Zähigkeit ν kann zu $1,31 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ angesetzt werden.

Die Verlusthöhen, die das Wasser beim Durchtritt des Filterrohres erleidet, ist zu unterteilen in einen Kontraktions- und Aufweitungsverlust, der beim Ein- und Ausströmen entsteht, sowie in einen Reibungsverlust beim Durchtritt (HUFSCHMIED, 1983). Die Verlusthöhen Δh_{F1} , die beim Durchtritt durch die Schlitze des Filterrohres entstehen, wurden durch Versuche u.a. von PETERSEN, ROVER ALBERTSON (1955) und besonders umfangreich von KLOTZ (1969) analysiert. KLOTZ hat seine Untersuchungsergebnisse im Technischen Bericht Nr. 34 der Fa. Nold, Stockstadt, veröffentlicht.

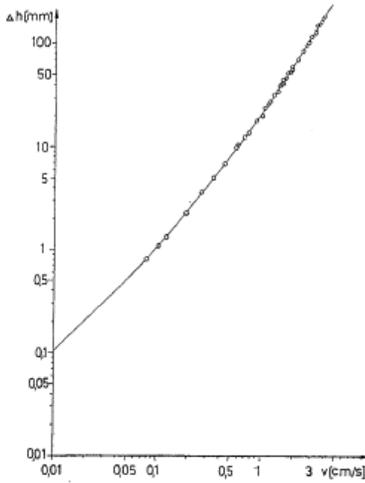


Abb. 11: Gemessene Druckverluste Δh in Abhängigkeit von der Durchtrittsgeschwindigkeit v für das Blech Nr. 7 (Abmessungen siehe Tabelle 1)

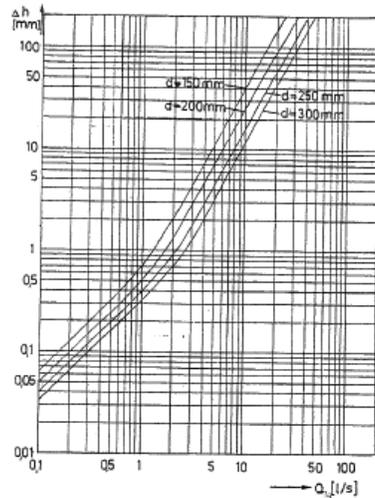


Abb. 13: Eintrittswiderstände Δh je Meter Filterrohr in Abhängigkeit von den Durchtrittsmengen Q_e für Filterrohre mit Schlitzbrückenlöschung (seitliche Brückenöffnung $w = 1,5$ mm), Parameter: Nennweite d Blechstärke: $s = 3,0$ mm (Blech Nr. 2)

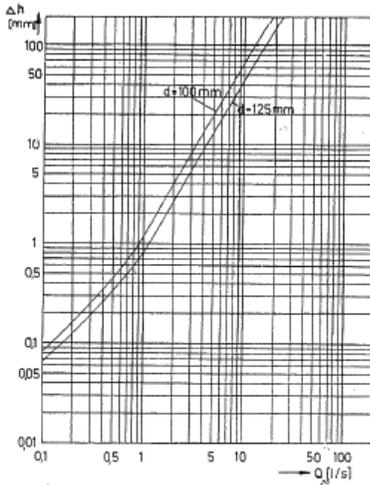


Abb. 12: Eintrittswiderstände Δh je Meter Filterrohr in Abhängigkeit von den Durchtrittsmengen Q für Filterrohre mit Schlitzbrückenlöschung (seitliche Brückenöffnung $w = 1,5$ mm), Parameter: Nennweite d Blechstärke: $s = 2,5$ mm (Blech Nr. 1)

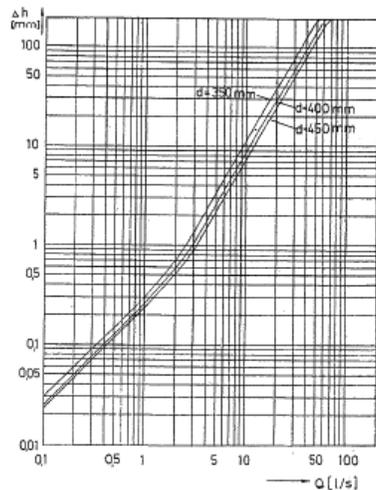


Abb. 14: Eintrittswiderstände Δh je Meter Filterrohr in Abhängigkeit von den Durchtrittsmengen Q für Filterrohre mit Schlitzbrückenlöschung (seitliche Brückenöffnung $w = 1,5$ mm), Parameter: Nennweite d Blechstärke: $s = 3,5$ mm (Blech Nr. 3)

Bild 22: Filterverluste je Meter Filterrohr in Abhängigkeit von der Durchtrittswassermenge Q_m

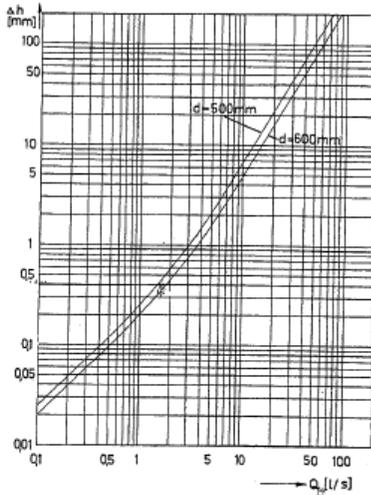


Abb. 15: Eintrittswiderstände Δh je Meter Filterrohr in Abhängigkeit von den Durchtrittsmengen Q_m für Filterrohre mit Schlitzbrückenlochung (seitliche Brückenöffnung $w = 4,0$ mm), Parameter: Nennweite d Blechstärke: $s = 4,0$ mm (Blech-Nr. 4)

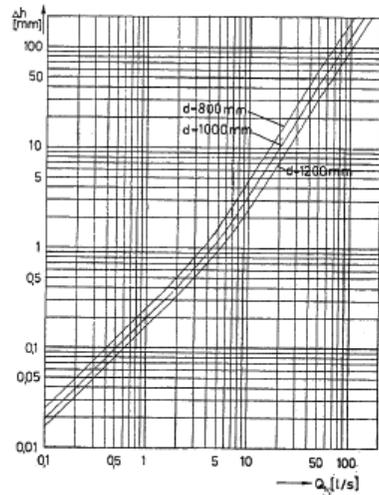


Abb. 17: Eintrittswiderstände Δh je Meter Filterrohr in Abhängigkeit von den Durchtrittsmengen Q_m für Filterrohre mit Schlitzbrückenlochung (seitliche Brückenöffnung $w = 6,0$ mm), Parameter: Nennweite d Blechstärke: $s = 6,0$ mm (Blech-Nr. 6)

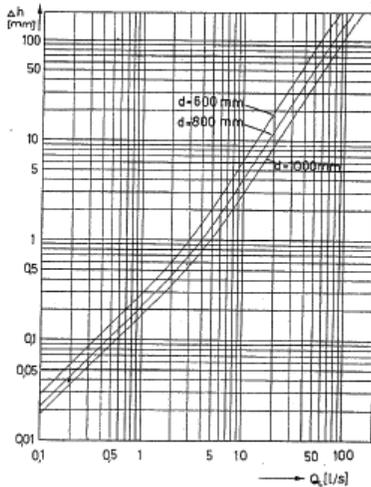


Abb. 16: Eintrittswiderstände Δh je Meter Filterrohr in Abhängigkeit von den Durchtrittsmengen Q_m für Filterrohre mit Schlitzbrückenlochung (seitliche Brückenöffnung $w = 1,5$ mm), Parameter: Nennweite d Blechstärke: $s = 5,0$ mm (Blech-Nr. 5)

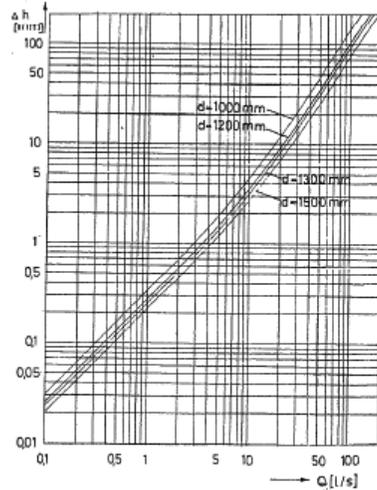


Abb. 18: Eintrittswiderstände Δh je Meter Filterrohr in Abhängigkeit von den Durchtrittsmengen Q_m für Filterrohre mit Schlitzbrückenlochung (seitliche Brückenöffnung $w = 1,5$ mm), Parameter: Nennweite d Blechstärke: $s = 8,0$ mm (Blech-Nr. 7)

Bild 23: Filterverluste je Meter Filterrohr in Abhängigkeit von der Durchtrittswassermenge Q_m

In den Bildern 22 und 23 sind daraus Diagramme zu finden, aus denen über die Filterabmessungen sowie die Sickerwassermengen die je Meter Filterrohr zu erwartenden Verlusthöhen Δh_{F1} für Schlitzbrückenfilterrohre entnommen werden können. Bei der Ermittlung der Verlusthöhen ist vorausgesetzt, dass die Rohre fabriken sind. Bei bereits durch Rost angegriffenen oder durch Eisen und Kalk inkrustierten Rohren sind die Strömungsverluste höher. Etwas größere Verlusthöhen ergeben sich, wenn die Gleichung von BUSCH/LUCKNER (1974) angesetzt wird:

$$\Delta h_{F1} = 0,76 \cdot Q^2 / F_w^2 \quad (m)$$

Hierbei ist unter F_w der wirksame Querschnitt der Filterrohrstrecke zu verstehen, d.h. der z.B. um den Querschnitt des Steigrohres der Förderpumpe verminderte Querschnitt.

Die Berechnung des Ein- und Ausströmverlustes kann nach der von P. HUFSCHMIED (1983) angegebener Gleichung erfolgen:

$$\Delta h_{F2} = \zeta_F \cdot Q_m^2 \cdot l_F \quad (m)$$

Mit: Q_m = die je lfm. Filterrohr durchtretende Wassermenge

l_F = Filterlänge

und:

$$\zeta_F = \frac{1}{2 \cdot \pi^2 \cdot g \cdot f^2 \cdot (r_{01} + r_{02})^2 \cdot C_c^2} \quad (s^2/m^3)$$

mit f = freier Durchlass, Perforation

r_{01}, r_{02} = innerer und äußerer Rohrradius (m)

C_c = Kontraktionskonstante

Für f wurden von KLOTZ (1969) folgende Werte angegeben:

Blech-Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8
f	0,138	0,133	0,136	0,126	0,109	0,110	0,080	0,126

Die Größe C_c ist sowohl von der Form des Filterschlitzes als auch vom Korndurchmesser der Filterschüttung abhängig. Für PB-K-Filter bis NW 150 und einer Kieskörnung 4-8 mm hat HUFSCHMIED (1983) C_c -Werte in der Größenordnung von 0,25 bis 0,55 erhalten. Für Berechnungen empfiehlt er ein C_c von 0,3. Im Übrigen stellt er fest, dass über die Filtereintrittsverluste bis heute wenig bekannt ist.

7.3 Größe von s_o

Die Gleichung zur Umrechnung der Brunnenabsenkung s_{Br} in die Wasserspiegelabsenkung s_o am Brunnenrand lautet damit folgendermaßen:

$$s_o = s_{Br} - \Delta h_{K1} - \Delta h_{F1/2} - \left(0,228 \cdot \sqrt[3]{\frac{H}{r_o}} \cdot \frac{s_{Br}^2}{H} \right)$$

EHRENBERGER hat nun bekanntlich seine Versuche in einem Kasten ausgeführt, in den er Sand als isotropen Körper eingebracht hat. Seine Ergebnisse können deshalb auch nur für einen isotropen Grundwasserleiter Gültigkeit haben. Es ist aber zu erwarten, dass in einem geschichteten, querisotropen Grundwasserleiter sich die Absenkung s_o verkleinert, weil der Übertritt des Grundwassers in den Brunnenraum erschwert wird. So stellt BRAUNS (1981) fest, dass ein Anisotropie-Verhältnis von $k_H/k_V = 10$ auf die Höhenlage der Spiegelfläche einen nicht vernachlässigbaren Einfluss hat. "Wenn $k_H/k_V > 1$, dann liegt die Spiegelfläche höher als im Falle der Isotropie."

Dieses Problem wurde auch von KLÜBER (1975) etwas ausführlicher untersucht. Mit κ -Werten von 3 und 10 hat er nachgewiesen, dass diese Aussage richtig ist. Die graphische Darstellung erfolgte in Bild 12 seiner Arbeit. Diese Graphik soll im Folgenden etwas genauer analysiert werden.

Man kann die für den Anfang eines Pumpversuches für $h_o = 0$ ermittelten Linien für sehr große Zeiten ergänzen und erhält für $t^* = \infty$ folgende Grenzwerte:

$$\kappa^2 = 1h/H = 0,5$$

$$\kappa^2 = 3h/H = 0,585$$

$$\kappa^2 = 10 \quad h/H = 0,66$$

bzw. folgende Werte für die zu erwartende Absenkung s_o :

$$\kappa^2 = 1s_o/H = \frac{H-h}{H} = 0,5$$

$$\kappa^2 = 3s_o/H = 0,415$$

$$\kappa^2 = 10 \quad s_o/H = 0,34$$

Es zeigt sich nun, dass man zu den gleichen Ergebnissen kommt, wenn man folgenden Ansatz macht:

$$s_o/H = \frac{H - h_o - s_i}{H \cdot \sqrt[5]{\kappa}}$$

Wird wie bei KLÜBER $h_o = 0$ gesetzt und für s_i vereinfachend der Ausdruck von EHRENBERGER eingeführt, so ergibt sich:

$$s_o/H = \frac{H - \frac{H}{2}}{H \cdot \sqrt[5]{\kappa}} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt[5]{\kappa}} = \frac{0,5}{\sqrt[5]{\kappa}}$$

Es ergibt sich somit, dass die Absenkung nur noch den $\frac{1}{\sqrt[5]{\kappa}}$ -fachen Betrag hat, den sie im isotropen Grundwasserleiter erreicht hätte. Diese Abminderung ist bei KLÜBER für alle Absenkstufen eines Pumpversuches gleich groß, da er einen Absenkvorgang mit einem konstanten κ berechnet. Der Verringerung der Absenkung entspricht dann selbstverständlich eine Vergrößerung der Sickerstrecke.

