



# **STIFF**

Lehrprogramm am Lehrstuhl für Statik Prof. Dr.-Ing. Kai-Uwe Bletzinger TU München

Anleitung und Dokumentation

Stand: November 2014





#### Systemvoraussetzungen und Programm-Umgebung

Die Lehrsoftware *Stiff* ist auf Basis von Microsoft Excel unter Verwendung der Programmiersprache VBA entstanden. Die volle Funktionalität ist daher nur in einer Microsoft Windows Umgebung auf einem Microsoft Excel-System ab Office 2007 verfügbar.

Für die Verwendung unter alternativen Betriebssystemen besteht die Möglichkeit, grundlegende Funktionen ohne die GUI zu nutzen. Hierbei wird die Berechnung über den