Es ist nun folgendes zu überlegen: Zu Beginn einer Absenkung laufen die Stromlinien nahezu horizontal durch den Grundwasserleiter. Eine Beeinträchtigung durch die Anisotropie ist somit noch nicht zu erwarten. Diese tritt erst mit zunehmender Absenkung in verstärktem Maße ein. Es kann deshalb nicht richtig sein, alle Absenkstufen mit einem konstanten κ zu berechnen. Der Einfluss der Anisotropie ist so zu formulieren, dass er mit zunehmender Absenkung ebenfalls zunimmt. Es wird deshalb folgender Ansatz gemacht:

$$s_{aniso} = s_{iso} \cdot \frac{\kappa}{\kappa_o}$$

Es lautet dann die Gleichung zur Berechnung der Absenkung am Brunnenrand:

$$s_o = \left(s_{Br} - \Delta h_{ki} - \Delta h_{F1/2} - s_{iiso} \right) \cdot \frac{\kappa}{\kappa_o}$$

$$s_o = \left(s_{Br} - \Delta h_{ki} - \Delta h_{F1/2} - 0,228 \cdot \sqrt[3]{\frac{H}{r_o}} \cdot \frac{s_{Br}^2}{H} \right) \cdot \frac{\kappa}{\kappa_o} \quad (86)$$

Es wird verwundert, dass die Kies- und Rohrverluste mit abgemindert werden. Die folgenden Berechnungen lassen jedoch erkennen, dass nur dann sinnvolle Ergebnisse erhalten werden, wenn diese Größen durch die κ -Werte mit umgerechnet werden. Im übrigen ist darauf zu verweisen, dass zum Nachweis der Übereinstimmung der κ_o -Werte aus Diagramm und Berechnung mit dem Brunnenwasserstand auch nur die nicht um die Kies- und Filterrohrverluste korrigierten Wasserstände angesetzt werden durften, um analoge Werte zu erhalten.

Für den Fall, dass das im Brunnen geförderte Wasser nur aus der Zusickerung q_s geliefert wird, können die κ -Werte nicht aus der Verschiebung des Scheitels in der unterstromigen Wasserspiegellinie ermittelt werden. Sie müssen in diesem Fall über die κ_r -Werte berechnet werden, das ist über Gleichung (82):

$$\frac{\kappa_i^2}{\kappa_o^2} = \frac{\kappa_{FH}}{\kappa_{fi}} > \frac{\kappa_i}{\kappa_o} = \sqrt{\frac{\kappa_{FH}}{\kappa_{fi}}}$$

Im Folgenden wurden nun mit der angegebenen Gleichung die Brunnenabsenkungen s_{Br} der Brunnen B 2621 und B 2629 in die Brunnenabsenkungen s_o umgerechnet. Folgende Größen sind konstant:

$$r_{o1} = 0,25 \text{ m}; \quad r_{o2} = 0,2595 = \sim 0,26 \text{ m}; \quad f = 0,126 \text{ (Blech 4)}$$

$$l_F = 6,0 \text{ m (Filterlänge)}; \quad D_{50} = 0,0065 \text{ m}; \quad \text{Kies 4/8 mm}$$

• 1. Pumpversuch B 2621

$$H = 13,15 \text{ m}; \quad r_o = 0,475 \text{ m}$$

$$1. \text{ Stufe: } Q = 75 \text{ l/s}; \quad \kappa = 1,937; \quad \kappa_o = 2,34$$

$$s_o^* = 0,74 \text{ m}; \quad s_o = 0,76 \text{ m}; \quad s_{Br} = 1,12 \text{ m}$$

$$- \Delta h_{ki}: \quad Re = \frac{0,075}{0,5 \cdot \pi \cdot 6,0} \cdot \frac{0,0065}{13 \cdot 10^{-6}} = 40$$

Aus dem Diagramm in Bild 21 wird erhalten:

$$\xi_{Re} = 130$$

$$\Delta h_{ki} = \left(\frac{0,075}{0,5 \cdot \pi \cdot 6,0} \right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{130 \cdot (0,475 - 0,26)}{0,0065} = 0,0145 \approx 0,02 \quad (m)$$

$$\Delta h_{F1}: \frac{Q}{I_F} = Q_m = \frac{75}{6,0} = 12,5 \text{ l/sm}$$

Aus dem Diagramm in Bild 23 wird für $d = 500 \text{ mm}$ erhalten: $\Delta h_m = 0,01 \text{ m}$
 $\Delta h_{F1}: = 0,01 \cdot 6,0 = 0,06 \text{ m}$

- Δh_{F2}

Über die Größe des C_c -Wertes ist nichts bekannt. Es wurde deshalb der Wert solange variiert, bis sich $s_{omess} = s_{orech}$ ergeben hat. Es wurde ein C_c von 0,18 ermittelt.

$$\xi_F = \frac{1}{2 \cdot \pi^2 \cdot 9,81 \cdot 0,126^2 \cdot (0,25 + 0,2595)^2 \cdot 0,18^2} = 38,7 \frac{\text{s}^2}{\text{m}^3}$$

$$\Delta h_{F2} = Q_m^2 \cdot \xi_F \cdot I_F = 0,0125^2 \cdot 38,7 \cdot 6,0 = 0,04 \text{ m}$$

$$s_o = \left(1,12 - 0,01 - 0,10 - 0,228 \cdot \sqrt[3]{\frac{13,15}{0,475} \cdot \frac{1,12^2}{13,15}} \right) \cdot \frac{1,937}{2,34} = 0,78 \approx 0,76 \text{ m}$$

2. Stufe: $Q = 125 \text{ l/s}; \quad \kappa = 1,792; \quad \kappa_o = 2,34$
 $s_o^* = 1,17 \text{ m}, \quad s_o = 1,23 \text{ m}, \quad s_{Br} = 2,125 \text{ m}$

$$\Delta h_{ki} : Re = \left(\frac{0,125}{0,5 \cdot \pi \cdot 6,0} \right)^2 \cdot \frac{0,0065}{13 \cdot 10^{-6}} = 66 > \xi_{Re} = 100$$

$$\Delta h_{ki} = \left(\frac{0,125}{0,5 \cdot \pi \cdot 6,0} \right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{100 (0,475 - 0,26)}{0,0065} = 0,03 \text{ m}$$

$$\Delta h_{F1} : \frac{Q}{I_F} = \frac{125}{6,0} = 20,8 \cdot \frac{\text{l}}{\text{s} \cdot \text{m}}$$

$\Delta h_m = 0,025 \text{ m} > \Delta h_{F1} = 0,025 \cdot 6 = 0,15 \text{ m}$

Δh_{F2} : Für C_c wird wieder 0,18 angesetzt.

$$\xi_F = 38,7 \frac{\text{s}^2}{\text{m}^3}$$

$$\Delta h_{F2} = 0,0208^2 \cdot 6,0 \cdot 38,7 = 0,10 \text{ m}$$

$$s_o = \left(2,125 - 0,03 - 0,25 - 0,228 \cdot \sqrt[3]{\frac{13,15}{0,475} \cdot \frac{2,125^2}{13,15}} \right) \cdot \frac{1,792}{2,34} = 1,23 \text{ m (siehe oben!)}$$

$$\begin{aligned} 3. \text{ Stufe: } \quad Q &= 160 \text{ l/s}; & \kappa &= 1,746; & \kappa_o &= 2,34 \\ s_o^* &= 1,38 \text{ m}; & s_o &= 1,47 \text{ m}; & s_{Br} &= 2,81 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\Delta h_{KI}: Re = 84,9 > \zeta_{Re} = 90$$

$$\Delta h_{KI} = \left(\frac{0,160}{0,5 \cdot \pi \cdot 6,0} \right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{90 \cdot (0,475 - 0,26)}{0,0065} = 0,046 \approx 0,05 \text{ m}$$

$$\Delta h_{F1}: \frac{Q}{I_F} = \frac{160}{6,0} = 26,7 \text{ l/sm}$$

$$\Delta h_m = 0,035 > \Delta h_{F1} = 0,035 \cdot 6 = 0,21 \text{ m}$$

$$\Delta h_{F2}: C_c = 0,18 > \zeta_F = 38,7 \frac{\text{s}^2}{\text{m}^3}$$

$$\Delta h_{F2} = 0,0267^2 \cdot 6,0 \cdot 38,7 = 0,17 \text{ m}$$

$$s_o = \left(2,81 - 0,05 - 0,38 - 0,228 \cdot \sqrt[3]{\frac{13,15}{0,475} \cdot \frac{2,81^2}{13,15}} \right) \cdot \frac{1,746}{2,34} = 1,47 \text{ (siehe oben!)}$$

• **2. Pumpversuch B 2629**

$$H = 14,0 \text{ m}, \quad r_o = 0,475, \text{ ansonsten wie bei B 2621}$$

$$\begin{aligned} 1. \text{ Stufe: } \quad Q &= 75 \text{ l/s}; & \kappa &= 1,901; & \kappa_o &= 2,29 \\ s_o^* &= 0,74 \text{ m}; & s_o &= 0,76 \text{ m}; & s_{Br} &= 1,195 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\Delta h_{KI}: Re = \frac{0,075}{0,5 \cdot \pi \cdot 6} \cdot \frac{0,0065}{1 \cdot 10^{-6}} = 40 > \zeta_{Re} = 130$$

$$\Delta h_{KI} = \left(\frac{0,075}{0,5 \cdot \pi \cdot 6} \right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{130 \cdot (0,475 - 0,26)}{0,0065} = 0,0145 \approx 0,015 \text{ m}$$

$$\Delta h_{F1}: \frac{Q}{I_F} = \frac{75}{6,0} = 12,5 \text{ l/sm}$$

$$\Delta h_m = 0,015 > \Delta h_{F1} = 0,015 \cdot 6,0 = 0,09 \text{ m}$$

$$\Delta h_{F2}: C_c = 0,11 > \xi_F = 103,6 \frac{s^2}{m^3}$$

$$\Delta h_{F2} = 103,6 \cdot 0,0125^2 \cdot 6,0 = 0,097 \approx 0,10 \text{ m}$$

$$s_o = \left(1,195 - 0,015 - 0,19 - 0,228 \cdot \sqrt[3]{\frac{14}{0,475}} \cdot \frac{1,195^2}{14,0} \right) \cdot \frac{1,901}{2,29} = 0,76 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} 2. \text{ Stufe: } Q &= 130 \text{ l/s}; & \kappa &= 1,776; & \kappa_o &= 2,29 \\ s_o^* &= 1,11 \text{ m}; & s_o &= 1,17 \text{ m}; & s_{Br} &= 2,15 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\Delta h_{Ki}: Re = 69 > \xi_{Re} = 100$$

$$\Delta h_{Ki} = \left(\frac{0,13}{0,5 \pi \cdot 6,0} \right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{100 \cdot (0,475 - 0,26)}{0,0065} = 0,03 \text{ m}$$

$$\Delta h_{F1}: \frac{Q}{l_F} = \frac{130}{6,0} = 21,7 \text{ l/sm}$$

$$\Delta h_m = 0,03 > \Delta h_{F1} = 0,03 \cdot 6,0 = 0,18 \text{ m}$$

$$\Delta h_{F2}: C_c = 0,13 > \xi_F = 74,2$$

$$\Delta h_{F2} = 0,0217^2 \cdot 6,0 \cdot 74,2 = 0,209 \approx 0,21 \text{ m}$$

$$s_o = \left(2,15 - 0,42 - 0,228 \cdot \sqrt[3]{\frac{14}{0,475}} \cdot \frac{2,15^2}{14,0} \right) \cdot \frac{1,776}{2,29} = 1,162 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} 3. \text{ Stufe: } Q &= 190 \text{ l/s} & \kappa &= 1,675; & \kappa_o &= 2,29 \\ s_o^* &= 1,54 \text{ m}; & s_o &= 1,64 \text{ m}; & s_{Br} &= 4,31 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\Delta h_{Ki}: Re = \frac{0,19}{0,5 \cdot \pi \cdot 6,0} \cdot \frac{0,0065}{13 \cdot 10^{-6}} = 101 > \xi_{Re} = 85$$

$$\Delta h_{Ki} = \left(\frac{0,19}{0,5 \pi \cdot 6,0} \right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{85 \cdot (0,475 - 0,26)}{0,0065} = 0,06 \text{ m}$$

$$\Delta h_{F1}: Q_m = 31,7 \frac{l}{s \cdot m}$$

$$\Delta h_m = 0,06 > \Delta h_{F1} = 0,06 \cdot 6,0 = 0,36 \text{ m}$$

$$\Delta h_{F2}: C_c = 0,106 > \xi_F = 111,5$$

$$\Delta h_{F2} = 0,0317^2 \cdot 6,0 \cdot 111,5 = 0,67$$

$$s_o = \left(4,315 - 1,09 - 0,228 \cdot \sqrt[3]{\frac{14,0}{0,475}} \cdot \frac{4,315^2}{14,0} \right) \cdot \frac{1,675}{2,29} = 1,67 \text{ m}$$

Die Ergebnisse der Auswertung sind sehr interessant. So kann festgestellt werden, dass die angegebene Gleichung sehr gut die Berechnung von s_o aus s_{Br} erlaubt, falls der Kontraktionskoeffizient C_c bekannt ist. Wie die Berechnungen aber zeigen, bleibt dieser offensichtlich in bestimmten Fällen im Ablauf eines Pumpversuches nicht konstant. Zu den berechneten Werten selbst ist zunächst festzustellen, dass sie kleiner sind als die von HUFSCHMIED angegebenen. Das liegt sicher daran, dass die Filterrohre nicht neu waren und einen gewissen Rostüberzug aufgewiesen haben. Die noch wesentlich kleineren und dazu noch mit den einzelnen Absenkstufen variierenden Werte in Brunnen B 2629 können dadurch geklärt werden, dass der Brunnen durch Kolben entsandet worden ist. Wie bereits angegeben, hat die entnommene Sandmenge ca. einen Kubikmeter betragen. Hierdurch ist es mit Sicherheit im Bereich des Brunnenfilters und dem brunnennahen Gebirge zu Kornumlagerungen gekommen, die neben einer Verlegung des Kiesfilters auch zu einer Blockierung der Schlitzöffnungen im Filterrohr geführt haben. Der Vorgang war während des Pumpversuches offensichtlich noch nicht beendet. Brunnen 2921 wurde dagegen freigepumpt. Die sorgfältigere Behandlung des Brunnens ist an dem konstanten C_c -Wert abzulesen.

Es kann somit festgehalten werden, dass der Kontraktionskoeffizient C_c eines Brunnens eine brunnen-spezifische Größe ist und von der Qualität und Sorgfalt des Brunnenausbaus abhängt. Seine Größe kann demzufolge erst aus einem Absenkversuch bestimmt werden. Die zu erwartenden Filterverluste infolge der Wasserstrahlkontraktion an den Filterschlitzten können aus diesem Grunde zunächst nur größenordnungsmäßig berechnet werden. Wegen der 4 Absenkstufen, die im Versuchsbrunnen in Augsburg gefahren worden sind, konnten auch für diesen Versuch die s_o -Größen berechnet werden. Die Berechnungen sind in der Anlage 1 zu finden. Es hat sich in diesem Falle gezeigt, dass sich mit einem C_c -Wert von 0,30 die s_o -Werte sehr genau berechnen lassen. Der gegenüber den DB-Versuchen größere C_c -Wert ist durch den gröberen Kiesfilter sowie die Verwendung fabrikneuer Rohre zu erklären. Über die angegebene Gleichung (86) ist es somit möglich, die Brunnenabsenkung s_{Br} in die Absenkung s_o am Brunnenrand umzurechnen.

7.4 Ermittlung von s_{Br} und s_o

Von Interesse ist nun auch, welcher Brunnenwasserstand h_o bzw. welche Brunnenabsenkung erforderlich ist, um die Absenkung s_o zu bewirken. Zunächst wird vorausgesetzt, dass die Förderwassermenge Q_i , die Absenkung s_{oi} sowie die Anisotropiefaktoren κ_o und κ_i bekannt sind. Es wird nun Gleichung (86) nach s_{Br} aufgelöst, so dass sich ergibt:

$$s_{Br}^2 - \frac{s_{Br} H}{0,228 \cdot \sqrt[3]{\frac{H}{r_o}}} + \frac{\left(\frac{s_o \kappa_o}{\kappa} + \Delta h_{Kl} + \Delta h_{F1/2} \right) H}{0,228 \cdot \sqrt[3]{\frac{H}{r_o}}} = 0$$

Aus dieser Gleichung zweiten Grades wird folgende Lösung erhalten:

$$s_{Br} = \frac{H}{2 \cdot 0,228 \cdot \sqrt[3]{\frac{H}{r_o}}} \pm \left[\left(\frac{H}{2 \cdot 0,228 \cdot \sqrt[3]{\frac{H}{r_o}}} \right)^2 - \frac{\left(\frac{s_o \cdot \kappa_o}{\kappa} + \Delta h_{Kl} + \Delta h_{F1/2} \right) \cdot H}{0,228 \cdot \sqrt[3]{\frac{H}{r_o}}} \right]^{1/2} \quad (m) \quad (87)$$

Zur Gleichung ist zunächst zu bemerken, dass das Plus vor der Wurzel nicht reale Werte ergibt, denn im Falle $s_o = 0$ sind auch die Verlusthöhen nicht vorhanden, so dass $s_{Br} = 0$ sein muss. Dieses Ergebnis wird nur durch das Minus erhalten. Die größte Brunnenwasserspiegelsenkung ergibt sich demnach, wenn die Wurzel Null wird, das heißt, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$\left(\frac{H}{2 \cdot 0,228 \cdot \sqrt[3]{\frac{H}{r_o}}} \right)^2 = \frac{\left(\frac{s_o \cdot \kappa_o}{\kappa} + \Delta h_{Kl} + \Delta h_{F1/2} \right) \cdot H}{0,228 \cdot \sqrt[3]{\frac{H}{r_o}}}$$

Hieraus wird folgende Bestimmungsgleichung für $s_{o\max}$ erhalten:

$$\frac{H}{0,912 \cdot \sqrt[3]{\frac{H}{r_o}}} = \frac{s_{o\max} \cdot \kappa_o}{\kappa} + \Delta h_{Kl} + \Delta h_{F1/2}$$

Die linke Seite der Gleichung ist ein konstanter Wert. Es ist somit die Absenkung am Brunnenrand s_o so lange zu variieren und damit die zugehörigen κ -Werte und Verlusthöhen, bis die Gleichung erfüllt ist. Die Brunnenwasserspiegelgleichung (87) lässt ferner sofort die maximal mögliche Brunnenabsenkung erkennen und zwar hat sie die Größe:

$$s_{Br\max} = \frac{H}{2 \cdot 0,228 \cdot \sqrt[3]{\frac{H}{r_o}}} \quad (m) \quad (88)$$

Sie wird offensichtlich nur vom Radius der Brunnenbohrung sowie von der Mächtigkeit des grundwassererfüllten Grundwasserleiters bestimmt. Es kann somit festgehalten werden: eine weitere Absenkung hat keine Vergrößerung der Förderwassermenge zur Folge.

Mit $s_{Br\max}$ kann das Fassungsvermögen eines Brunnens berechnet werden, wenn man das zugehörige s_o und damit s_o^* ermittelt, denn damit können dann der k_f -Wert sowie der κ -Wert und damit die Reichweiten R und $R^{1/\kappa}$ bestimmt werden. Hiermit ist Q_{\max} bekannt:

$$Q_{\max} = 2\pi \cdot k_f \cdot H \cdot l \cdot R^{1/\kappa}$$

8 Beispiel

An einem Beispiel wird nun die Anwendung der Gleichungen gezeigt. Berechnet werden für verschiedene Absenkungen die Wasserspiegel im Brunnen 2621 der DB. Folgende Ausgangswerte sind gegeben:

$$H = 13,15 \text{ m}; \quad l = 2,9 \cdot 10^{-3}; \quad r_o = 0,475 \text{ m}; \quad \kappa_o = 2,34; \quad k_{fo} = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

Für verschiedene Wasserstände am Brunnenrand, s_o bzw. s_o^* werden die κ -Werte bzw. die k_f -Werte aus den in den Kapiteln 3.5 und 3.6 angegebenen Gleichungen erhalten:

$$\kappa = e^{-\frac{1}{1,176 + 0,45 s_o^*}}$$

$$k_f = 6,3 \cdot 10^{-3} + 3,7 \cdot 10^{-3} (s_o^*)^{0,78} \text{ (m/s)}$$

Die zugehörigen Reichweiten werden iterativ mit folgender Gleichung berechnet:

$$\frac{s_o^*}{l \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_o}} = R^{1/\kappa}$$

s_o (m)	s_o^* (m)	κ	$1/\kappa$	k_f (m/s)	R (m)	$R^{1/\kappa}$ (m)	Q (m ³ /s)
0	0	2,340	0,427	$6,300 \cdot 10^{-3}$	0	0	0
0,100	0,100	2,268	0,441	$6,910 \cdot 10^{-3}$	84,50	7,075	0,012
0,200	0,200	2,203	0,454	$7,350 \cdot 10^{-3}$	206,00	11,230	0,020
0,300	0,300	2,144	0,466	$7,730 \cdot 10^{-3}$	355,00	15,430	0,029
0,500	0,490	2,046	0,489	$8,420 \cdot 10^{-3}$	635,00	23,470	0,047
0,750	0,730	1,944	0,514	$9,180 \cdot 10^{-3}$	915,00	33,280	0,073
1,000	0,960	1,862	0,537	$9,875 \cdot 10^{-3}$	1090,00	42,770	0,101
1,500	1,410	1,737	0,576	$1,110 \cdot 10^{-2}$	1278,00	61,570	0,164
2,000	1,850	1,645	0,608	$1,220 \cdot 10^{-2}$	1355,00	80,200	0,234
2,500	2,260	1,577	0,634	$1,320 \cdot 10^{-2}$	1378,00	97,790	0,309
2,700	2,423	1,555	0,643	$1,370 \cdot 10^{-2}$	1385,00	104,700	0,343
3,000	2,658	1,524	0,656	$1,410 \cdot 10^{-2}$	1383,00	114,970	0,388
3,500	3,030	1,483	0,675	$1,490 \cdot 10^{-2}$	1371,00	131,100	0,468
4,000	3,390	1,448	0,691	$1,570 \cdot 10^{-2}$	1367,00	146,830	0,552
4,500	3,730	1,420	0,705	$1,640 \cdot 10^{-2}$	1363,00	161,530	0,635
5,000	4,050	1,396	0,716	$1,710 \cdot 10^{-2}$	1362,00	175,410	0,719
5,500	4,350	1,376	0,727	$1,760 \cdot 10^{-2}$	1352,00	188,890	0,797
6,000	4,630	1,359	0,736	$1,820 \cdot 10^{-2}$	1350,00	201,330	0,878
7,000	5,140	1,332	0,751	$1,960 \cdot 10^{-2}$	1340,00	223,100	1,048

Es zeigt sich, dass die Reichweitenentwicklung nur bis zu einem $R = 1385$ m geht. Dann nimmt sie mit weiterer Absenkung wieder ab, d.h. der Senkungstrichter versteilt sich. Die Ursache ist darin zu suchen, dass der Wasserspiegel des Senkungstrichters immer mehr sandig-kiesige Horizonte durchschneidet und damit eher einen quasi isotropen Grundwasserleiter vorfindet. Dies zeigen ja auch die immer kleineren κ -Werte an.

Es wird nun für die maximal mögliche Brunnenabsenkung $s_{\text{Br max}}$ die zugehörige Absenkung s_{omax} am Brunnenrand ermittelt.

$$s_{\text{Br max}} = \frac{13,15}{2 \cdot 0,228 \cdot \sqrt[3]{\frac{13,15}{0,475}}} = 9,53 \text{ m}$$

Die Absenkung s_o wird aus Gleichung (86) erhalten.

Nach verschieden gewählten s_o -Werten wurde ein s_o von 2,38 m gefunden:

$$s_o = 2,38; \quad s_o^* = 2,16; \quad \kappa = 1,593; \quad R = 1377 \text{ m}; \quad R^{1/\kappa} = 93,42 \text{ m}$$

$$k_f = 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}; \quad l_f = 6,0 \text{ m}; \quad D_{50} = 0,0065 \text{ m}; \quad r_o = 0,475; \quad r_2 = 0,26 \text{ m}$$

Ferner wird das ξ_f übernommen, das aus jeder der 3 Absenkstufen in diesem Brunnen erhalten wurde: $\xi_f = 38,7$.

$$Q = 2 \pi \cdot 1,3 \cdot 10^{-2} \cdot 13,15 \cdot 2,9 \cdot 10^{-3} \cdot 93,42 = 0,291 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\Delta h_{\text{KI}}: \text{Re} = \frac{0,291}{0,5 \pi \cdot 6,0} \cdot \frac{0,0065}{1,3 \cdot 10^{-6}} = 154 > \xi = 74$$

$$\Delta h_{\text{KI}} = \left(\frac{0,291}{0,5 \pi \cdot 6,0} \right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot 9,81} \cdot 74 \cdot \frac{(0,475 - 0,26)}{0,0065} = 0,12 \text{ m}$$

$$\Delta h_{\text{F1}}: \quad \frac{Q}{l_f} = \frac{0,291}{6,0} = 0,0485 \text{ m}^3 / s \cdot \text{m} = 48,5 \text{ l} / s \cdot \text{m}$$

$$\Delta h_m = 100 \text{ mm}$$

$$\Delta h = 0,1 \cdot 6,0 = 0,60 \text{ m}$$

$$- \Delta h_{\text{F2}}:$$

$$Q_m^2 \cdot \xi_f \cdot l_f = 0,0485^2 \cdot 38,7 \cdot 6,0 = 0,55 \text{ m}$$

$$\frac{13,15}{0,912 \cdot \sqrt[3]{\frac{13,15}{0,475}}} = \frac{2,38 \cdot 2,34}{1,593} + 0,12 + 0,60 + 0,55 = 4,766$$

Es kann damit Folgendes festgehalten werden: Brunnen 2621 der DB hätte bis auf eine Tiefe von 9,53 m abgepumpt werden können. Die Förderwassermenge hätte dann 0,291 m³/s betragen und die Absenkung s_o am Brunnenrand hätte 2,38 m erreicht. Eine weitere Absenkung des Brunnenwasserspiegels hätte keine zusätzliche Absenkung am Brunnenrand und auch keine Erhöhung der Förderwassermenge erbracht.

Auf eine weitere Erscheinung ist noch zu verweisen, und zwar liegt die errechnete Absenkung s_{omax} nahe an der rechnerischen Absenkung von $s_o = 2,70$ m, für die sich die größte Reichweite ergeben hat.

Falls es nun von Interesse ist, in welcher Beziehung die Absenkwerte s_o und s_{Br} stehen, kann für einen weiteren Fall wie z.B. $s_o = 1,5$ m noch die Absenkung s_{Br} ermittelt werden. Durch einen Auftrag der s_o - und s_{Br} -Werte in einem Diagramm kann dann sofort für jedes s_o der zugehörige s_{Br} -Wert abgelesen werden.

Mit der Frage der größten sinnvollen Absenkung im Brunnen ist auch die Frage nach dem Fassungsvermögen des Brunnens beantwortet. Sie beträgt im vorliegenden Fall $0,291$ m³/s. Ein Vergleich mit der von SICHARDT angegebenen Gleichung ergibt Folgendes, wobei für h der Wasserstand am Rand der Brunnenbohrung angesetzt wird:

$$q = 2 \cdot \pi \cdot r_o \cdot h \cdot \frac{\sqrt{k_f}}{15} = 2 \cdot \pi \cdot 0,475 \cdot (13,15 - 2,37) \cdot \frac{\sqrt{1,3 \cdot 10^{-2}}}{15} = 0,245 \text{ m}^3/\text{s}$$

In der Größenordnung würde das Fassungsvermögen also erfasst werden. Im Folgenden werden für den Brunnen 2621 im Schnitt $\varphi = 0^\circ$ die Wasserspiegellagen der 3. Absenkstufe berechnet, und zwar für die Annahmen: $q_s = 0$; $q_s = 1 \cdot 10^{-8}$ m³/sm² und $q_s = 1 \cdot 10^{-9}$ m³/sm².

- **$q_s = 0$**

$$s_1^* = s_o^* = 1,38 \text{ m}; R = 1280 \text{ m}; k_f = 1,108 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}; \kappa = 1,746$$

$$R^{1/\kappa} = 60,24 \text{ m}$$

Unter Ansatz der Gleichung (61) ergibt sich für $r_2 = R = 1280$ m und $r_1 = r_o = 0,475$ m:

$$1,38 - s_2^* = 2,9 \cdot 10^{-3} \cdot 60,24 \cdot \ln \cdot \frac{1280}{0,475} - 2,9 \cdot 10^{-3} \cdot \left(1280 - \frac{0,475^2}{1280} - 0,475 + \frac{0,475^2}{0,475} \right) +$$

$$+ \frac{(2,9 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot 13,15} \cdot \left(1280^2 - 0,475^2 + \frac{0,475^4}{1280^2} - \frac{0,475^4}{0,475^2} \right)$$

$$s_2^* = 3,19 \text{ m}; \quad s_2 = 3,71 \text{ m}$$

$$\text{Probe: } R \cdot l = 1280 \cdot 2,9 \cdot 10^{-3} = 3,71 \text{ m}$$

Für $r_2 = 1000$ m und $r_1 = 0,475$ m wird erhalten:

$$1,38 - s_2^* = 2,9 \cdot 10^{-3} \cdot 60,24 \cdot \ln \cdot \frac{1000}{0,475} - 2,9 \cdot 10^{-3} \cdot \left(1000 - \frac{0,475^2}{1000} - 0,475 + \frac{0,475^2}{0,475} \right) +$$

$$+ \frac{(2,9 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot 13,15} \cdot \left(1000^2 - 0,475^2 + \frac{0,475^4}{1000^2} - \frac{0,475^4}{0,475^2} \right)$$

$$s_2^* = 2,62 \text{ m}; \quad s_2 = 2,95 \text{ m}; \quad s_2^*(90^\circ) = 0,04 \text{ m}$$

Folgende weiteren Werte wurden berechnet, wobei r_1 stets die Größe r_0 hatte:

Radius r_2 (m)	500	200	100	65	60,24	55	10	1	0,475
s_2^* (m)	1,53	0,90	0,74	0,71	0,70	0,71	0,88	1,25	1,38
s_2 (m)	1,63	0,93	0,76	0,73	0,72	0,73	0,91	1,32	1,46
$s_2^*(90^\circ)$	0,16	0,32	0,45	0,52	0,53	0,55	0,85	1,25	1,38

- $g_s = 1 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{m}^2$

Aus Gleichung (66) wurde erhalten: $R = 1700 \text{ m}$

sowie $\kappa_s = 2,281$; $R^{1/\kappa} = 26,07 \text{ m}$

Für $r_2 = 1700 \text{ m}$; $s_2^* = 0$ ergibt sich:

$$1,38 - s_2^* = 2,9 \cdot 10^{-3} \cdot 26,07 \cdot \ln \cdot \frac{1700}{0,475} - 2,9 \cdot 10^{-3} \left(1700 - \frac{0,475^2}{1700} - 0,475 + \frac{0,475^2}{0,475} \right) \\ + \frac{(2,9 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot 13,15} \cdot \left(1700^2 - 0,475^2 + \frac{0,475^4}{1700^2} - \frac{0,475^4}{0,475^2} \right) \\ + \frac{1 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot 13,15 \cdot 1,108 \cdot 10^{-2}} \cdot \left(2 \cdot 1700^2 \cdot \ln \cdot \frac{1700}{0,475} - 1700^2 + 0,475^2 \right)$$

$$s_2^* = 4,006 \text{ m}; \quad s_2 = 4,93 \text{ m}$$

$$\text{Probe: } 2,9 \cdot 10^{-3} \cdot 1700 = 4,93 \text{ m}$$

Weitere Ergebnisse:

r_2 (m)	1600	1500	1400	1200	1000	500	100
s_2^* (m)	3,83	3,64	3,45	3,06	2,64	1,53	0,74
s_2 (m)	4,65	4,36	4,08	3,54	2,98	1,63	0,76
$s_2^*(90^\circ)$	0,01	0,01	0,02	0,04	0,06	0,16	0,45
r_2 (m)	65	60,24	55	10	1	0,475	
s_2^* (m)	0,71	0,70	0,71	0,88	1,25	1,38	
s_2 (m)	0,73	0,72	0,73	0,91	1,32	1,46	
$s_2^*(90^\circ)$	0,52	0,53	0,55	0,85	1,25	1,38	

- $q_s = 1 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3/\text{sm}^2$

Es wird erhalten: $R = 1305 \text{ m}$; $\kappa_s = 1,765$; $R^{1/\kappa} = 58,2 \text{ m}$

r_2 (m)	1305	1000
s_2^* (m)	3,24	2,63
s_2 (m)	3,78	2,96
s_2^* (90°)	0	0,05

Probe: $* = 2,9 \cdot 10^{-3} \cdot 1305 = 3,78 \text{ m}$

Ein Vergleich mit den Absenkbeträgen, die für den Fall $q_s = 0$ erhalten wurden, lässt erkennen, dass die Werte für $R = 1000$ nahezu identisch sind, so dass eine weitere Berechnung nicht mehr erforderlich ist. Eine Darstellung im semilogarithmischen Maßstab ist für den Fall $\varphi = 0^\circ$ und $q_s = 0$ in Bild 24 erfolgt.

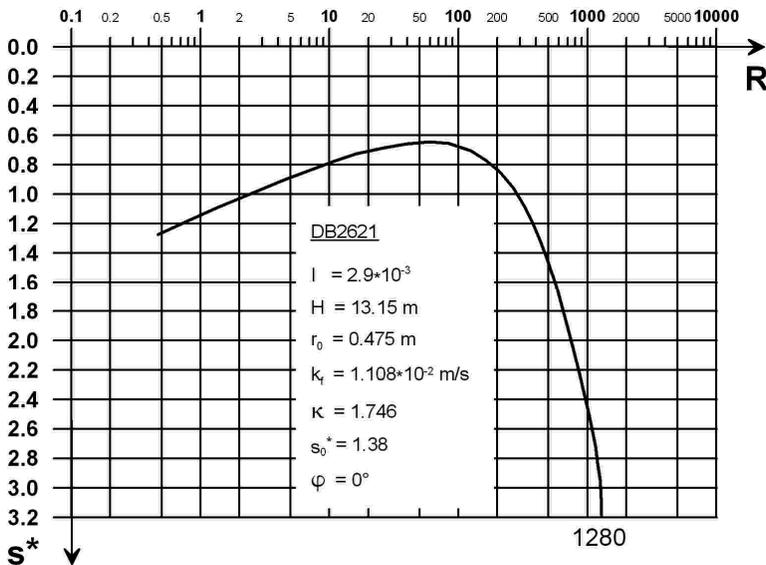


Bild 24: Wasserspiegellinie der 3. Absenkstufe in B 2621 im Schnitt $\varphi = 0^\circ$

Es konnte ferner gezeigt werden, dass im Schnitt $\varphi = 0^\circ$ alle Wasserspiegellinien bei $r = 60,24$ einen Scheitel aufweisen, sowie es die Rechnung ergeben hatte.

9 Anwendung auf Baugruben

Mit den abgeleiteten Gleichungen können nun unter den angegebenen Bedingungen die Senkungstrichter berechnet werden, die sich in Abhängigkeit von der Absenktiefe um einen Brunnen ausbilden. Von besonderem Interesse ist nun, ob mit diesen Gleichungen auch Absenkmaßnahmen erfasst werden können, wie sie erforderlich werden, wenn Baugruben ins Grundwasser reichen.

Es werden zunächst die Senkungstrichter im semilogarithmischen Maßstab aufgetragen, die für den Brunnen 2621 der DB berechnet worden sind. Ihre Darstellung ist in Bild 25 zu finden.

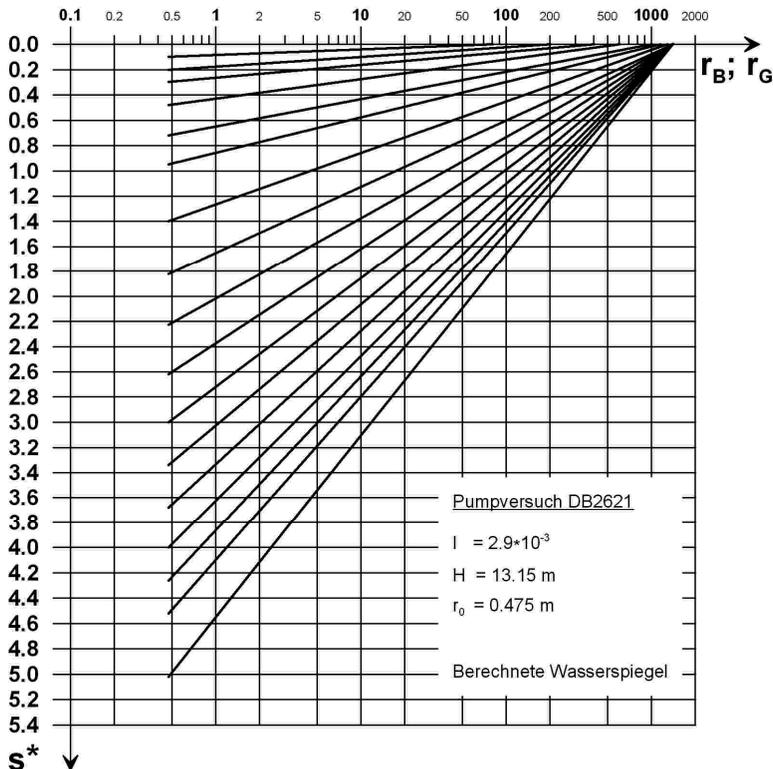


Bild 25: Berechnete Senkungstrichter für Brunnen 2621

Es wird nun die Annahme getroffen, dass eine kreisförmige Baugrube vorhanden ist, deren Durchmesser 30 m beträgt. In Bild 25 schneidet der Baugrubenrand z.B. die Absenklinie bei $s_o^* = 2,91$ m, die für $s_o^* = 5,14$ ermittelt worden ist. Die Reichweite hatte sich zu 1340 m und der κ -Wert (fehlende Versickerung) zu 1,332 ergeben. Der Reziprokwert ist 0,751. Es wird nun geprüft, ob dieser Wert für $r_o = 15,0$ und $R = 1340,0$ m erhalten wird. Es wird:

$$s_o^* = 1340^{0,751} \cdot 2,9 \cdot 10^{-3} \ln \frac{1340}{15}$$

$$s_o^* = 2,901 \text{ m}$$

Unter Berücksichtigung der Rechengenauigkeit ist der Wert erhalten worden. Es wird noch ein weiterer Wert berechnet:

$$r = 100,0 \text{ m} \quad s^* = 1,69 \text{ m (abgelesen)}$$

$$2,91 - s_2^* = 2,9 \cdot 10^{-3} \cdot 1340^{0,751} \cdot \ln \frac{100}{15}$$

$$s_2^* = 2,91 - 1,23 = 1,68 \text{ m} \approx 1,69 \text{ m}$$

Für $r = 500$ m wird ferner beispielsweise ein s^* von 0,65 m abgelesen und ein Wert von 0,64 m aus der Gleichung erhalten.

Es ist festzustellen, dass die Wasserspiegellinie in Bild 25 rechts vom Baugrubenradius die Absenklinie der Baugrube erfasst, deren Absenkung $s_o = 3,33$ m betragen hat. Es kann somit gefolgert werden, dass mit den Wasserspiegellinien rechts vom Baugrubenradius Absenklinien der Baugrube erfasst werden. Der Schnittpunkt der Linie mit dem Baugrubenradius ergibt dann die jeweils zugehörige Absenkung s_o^* (siehe FORCHHEIMER 1886). Es ist folglich über die für einen Brunnen ermittelten κ - und k_f -Werte möglich, den Absenkvorgang sowie die zu erwartenden Förderwassermengen in einer dort geplanten Baugrube vorauszuberechnen.

Auf die hierzu erforderliche Brunnenanzahl und die erforderliche Absenkung in diesen soll hier nicht weiter eingegangen werden. Es wäre dies jedoch über die in Abschnitt 7 angegebene Möglichkeit zur Berechnung der Sickerstrecken – und Strömungsverluste möglich.

Zur weitergehenden Berechnung der Absenkung einer Baugrube ist es möglich, aus den über Bild 16 ermittelten κ -Werten eine Beziehung zwischen s^* und κ_G , d.h. den Kappwerten für die Baugrube, herzustellen. Es kann abgelesen werden:

$s_{OG}^* = 0$	$s_{OB}^* = 0$	$\kappa = 2,340$	$\ln \kappa = 0,850$
$s_{OG}^* = 0,15$	$s_{OB}^* = 0,30$	$\kappa = 2,144$	$\ln \kappa = 0,763$
$s_{OG}^* = 0,40$	$s_{OB}^* = 0,73$	$\kappa = 1,944$	$\ln \kappa = 0,665$
$s_{OG}^* = 0,80$	$s_{OB}^* = 1,41$	$\kappa = 1,737$	$\ln \kappa = 0,552$
$s_{OG}^* = 1,52$	$s_{OB}^* = 2,66$	$\kappa = 1,524$	$\ln \kappa = 0,421$
$s_{OG}^* = 2,30$	$s_{OB}^* = 4,05$	$\kappa = 1,396$	$\ln \kappa = 0,333$

Die κ -Werte sind in Bild 26 als Logarithmen zur Absenkung s_o^* aufgetragen.

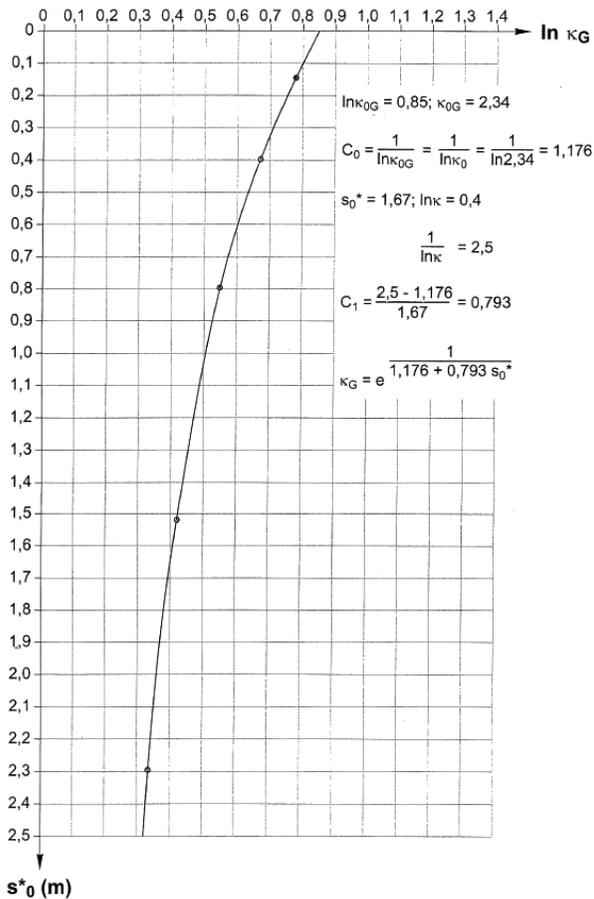


Bild 26: κ_G -Werte für Absenkungen s_o^* in einer Baugrube ($r_o = 15 \text{ m}$)

Zur Unterscheidung zum κ -Wert eines Brunnens sollen sie mit κ_G bezeichnet werden. Der κ_{G0} -Wert muss, da $s_{oG}^* = s_o^* = 0$, wie beim Brunnen 2,34 sein. Für einen Punkt $s_o^* = 1,07$ ist ein $\ln \kappa_G = 0,4$ aus dem Diagramm zu entnehmen. Damit wird $c_1 = 0,793$ und die Bestimmungsgleichung lautet damit (siehe Bild 26).

$$\kappa_G = e^{\frac{1}{1,176 + 0,793 s_o^*}}$$

Mit dieser Gleichung können dann für beliebige s_o -Werte die κ_G -Werte ermittelt und damit jede gewünschte Absenkung berechnet werden, da auch der jeweilige Durchlässigkeitsbeiwert k_{fi} bekannt ist:

$$k_{fi} = \frac{k_{fH} \cdot \kappa_{Go}^2}{\kappa_{Gi}^2} = \frac{k_{fH} \cdot \kappa_o^2}{\kappa_{Gi}^2}$$

Der Wasserspiegel s_G , der in der Baugrube zu erwarten ist, kann genügend genau mit Gleichung (87) berechnet werden, wobei die Filterverluste hier nicht auftreten.

10 Zusammenfassung

Die bekannten Dupuit/Thiem-Gleichungen werden unter Berücksichtigung des Grundwasserspiegelgefälles I sowie der vertikalen Zusickerung q_s so umgeformt, dass mit ihnen die Senkungslinien sowie die dabei geförderten Wassermengen eines vollkommenen Brunnens erfasst werden können. Die Gleichungen haben zunächst für einen isotropen Grundwasserleiter Gültigkeit. Durch Berücksichtigung der Auswirkungen der Anisotropie eines Grundwasserleiters auf die Ausbildung des Scheitels wird auch diese in den angegebenen Gleichungen berücksichtigt.

Die Gleichungen ermöglichen es ferner, falls mehrere Absenkstufen gefahren worden sind, die Durchlässigkeitsbeiwerte k_{FH} und k_{FV} und damit den Anisotropiefaktor κ_o eines Grundwasserleiters zu ermitteln. Es wurde auch angegeben, wie Gleichungen hergeleitet werden können, über die dann für beliebige Absenkstufen die zutreffenden κ_r - und κ -Werte berechnet werden können, da diese Größen in Abhängigkeit von der vorgenommenen Absenkung variieren.

Schließlich wurde angegeben, wie der Wasserstand im Brunnen auf den umgerechnet werden kann, mit dem der Senkungstrichter am Brunnenrand anschlägt. Hierzu wurde u.a. die Gleichung, die ÖLLÖS zur Berechnung der Sickerstrecke angegeben hat, für einen anisotropen Grundwasserleiter entsprechend umgeformt. Auch das Fassungsvermögen eines Brunnens wurde neu definiert.

11 Quellenangaben

- APEL, R. et al.; (2000): Hydrogeologische Landesaufnahme, Grundwasseruntersuchungen in Bayern. – Geologica Bavarica Nr. 105, GLA Bay.
- BABBIT, H.E. and CALDWELL, D.H. (1948): The free surface around, and interference between, gravity wells. – Univ. Illinois, Eng. Exp. Sta. Bull. 374.
- BAYER. LANDESAMT FÜR WASSERWIRTSCHAFT (1987): Die Grundwasserneubildung in Bayern, H 3/87.
- BAYER, W. (1964): Zur Bestimmung der Wasserdurchlässigkeit von Kiesen und Sanden aus der Kornverteilungskurve. – WWT, H. 6.
- BEAR, J. (1972): Dynamics of fluids in porous media. – American Elsevier Publishing Comp. Inc., New York.
- BERGMANN, H. (1970): Über die Grundwasserbewegung am Filterrohr. – Gesellschaft für Strahlenforschung, Neuherberg bei München, Bericht R 24.
- BETZ, A. (1964): Konforme Abbildung. – Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg.
- BOSOLD, H. (1963): Beitrag zur Theorie des vollkommenen Brunnens.– Diss. Leipzig.
- BOSOLD, H. (1966): Die Festlegung der Reichweiten bei kreisförmigen Fassungsanlagen und Einzelbrunnen.– WWT, H. 11.
- BOULTON, N.S. (1951): The flow pattern near a gravity well in an uniform water bearing medium.– Jour. Inst. Civil Engrs; vol. 36 no. 10.
- BRAUNS, I. (1981): Grenzabsenkung von Grundwasserbrunnen. – Veröffentlichung des Instituts für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Karlsruhe, H. 87.
- BREITENÖDER, M. (1942): Ebene Grundwasserströmung mit freier Oberfläche. – Springer-Verlag Berlin.
- BREITENÖDER, M. (1958): Der Wasserandrang bei vollkommenen und unvollkommenen Brunnen mit freier Grundwasser Oberfläche. – Österreichische Wasserwirtschaft, Wien, H. 3.
- BUSCH, F. K. und LUCKNER, L. (1974): Geohydraulik. – Enke-Verlag, Stuttgart.

- COX, R. J. (1976): A study of near well groundwater flow and the implications in well design. – Diss. Univ. South Wales.
- DARCY (1856): Fontaines publiques de la ville de Dijon.
- DUPUIT, A. I. (1963): Etudes théorétiques et pratiques sur le mouvement des eaux à travers les terrains perméables, Paris.
- EHRENBERGER, R. (1928): Versuche über die Ergiebigkeit von Brunnen und Bestimmung der Durchlässigkeit des Sandes. – Zeitschrift Österr. Ing. und Arch. Verein H 9/10.
- FORCHHEIMER, Ph. (1886): Über die Ergiebigkeit von Brunnenanlagen und Sickerschlitzten. – Zeitschrift Arch. und Ing. Verein, Hannover, Nr. 32.
- FORCHHEIMER, Ph. (1930): Hydraulik. – Teubner-Verlag, Leipzig/Berlin.
- FRANKE, L. (1963): Die Strömungsvorgänge bei unvollkommenen Brunnen. – Diss. TH Karlsruhe.
- HALL, P.H. (1955): An investigation of steady flow towards a gravity well. – La Houille Blanche, H. 1.
- HANTUSH, M.S. (1962): On the validity of the Dupuit – Forchheimer well discharge formula. – Jour. Geophys. Res., vol 67, no. 6.
- HARTEL, F. (1989): Zum Einfluss von Rollkieslagen in Terrassenschottern auf die Eindringwiderstände der leichten Rammsonde. – Geotechnik, H. 3.
- HEINRICH, G. und DESOYER, K. (1958): Praktische Methoden zur Lösung von Problemen der stationären und instationären Grundwasserströmungen, Ingenieurarchiv, XXVI. Band
- HEINRICH, G. (1963): Die strenge Lösung für die Ergiebigkeit eines vollkommenen Brunnens. – Ingenieurarchiv, XXXII. Band.
- HEINRICH, G. (1964): Eine Näherung für die freie Spiegelfläche beim vollkommenen Brunnen.- Österreichische Wasserwirtschaft 16, H 1/2.
- HERTH, W. und ARENDTS, E. (1973): Theorie und Praxis der Grundwasserabsenkung. – Verlag W. Ernst u. Sohn, Berlin/München, Düsseldorf.
- HOLLER, (1929): Die Ermittlung der Wasserführung von Grundwasserströmungen aus Pumpversuchen. – GWT, H. 7.

- HOLZMÜLLER, G. (1882): Einführung in die Theorie der isogonalen Verwandtschaften und der konformen Abbildungen.– Teubner-Verlag, Leipzig.
- HUFSCHMIED, P. (1983): Grundlagen für Schutz und Bewirtschaftung der Grundwässer des Kanton Bern. – Hydrogeologie Emmental, Teil IV Wasser- und Energiewirtschaftsamt des Kantons Bern.
- HUNT B.W. (1970): Exakt flow rates from Dupuit's approximation, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 96.
- JAEGER, Ch. (1949): Technische Hydraulik. – Birkheimer Verlag, Basel.
- KASHEF, A. (1965): Exakt free surface of gravity wells. – Jour. Hydr. Div. Proceed. ASCE HY 4.
- KIRKHAM, D. (1964): Exact theory of the shape of the free water surface about a well in a semiconfined aquifer. – Jour. Geophys. Res., vol 69, no. 12.
- KLOTZ, D. (1969): Messung der Eintrittswiderstände für Schlitzbrückenfilter. – Techn. Bericht Nr. 34 der Fa. J.F. Nold, Stockstadt.
- KLÜBER, Th. (1975): Die instationäre Brunnenströmung im anisotropen Grundwasserleiter mit freier Oberfläche. – Mittl. Vers. Anst. Bodenm. Grundbau, TH Darmstadt.
- KOZENY, J. (1953): Hydraulik. – Springer-Verlag, Wien.
- KRUSEMAN; G.P.; DE RIDDER, N.A. (1970): Analysis and Evaluation of Pumping Test Data.- International; Institute for Land Reclamation and Improvement, Wageningen, The Netherlands.
- LEHMANN, U. (1968): Der Einfluss von Filterkies und Brunnenrohr auf die Bemessung eines vollkommenen Brunnens.- Mittl. des Franzius-Inst. für Grund- und Wasserbau der TU Hannover.
- LOHR, A. (1969): Beitrag zur Ermittlung des K_H -Wertes durch hydraulische Feldversuche. – GWT, H. 14.
- MAECKELBURG, D. (1965): Ausbreitung und Reichweite des Senkungstrichters eines Vertikalbrunnens bei freiem Wasserspiegel. – WaWi, H. 1.
- MAHDAVIANI, M.A. (1967): Steady and unsteady flow towards gravity wells. – Proc. ASCE, Hydr. Div., HY 6.
- MANSUR, C.I. and DIETRICH, R.I. (1965): Pumping test to determine permeability ratio, Proc. ASCE, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, SM4, July 1965.

- MURRAY, W.A.; MONKMEYER P.L. (1973): Validity of Dupuit-Forchheimer Equation. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, HY9.
- NAHRGANG, G. (1954): Zur Theorie des vollkommenen und unvollkommenen Brunnens. – Springer-Verlag, Berlin.
- NAHRGANG, G. (1965): Über die Anströmung von Vertikalbrunnen mit freier Oberfläche im einförmigen sowie im geschichteten Grundwasserleiter.– E. Schmidt-Verlag, Berlin.
- NEHLS, KI.-D. (1963): Eine neue Brunnentheorie und ihre praktische Anwendung, Diss. TU Dresden
- ÖLLÖS, G. (1958): Eingehende Untersuchung der hydraulischen Verhältnisse in der Nähe des Brunnenmantels.- Hydrologiai Közlöny, H1.
- PETERSON, J.S. e.a. (1955): Effect of well screens on flow into wells.– Trans ASCE, pap. nr. 2755.
- POLUBARINOVA-KOCHINA (1962): Theory of groundwater movement.– Princeton Univ. Press, Princeton, New Jersey.
- PRINZ, E. (1919): Handbuch der Hydrologie, Springer Verlag, Berlin
- SCHIRM, E. (1968): Die hydrogeologischen Verhältnisse der Münchner Schotterebene östlich der Isar.– Bayer. Landesstelle für Gewässerkunde, München.
- SCHMIDT, H. (1956): Über die Anwendung der Relaxationsmethode zur Behandlung von Grundwasserströmungen.– Diss. TH Wien.
- SCHNEEBELI, G. (1956): Sur l'hydraulique des puits.– Symposia Darcy, Tome II: Eaux souterraines.– Publ. no. 41 de l' Ass. Int. d' Hydrogeologie.
- SCHRÖTER, K. (1967): Zur Berechnung des Vertikalbrunnens.– Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Bauwesen, Leipzig 1967/3.
- SCHULZE, J. (1924): Die Grundwasserabsenkung in Theorie und Praxis.– Springer-Verlag, Berlin.
- SIEMON, H. (1957): Berechnung von Grundwasserabsenkungen unter Berücksichtigung des Grundwasserhaushaltes.– Diss., TH Aachen.
- SMREKER, O. (1914): Das Grundwasser, seine Erscheinungsformen, Bewegungsgesetze und Mengenbestimmung.– Verlag W. Engelmann, Leipzig/Berlin.

- SOUTHWELL, R. V. (1940): *Relaxation Methods in Engineering Science*, Oxford University Press
(1946): *Relaxation Methods in Theoretical Physics*, Oxford University Press
- STEINBRENNER, W. (1937): *Der zeitliche Verlauf einer Grundwasserabsenkung.– Wasserwirtschaft und Wassertechnik*, Wien, Sonderdruck.
- THEIS; C.V. (1935): *The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using groundwater storage.– Am. Geophys. Union Trans. Vol. 16.*
- THIEM, A. (1870): *Über die Ergiebigkeit artesischer Bohrlöcher, Schachtbrunnen und Filtergalerien.– Zeitschrift für Gas- und Wasserversorgung.*
- TRUELSEN, CH. (1967): *Die Direkt-Methode zur Bestimmung des Wasserandranges bei im Lockergestein fließenden Grundwasser-Strömen.– GWF, H. 6.*
- UDLUFT, P. (1979): *Natürliche Grundlagen der Grundwasserneubildung ... – Sonderforschungsbereich (81) der TU München.*
- WEBER, H. (1928): *Untersuchungen über die Reichweite von Grundwasserabsenkungen mittels Rohrbrunnen.– Diss. Springer-Verlag, Berlin.*
- WIEDERHOLD, W. (1961): *Die raumzeitlichen Verhältnisse des Senkungstrichters eines Brunnens im Grundwasser mit freier Oberfläche.– Zeitschrift für Grundwasser, Verlag, Frankfurt.*
- WIEDERHOLD, W. (1965): *Theorie und Praxis des hydrologischen Pumpversuches, gwf, H. 34.*
- WITHUM, D. (1967): *Elektronische Berechnung ebener und räumlicher Sicker- und Grundwasserströmungen durch beliebig berandete, inhomogene, anisotrope Medien.– Mittl. Inst. wasserwirtschaftl. u. landwirtschaftl. Wasserbau, TH Hannover, H. 10.*
- ZEE, CH.-H., PETERSON; D. F. and BOCK, R. (1955): *Flow into a well by electric and membrane analogy.– Proc. ASCE, vol. 81, sep. 817.*

Anlage 1: Pumpversuch im Bereich des Baugeländes der Müllverbrennungsanlage Augsburg

Der Pumpversuch wurde 1989 in einem Brunnen ausgeführt, der in den Lechschottern im Norden von Augsburg niedergebracht worden war (Körnungsband in Bild 27).

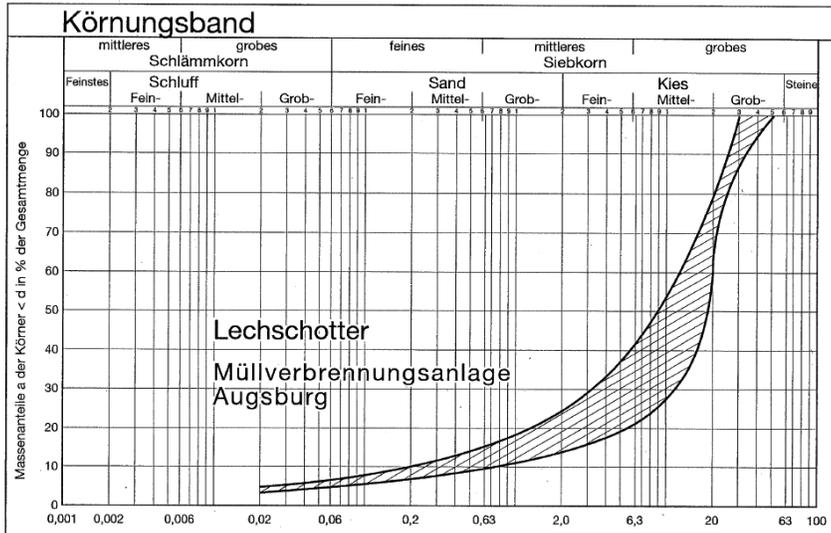


Bild 27: Körnungsband Lechschotter, Augsburg

Der Grundwasserleiter war auf eine Höhe von 4,3 m mit Grundwasser erfüllt. Folgende Brunnenausbaumaße waren gegeben:

- Bohrdurchmesser 1,20 m
- Rohrdurchmesser 0,80 m
- Länge der Filterrohre: 5,0 m (Schlitzbrückenfilter)
- Filterkies 4/16 mm

Das Gefälle des Grundwasserspiegels wurde zu 3,3‰ ermittelt. Die Bewegung des Grundwasserspiegels wurde in 5 Messstellen verfolgt (F6 bis F10). Es wurden 5 Absenkstufen gefahren. Nach der 3. Stufe musste der Pumpvorgang wegen Stromausfall abgebrochen werden. Die Stufen 4 und 5 wurden dann nach Wiederaufnahme des Absenkvorganges gefahren. Der Auftrag der Wasserstände in den Messstellen hat ergeben, dass die 4. Stufe nicht lange genug gehalten worden ist, um eine Beharrung zu erreichen. Sie wurde deshalb nicht zur Auswertung herangezogen. Die in den Messstellen beobachteten Wasserstände sind in Bild 28 dargestellt.

Anlage 1: Pumpversuch im Bereich des Baugeländes der Müllverbrennungsanlage Augsburg

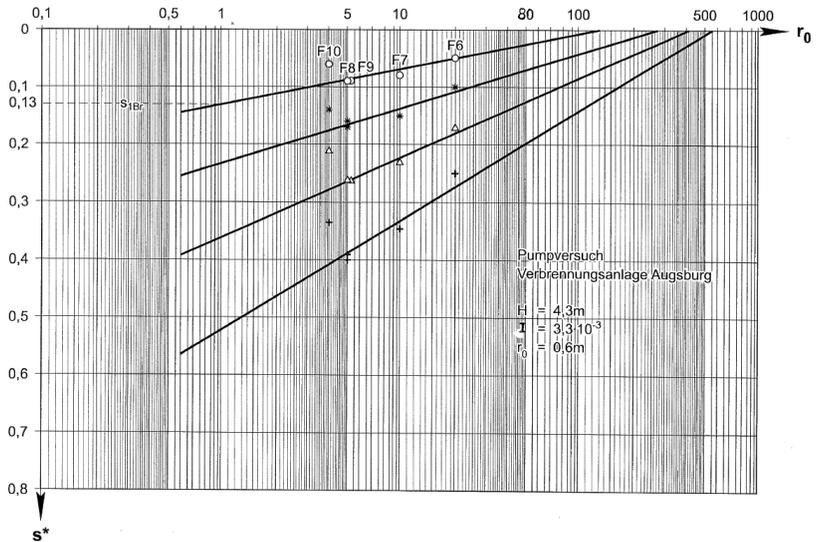


Bild 28: Pumpversuch „Verbrennungsanlage Augsburg“

Im Folgenden sollen folgende Auswertungen vorgenommen werden:

- Ermittlung der k_f -Werte
- Berechnung der κ -Werte
- Berechnung von s_o aus s_{Br}

Hierzu werden die folgenden Gleichungen angesetzt:

$$k_f = \frac{Q \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_o}}{2 \cdot \pi \cdot H \cdot s_o^*} \quad (\text{m/s})$$

$$A = R^{1/\kappa} = \frac{s_o^*}{I \cdot \ln \cdot \frac{R}{r_o}}$$

Stufe 1: $Q = 10 \text{ l/s}$; $R = 130 \text{ m}$

$s_{Br} = 0,13 \text{ m}$; $s_o = 0,147 \text{ m}$; $s_o^* = 0,145 \text{ m}$

$$k_f = \frac{12,0 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \cdot \frac{130}{0,6}}{2 \cdot \pi \cdot 4,3 \cdot 0,145} = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

Anlage 1: Pumpversuch im Bereich des Baugeländes der Müllverbrennungsanlage Augsburg

$$A = \frac{0,145}{3,3 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \cdot \frac{130}{0,6}} = 8,17$$

$$\kappa = \frac{\ln \cdot 130}{\ln \cdot 8,17} = 2,32$$

Die Berechnung von s_o aus s_{Br} ist nicht möglich, da der über die Wasserspiegellinie ermittelte Wert von $s_o = 1,47$ m ist, d.h. er liegt tiefer als der Brunnenwasserspiegel. In Bild 28 ist der Brunnenwasserspiegel $s_{Br} = 0,13$ m bis zur Wasserspiegellinie verlängert. Er trifft bei ca. $r = 1,0$ m auf diesen. Dies ermöglicht folgende Erklärung: Beim Freipumpen des Brunnens wurden die den Brunnen umgebenden Kiese über den sehr groben Kiesfilter bis auf eine Entfernung von ca. 1,0 m um den Brunnen entsandet. In Wirklichkeit hat der Kiesfilter jetzt also einen Radius von $r_o' = 1,0$ m. Mit dieser Größe werden die folgenden Absenkstufen berechnet.

Stufe 2: $Q = 20$ l/s; $R = 270$ m; $s_{Br} = 0,28$ m; $s_o^* = 0,255$ m; $s_{o1,0}^* = 0,235$ m; ; $s_{o1,0} = 0,24$ m; benetzte Filterlänge $l_F = 3,85$ m

$$k_f = \frac{20 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \cdot \frac{270}{0,6}}{2 \cdot \pi \cdot 4,3 \cdot 0,255} = 1,77 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

$$A = \frac{0,255}{3,3 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \cdot \frac{270}{0,6}} = 12,65$$

$$\kappa = \frac{\ln \cdot 270}{\ln \cdot 12,65} = 2,20$$

$$\underline{\Delta h_{Ki}}: Re = \frac{0,02 \cdot 0,01}{0,8 \cdot \pi \cdot 3,85 \cdot 1,3 \cdot 10^{-6}} = 15,9$$

Aus dem Diagramm in Bild 21 wird erhalten: $\zeta_{Re} = 260$

$$\underline{\Delta h_{Ki}}: = \left(\frac{0,02}{0,8 \cdot \pi \cdot 3,85} \right)^2 \cdot \frac{260 \cdot (1,0 - 0,4)}{2 \cdot 9,81 \cdot 0,01} = 3,4 \cdot 10^{-3}$$

$$\underline{\Delta h_{F1}}: \Delta h_m = Q/l_{Fi} = \frac{0,02}{3,85} = 5,2 \text{ l/sm}$$

Δh_m kann aus Bild 23 zu 0,0015 m abgelesen werden.

Anlage 1: Pumpversuch im Bereich des Baugeländes der Müllverbrennungsanlage Augsburg

Damit ist:

$$\Delta h_{F1} = 0,0015 \cdot 3,85 = 6,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Δh_{F2} : Es werden die Größen r_{o1} , r_{o2} und f des Brunnenfilters benötigt. Aus den Technischen Berichten Nr. 34 der Firma Nold (KLOTZ, 1969) wird entnommen:

$$r_{o1} = 395 \text{ mm}; \quad r_{o2} = 406,5 \text{ mm}, \quad f = 0,109$$

Die Kontraktionsziffer C_c wird zu 0,30 angenommen.

Damit ist:

$$\xi_F = \frac{1}{2 \cdot \pi^2 \cdot 9,81 \cdot 0,109^2 \cdot (0,395 + 0,4065)^2 \cdot 0,30^2} = 7,5$$

$$\Delta h_{F2} = (5,2 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 7,5 \cdot 3,85 = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$\Delta h_{F1/ki} = 0,01 \text{ m}$$

$$s_o = \left(0,28 - 0,01 - 0,228 \cdot \sqrt[3]{\frac{4,3}{1,0} \cdot \frac{0,28^2}{4,3}} \right) \cdot \frac{2,2}{2,46} = 0,235 \text{ m}$$

(Die Größe κ_o kann aus Bild 29 entnommen werden.)

Stufe 3: $Q = 30 \text{ l/s}$; $R = 420 \text{ m}$; $s_{Br} = 0,48 \text{ m}$; $s_o^* = 0,39 \text{ m}$; $s_{o1,0}^* = 0,36 \text{ m}$;
 $s_{o1,0} = 0,38 \text{ m}$; Benetzte Filterlänge $l_{Fi} = 3,6 \text{ m}$

$$k_f = \frac{30 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \frac{420}{0,6}}{2 \cdot \pi \cdot 4,3 \cdot 0,39} = 1,87 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

$$A = \frac{0,39}{3,3 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \frac{430}{0,6}} = 18,04$$

$$\kappa = \frac{\ln \cdot 420}{\ln \cdot 18,04} = 2,09$$

Δh_{F1} : $Q_m = 30 : 3,6 = 8,3 \text{ l/sm} > \Delta h_m = 0,003 \text{ m}$

$$\Delta h_{F1} = 0,003 \cdot 3,6 = 0,01 \text{ m}$$

Anlage 1: Pumpversuch im Bereich des Baugeländes der Müllverbrennungsanlage Augsburg

$$\underline{\Delta h_{F2}}: \xi_F = 7,5$$

$$\Delta h_{F2} = (8,3 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 7,5 \cdot 3,6 = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta h_{K1}: \text{Re} = \frac{0,03}{0,8 \cdot \pi \cdot 3,6} \cdot \frac{0,01}{1,3 \cdot 10^{-6}} = 25,5 > \text{Re} = 185$$

$$\Delta h_{K1}: = \left(\frac{0,03}{0,8 \cdot \pi \cdot 3,6} \right)^2 \cdot \frac{185 \cdot 0,6}{2 \cdot 9,81 \cdot 0,01} = 6,2 \cdot 10^{-3}$$

$$\Delta h_{F1/K1} = 0,02 \text{ m}$$

$$s_o = \left(0,48 - 0,02 - 0,228 \cdot \sqrt[3]{\frac{4,3}{1,0} \cdot \frac{0,48^2}{4,3}} \right) \cdot \frac{2,09}{2,46} = 0,374 \text{ m}$$

Stufe 5: Q = 50 l/s; R = 560 m; s_{Br} = 0,79 m; s_o* = 0,565 m; s_{o1,0}* = 0,525 m;
s_{o1,0} = 0,56 m; l_{F1} = 3,4 m

$$k_f = \frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \cdot \frac{560}{0,6}}{2 \cdot \pi \cdot 4,3 \cdot 0,565} = 2,24 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

$$A = \frac{0,565}{3,3 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \cdot \frac{560}{0,6}} = 25,04$$

$$\kappa = \frac{\ln \cdot 560}{\ln \cdot 25,04} = 1,97$$

$$\underline{\Delta h_{F1}}: Q_m = 50 : 3,4 = 14,7 \text{ l/sm} > \Delta h_m = 0,008 \text{ m}$$

$$\Delta h_{F1} = 0,008 \cdot 3,4 = 0,027 \text{ m}$$

$$\underline{\Delta h_{F2}}: \xi_F = 7,5$$

$$\Delta h_{F2} = (14,7 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 7,5 \cdot 3,4 = 5,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Anlage 1: Pumpversuch im Bereich des Baugeländes der Müllverbrennungsanlage Augsburg

$$\Delta h_{\kappa_i}: \frac{0,050 \cdot 0,01}{0,8 \cdot \pi \cdot 3,4 \cdot 1,3 \cdot 10^{-6}} = 45,0 \quad \gamma \quad Re = 120$$

$$\Delta h_{\kappa_i} = \left(\frac{0,05}{0,8 \cdot \pi \cdot 3,4} \right)^2 \cdot \frac{120 \cdot 0,6}{2 \cdot 9,81 \cdot 0,01} = 0,013$$

$$\Delta h_{\text{Fl/}\kappa_i} = 0,05 \text{ m}$$

$$s_o = \left(0,79 - 0,05 - 0,228 \sqrt[3]{\frac{4,3}{1,0} \cdot \frac{0,79^2}{4,3}} \right) \cdot \frac{1,97}{2,46} = 0,55 \text{ m}$$

In Bild 29 sind die κ -Werte in Abhängigkeit von s_o^* dargestellt und in Bild 30 die k_f -Werte. Folgende Größen können abgelesen werden:

$$\ln \kappa_o = 0,9; \quad \kappa_o = 2,46$$

$$k_{f_o} = 1,4 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

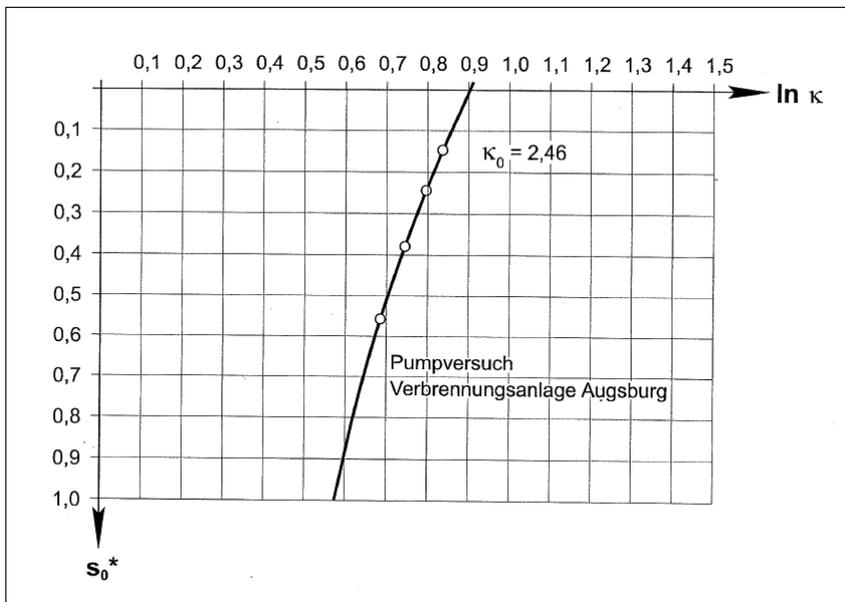


Bild 29: κ -Werte „Verbrennungsanlage Augsburg“

Anlage 1: Pumpversuch im Bereich des Baugeländes der Müllverbrennungsanlage Augsburg

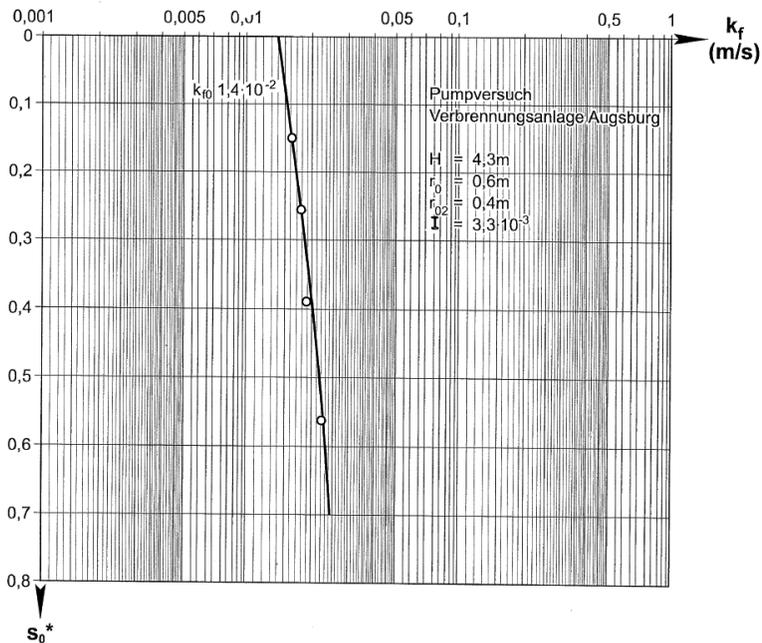


Bild 30: k_f -Werte „Verbrennungsanlage Augsburg“

Interessehalber wird für die 5. Stufe auch noch der k_{i0} -Wert mit der Absenkung im Brunnen, also $s_{Br} = 0,79$ m, berechnet, wobei der Radius $r_o = r_o = 1,0$ m gesetzt werden muss.

$$k_{f0} = \frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \frac{560}{1,0}}{2 \cdot \pi \cdot 4,3 \cdot 0,79} = 1,48 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

Dieser Wert stimmt sehr gut mit dem über die Wasserstände in den Grundwassermessstellen ermittelten überein.

Es wird überprüft, ob die Beziehung zwischen den κ - und k_f -Werten (Gleichung (79)) Gültigkeit hat.

Für $s^* = 0,415$ wird abgelesen:

$$\ln \kappa = 0,775; \kappa = 2,06; k_f = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

$$\sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-2} \cdot 2,06^2}{1,4 \cdot 10^{-2}}} = 2,46 = \kappa_o$$

Anlage 1: Pumpversuch im Bereich des Baugeländes der Müllverbrennungsanlage Augsburg

Es werden nun noch die Gleichungen aufgestellt zwischen s_o^* und κ bzw. s_o^* und k_f .

$$\kappa: C_o = \frac{1}{\ln \cdot \kappa_o} = \frac{1}{0,9} = 1,11$$

$$\ln \kappa = 0,6; s_o^* = 0,86; \frac{1}{\ln \cdot \kappa} = 1,667$$

$$\frac{1,667 - 1,1}{0,86} = 0,648 = C_1$$

$$\kappa = e^{\frac{1}{1,11 + 0,648 \cdot s_o^*}}$$

- **k_f :**

Die allgemein gültige Gleichung lautet (Abschnitt 3.6):

$$k_f = k_{fo} + d_1 \cdot (s_o^*)^\beta$$

$$k_{fo} = 1,4 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

$$s_o^* = 0,8; \quad k_f = 2,7 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

$$s_o^* = 0,4; \quad k_f = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

Damit wird:

$$2,0 \cdot 10^{-2} = 1,4 \cdot 10^{-2} + d_1 \cdot (0,4)^\beta$$

$$2,7 \cdot 10^{-2} = 1,4 \cdot 10^{-2} + d_1 \cdot (0,8)^\beta$$

$$\frac{0,6 \cdot 10^{-2}}{(0,4)^\beta} = \frac{1,3 \cdot 10^{-2}}{(0,8)^\beta}$$

$$\beta \cdot \ln \cdot \frac{0,8}{0,4} = \ln \cdot \frac{1,3}{0,6} \quad \rightarrow \beta = 1,11$$

$$d_1 = \frac{1,30 \cdot 10^{-2}}{(0,8)^{1,11}} = 1,665 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

$$k_f = 1,4 \cdot 10^{-2} + 1,665 \cdot 10^{-2} (s^*)^{1,11}$$

Probe: $s_o^* = 0,2$; $k_f = 1,68 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$ (abgelesen aus Bild 30)

$$k_f = 1,4 \cdot 10^{-2} + 1,665 \cdot 10^{-2} \cdot (0,2)^{1,11} = 1,68 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

Anlage 2: Pumpversuch Heimstetten

- **Geologie: kiesig-sandige Niederterrassenschotter (Kornverteilungskurven in Bild 12)**

Ausbauwerte Brunnen Messstelle $I = 3 \cdot 10^{-3}$
 (WWA München)

$H = 5,70 \text{ m}$ Pegel 1: $r = 10 \text{ m}$
 $r_o = 0,35 \text{ m}$ Pegel 2: $r = 20 \text{ m}$
 $r_{o2} = 0,175 \text{ m}$ Pegel 3: $r = 50 \text{ m}$

1. Stufe:

$Q = 0,055 \text{ m}^3/\text{s}$ $s_1 = 0,17 \text{ m} = s_1^*$
 $s_{Br} = 1,0 \text{ m}$ $s_2 = 0,15 \text{ m} = s_2^*$
 $s_3 = 0,09 \text{ m} = s_3^*$

Aus Darstellung in Bild 31:

$s_o^* = 0,37 \text{ m}$; $\gamma > s_o = 0,38$; $R = 250 \text{ m}$

$$A = R^{1/\kappa} = \frac{0,37}{3 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \cdot \frac{250}{0,35}} = 18,77$$

$$\kappa = 1,88 \quad (\ln \cdot \kappa = 0,633)$$

$$k_f = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot H \cdot J \cdot A} = \frac{0,055}{2 \cdot \pi \cdot 5,7 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 18,77} = 2,7 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

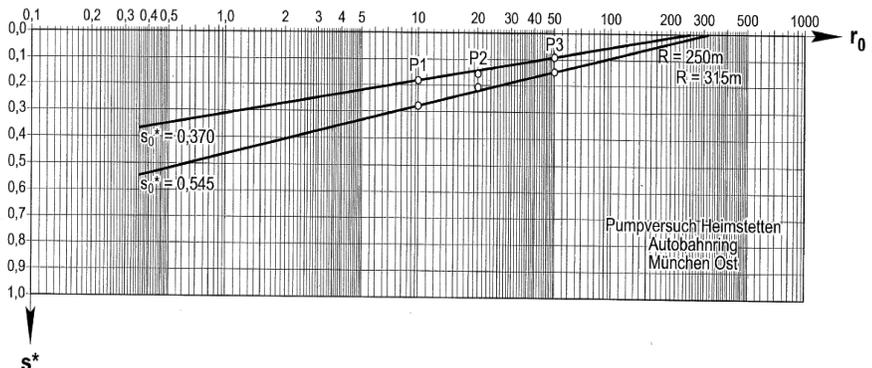


Bild 31: Pumpversuch Heimstetten

Anlage 2: Pumpversuch Heimstetten

2. Stufe

$$\begin{array}{lll} Q = 0,085 \text{ m}^3/\text{s} & s_1 = 0,28 \text{ m} & s_1^* = 0,273 \\ s_{Br} = 2,35 \text{ m} & s_2 = 0,22 \text{ m} & s_2^* = 0,216 \\ & s_3 = 0,15 \text{ m} & s_3^* = 0,148 \end{array}$$

Aus Darstellung:

$$s_o^* = 0,545 > s_o = 0,58$$

$$A = R^{1/\kappa} = \frac{0,545}{3 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \cdot \frac{315}{0,35}} = 26,71$$

$$\kappa = 1,751 \quad (\ln \cdot \kappa = 0,56)$$

$$k_f = \frac{0,085}{2 \cdot \pi \cdot 5,7 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 26,71} = 3,0 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

Die κ -Werte sind in Bild 36 in Abhängigkeit von s_o^* dargestellt.

Anlage 3: Pumpversuch B 12a Gräfelting

• **Geologie: kiesig-sandige Niederterrassenschotter (Kornverteilungsband in Bild 32)**

Ausbaudaten Brunnen Pegel 3: $r = 5,0$ m
 $H = 4,65$ m Pegel 4: $r = 15,0$ m
 $r_0 = 0,3$ m
 $r_{02} = 0,2$ m
 $I = 4,0\%$

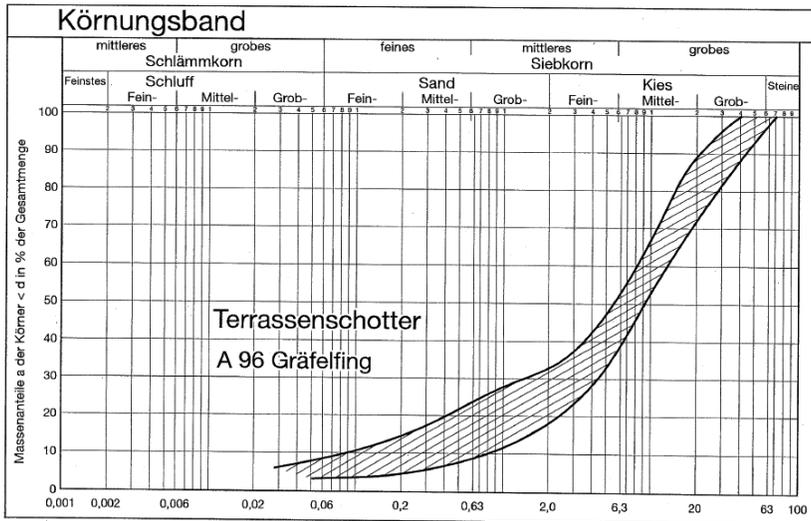


Bild 32: Körnungsband Terrassenschotter, Gräfelting

1. Stufe

$Q = 0,024$ m³/s $s_3 = 0,19$ $s_3^* = 0,19$
 $s_{Br} = 0,4$ m $s_4 = 0,13$ $s_4^* = 0,13$

Aus Darstellung in Bild 33:

$s_o^* = 0,35$ m; $s_o = 0,36$ m $R = 170$ m

$$A = R^{1/\kappa} = \frac{0,35}{4 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \cdot \frac{170}{0,3}} = 13,80$$

$$\kappa = \frac{\ln \cdot 170}{\ln \cdot 13,80} = 1,957; \quad \ln \cdot \kappa = 0,67$$

Anlage 3: Pumpversuch B 12a Gräfelfing

$$k_f = \frac{0,024}{2 \cdot \pi \cdot 4,65 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 13,80} = 1,49 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

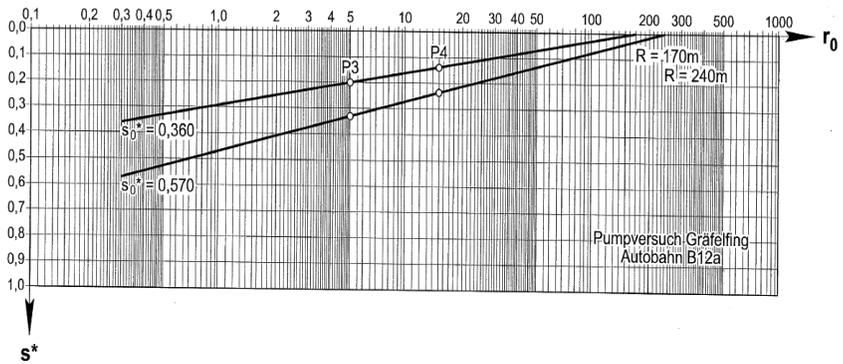


Bild 33: Pumpversuch Gräfelfing

2. Stufe

$$Q = 0,04 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$S_3 = 0,35$$

$$s_{3*} = 0,34$$

$$s_{Br} = 1,3 \text{ m}$$

$$S_4 = 0,25$$

$$s_{4*} = 0,24$$

Aus Darstellung:

$$s_{o*} = 0,57 \text{ m}$$

$$s_o = 0,61 \text{ m}$$

$$R = 240 \text{ m}$$

$$A = \frac{0,57}{4 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \frac{240}{0,3}} = 21,32 \text{ m}$$

$$\kappa = \frac{\ln \cdot 240}{\ln \cdot 21,32} = 1,79 \quad (\ln \cdot \kappa = 0,58)$$

$$k_f = \frac{0,04}{2 \cdot \pi \cdot 4,65 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 21,32} = 1,61 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

Die κ -Werte sind in Bild 36 dargestellt.

Anlage 4: Pumpversuch Autobahnring Aubing

• **Geologie: stark sandige Niederterrassenschotter (Körnungsband in Bild 34)**

Ausbauwerte	Pegel
$H = 7,01 \text{ m}$	Pegel 1: $r = 5,0 \text{ m}$
$r_0 = 0,35 \text{ m}$	Pegel 2: $r = 15,0 \text{ m}$
$r_{02} = 0,20 \text{ m}$	Schreibpegel: $r = 30,0 \text{ m}$
$l = 3,2 \cdot 10^{-3}$	Pegel 3: $r = 60 \text{ m}$

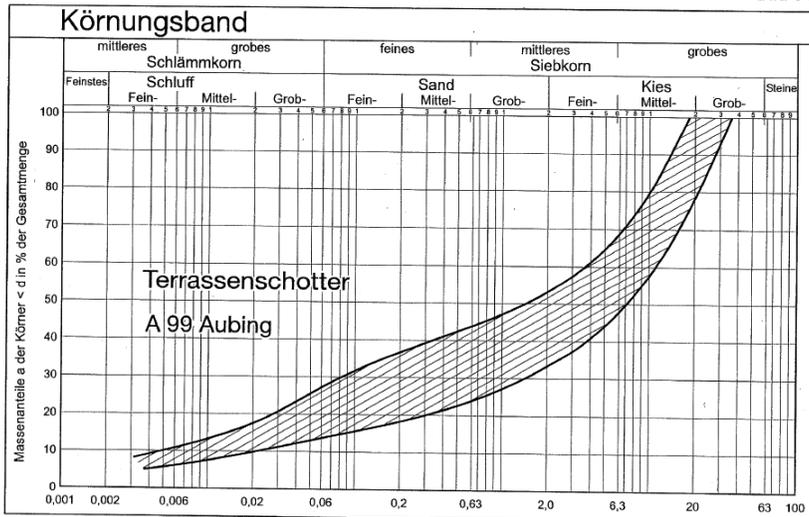


Bild 34: Kornverteilungsband Terrassenschotter, Aubing

1. Stufe

$Q = 0,030 \text{ m}^3/\text{s}$	$s_1 = 0,46$	$s_1^* = 0,444$
$s_{Br} = 1,12 \text{ m}$	$s_2 = 0,32$	$s_2^* = 0,313$
	$s_{Schreib} = 0,22$	$s_{Schr} = 0,217$
	$s_3 = 0,15$	$s_3^* = 0,418$

Anlage 4: Pumpversuch Autobahnring Aubing

Aus Darstellung in Bild 35:

$$s_0^* = 0,76 \text{ m}; \quad s_0 = 0,816 \text{ m} \quad R = 220 \text{ m}$$

$$A = \frac{0,76}{3,2 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \frac{220}{0,35}} = 36,86 \text{ m} \quad \kappa = 1,495 \cdot (\ln \cdot \kappa = 0,402)$$

$$k_f = \frac{0,030}{2 \cdot \pi \cdot 7,01 \cdot 3,2 \cdot 10^{-3} \cdot 36,86} = 5,8 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

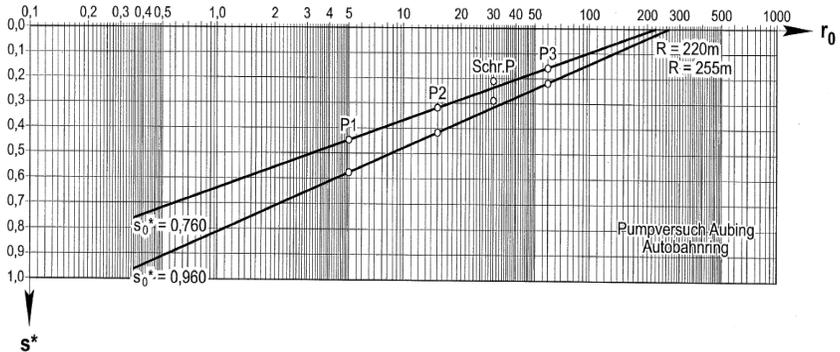


Bild 35: Pumpversuch Aubing

2. Stufe

$$Q = 0,040 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$s_1 = 0,59$$

$$s_1^* = 0,565$$

$$s_{Br} = 1,60 \text{ m}$$

$$s_2 = 0,40$$

$$s_2^* = 0,407$$

$$s_{Schreib} = 0,295$$

$$s_{Schr} = 0,290$$

$$s_3 = 0,21$$

$$s_3^* = 0,207$$

Aus Darstellung:

$$s_0^* = 0,96 \text{ m}; \quad s_0 = 1,04 \quad R = 255,0 \text{ m}$$

$$A = R^{1/\kappa} = \frac{0,96}{3,2 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \frac{255}{0,35}} = 45,52$$

$$\kappa = 1,451 \quad (\ln \cdot \kappa = 0,372)$$

$$k_f = \frac{0,040}{2 \cdot \pi \cdot 7,01 \cdot 3,2 \cdot 10^{-3} \cdot 45,52} = 6,23 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

Die κ -Werte sind in Bild 36 in Abhängigkeit von s_0^* aufgetragen.

Anlage 4: Pumpversuch Autobahnring Aubing

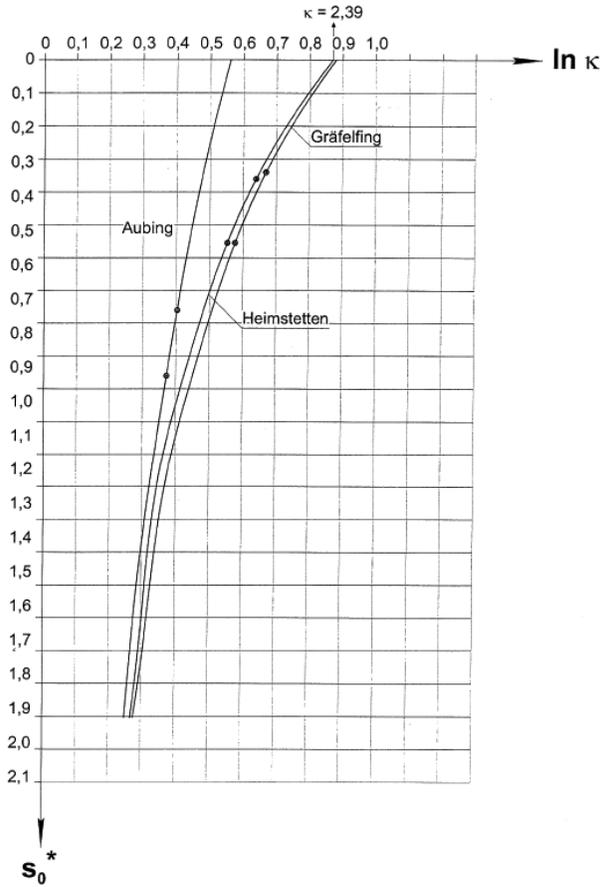


Bild 36: κ -Werte der Pumpversuche Heimstetten, Gräffelfing und Aubing

Tabelle 1: Pumpversuche, Pegelstände B 2621

B 2621 H = 13,15m r₀ = 0,475m; r₂ = 0,25m

	Br	2621	2621a	2621b	2623	2625	2627	2629	2626	2624	2622	2620	2611
r	0	8,0	21,0	45,0	134,0	276,0	381,0	468,0	350,0	218,0	68,5	117,0	220,0
Ruhe	2,05	2,41	2,31	2,38	2,62	2,35	2,61	2,27	1,53	2,56	2,41	2,75	3,16
75 l/s	3,17	2,97	2,68	2,67	2,805	2,465	2,7	2,34	1,62	2,7	2,65	2,95	3,29
s	1,12	0,56	0,37	0,29	0,185	0,115	0,09	0,07	0,09	0,14	0,24	0,2	0,13
s*		0,55	0,365	0,29	0,184	0,115	0,09	0,07	0,09	0,14	0,24	0,2	0,13

125 l/s	4,175	3,4	2,94	2,87	2,94	2,56	2,87	2,42	1,73	2,8	2,815	3,07	3,365
s	2,125	0,99	0,63	0,49	0,32	0,21	0,26	0,15	0,2	0,24	0,405	0,32	0,205
s*		0,95	0,615	0,48	0,32	0,21	0,16	0,15	0,2	0,24	0,4	0,33	0,2

160 l/s	4,86	3,64	3,08	2,97	3,01	2,61	2,82	2,45	1,76	2,36	2,91	3,15	3,42
s	2,81	1,23	0,77	0,59	0,39	0,26	0,21	0,18	0,23	0,2	0,5	0,4	0,26
s*		1,17	0,75	0,58	0,38	0,26	0,21	0,18	0,23	0,3	0,49	0,39	0,26

Tabelle 2: Pumpversuche, Pegelstände B 2629

B 2629 H = 14,0m $r_0 = 0,475\text{m}$; $r_2 = 0,25\text{m}$

	Br	2629	2629a	2610	2631	2630	2628	2626	2624	2625	2627	E78
R	0	10,0	25,0	66,5	187,0	107,0	63,0	134,0	265,0	196,0	90,0	481,0
Ruhe	1,7	2,47	3,23	6,11	3,17	2,21	2,95	1,76	2,74	2,55	2,79	3,15
75 l/s	2,895	3,02	3,545	6,35	3,3	2,4	3,21	1,89	2,84	2,675	3,0	3,215
S	1,195	0,55	0,315	0,24	0,13	0,19	0,26	0,13	0,1	0,125	0,21	0,065
S*		0,54	0,31	0,24	0,13	0,19	0,26	0,13	0,1	0,125	0,21	0,065
130 l/s	3,85	3,36	3,73	6,49	3,345	2,53	3,39	2,025	2,92	2,75	3,125	3,245
S	2,15	0,89	0,5	0,38	0,175	0,32	0,44	0,265	0,18	0,2	0,335	0,095
S*		0,86	0,49	0,37	0,175	0,32	0,43	0,26	0,18	0,2	0,33	0,095
190 l/s	6,015	3,815	3,96	6,675	3,52	2,68	3,59	2,16	3,0	2,93	3,28	3,28
s	4,315	1,345	0,73	0,565	0,35	0,47	0,64	0,4	0,26	0,38	0,49	0,134
s*		1,28	0,71	0,55	0,35	0,46	0,625	0,39	0,26	0,37	0,48	0,134

Lehrstuhl und Prüfamnt
für Grundbau, Bodenmechanik, Felsmechanik und Tunnelbau
der Technischen Universität München

Schriftenreihe

Heft 1	Scheele, F.	Tragfähigkeit von Verpressankern in nichtbindigem Boden	1982 vergriffen
Heft 2		Beiträge zur Anwendung der Stochastik und Zuverlässigkeitstheorie in der Bodenmechanik	1983 vergriffen
Heft 3	Kempfert, H.-G., Schwarz, P.	In-situ Versuche zur Ermittlung der Unterbausteifigkeit an zwei Pfeilern der Sinntalbrücke Schaippach	1984 vergriffen
Heft 4	Schubert, A.	Ein Beitrag zum Spannungs-Verformungsverhalten silikatgel-injizierter Sande	1985 vergriffen
Heft 5	Gruber, N., Koreck, H.-W., Schwarz, P.	Beiträge zum Tragverhalten axial zyklisch belasteter Pfähle	1985
Heft 6		Forschungsbeiträge zum mechanischen Verhalten von Geotextilien	1986 vergriffen
Heft 7	Alber, D., Reitmeier, W.	Beschreibung der räumlichen Streuungen von Bodenkennwerten mit Hilfe der Zeitreihenanalyse	1986 vergriffen
Heft 8	Alber, D.	Ein stochastisches Bodenmodell für geotechnische Aufgaben	1986
Heft 9	Maini, K. S.	Testing of bentonite suspensions	1987
Heft 10		Beiträge zur Felsmechanik	1987
Heft 11	Kröber, W.	Untersuchung der dynamischen Vorgänge bei der Vibrationsverdichtung von Böden	1988 vergriffen
Heft 12	Baumann, H.-J.	Bruchvorgänge infolge der Isareintiefung südlich Münchens und die kritischen Höhen der Talhänge	1988
Heft 13	Reitmeier, W.	Quantifizierung von Setzungsdifferenzen mit Hilfe einer stochastischen Betrachtungsweise	1989
Heft 14	Vega Mayer, S.	Ein Beitrag zur Vorhersage von Verformungen und Spannungen des Baugrundes und des Ausbaues bei Hohraumbauten	1989
Heft 15	Bauer, A.	Beitrag zur Analyse des Tragverhaltens von einfach bewehrten Zweischichtensystemen	1989
Heft 16	Kudla, W.	Beitrag zur statistischen Qualitätskontrolle im Erdbau	1990

Heft 17	Floss, R., Reuther, A.	Vergleichsuntersuchungen über die Wirkung von vibrierend und oszillierend arbeitender Verdichtungswalze	1990
Heft 18	Trunk, U.	Probabilistische Standsicherheitsanalyse für tetraedrische Felskeile	1993
Heft 19	Gold, G.	Untersuchungen zur Wirksamkeit einer Bewehrung im Zweischichtensystem	1993
Heft 20	Hönisch, K.	Zur Strategie der Gestaltung großer Krafthauskavernen	1994 vergriffen
Heft 21		Beiträge aus der Geotechnik (Festschrift anlässlich des 60. Geburtstages von Univ.-Prof. Dr.-Ing. R. Floss)	1995
Heft 22	Berner, U.	Ein Verfahren zur Bestimmung der Durchlässigkeit mit Infiltrationsversuchen	1995
Heft 23	Huber, H.	Untersuchungen zur Materialdämpfung in der Bodendynamik	1996
Heft 24	Schulze, A.	Beitrag zum zeit- und temperaturabhängigen Materialverhalten von Asphaltbeton für Kerndichtungen in Schüttdämmen unter besonderer Berücksichtigung des ebenen Verzerrungszustandes	1996
Heft 25	Ascherl, R.	Risikobetrachtungen zur Planung von Maßnahmen zum Grundwasserschutz im Einflussbereich von Straßen	1997
Heft 26	Bauer, A.	Der Einfluss der Verbundwirkung zwischen Boden und Geotextil auf das Verformungsverhalten von bewehrten Steilböschungen	1997
Heft 27	Nimmessgern, M.	Untersuchungen über das Spannungs-Verformungs-Verhalten von mehrlagigen Kunststoffbewehrungen in Sand	1998
Heft 28	Fillibeck, J.	Beitrag zum Verhalten mehrschichtiger Dichtungssysteme mit Kunststoffdichtungsbahnen unter Scherbeanspruchung	1999
Heft 29	Floss, R.	Geotechnik Forschung und Entwicklung über zwei Jahrzehnte – 1980 bis 2000	2000
Heft 30	Heyer, D.	Die Durchlässigkeit mineralischer Dichtungsstoffe unter besonderer Berücksichtigung des Sättigungsvorganges	2001
Heft 31	Bauer, J.	Ein Teilsicherheitsmodell für die Bemessung einer verankerten Baugrubenwand im Bruchgrenzzustand	2002
Heft 32		Beiträge zum 1. Geotechnik-Tag in München, Unterfangungen	2002

Heft 33	Schwarz, P.	Beitrag zum Tragverhalten von Verpresspfählen mit kleinem Durchmesser unter axialer zyklischer Belastung	2002
Heft 34	Hartmann, K.	Untersuchung zur Prognose von Anforderungswerten an die Beschleunigungsmesswerte der FDVK-Methode	2002
Heft 35		Beiträge zum 2. Geotechnik-Tag in München, Bauen im Grundwasser	2003
Heft 36		Beiträge zum 3. Geotechnik-Tag in München, Tunnel in offener Bauweise / spezielle Baugruben	2004
Heft 37		50 Jahre Lehrstuhl und Prüfamts für Grundbau, Bodenmechanik und Felsmechanik an der TU München <i>und</i> Beiträge zum 4. Geotechnik-Tag in München, Verfestigungskörper im Boden und Untergrundverbesserung	2005
Heft 38		Beiträge zum 5. Geotechnik-Tag in München, Geotechnik beim Verkehrswegebau	2006
Heft 39		Beiträge zum 6. Geotechnik-Tag in München, Geotechnik - aus Schäden lernen	2007
Heft 40	Eber, W.	Measurements on the Structural Contribution to Friction in Granular Media	2007
Heft 41	Irgartinger, S.	Strömungsverhalten thermoplastischer Schmelzen in klüftigem Festgestein	2007
Heft 42	Kellner, C.	Frosthebungsverhalten von Böden infolge tief liegender Vereisungskörper	2008
Heft 43		Beiträge zum 7. Geotechnik-Tag in München, Risiko und Sicherheit in der Geotechnik	2008
Heft 44		Beiträge zum 8. Geotechnik-Tag in München, Nachhaltigkeit in der Geotechnik	2009
Heft 45	Schneider, G.	Der vollkommene Brunnen in einem geneigten anisotropen Grundwasserleiter	2010

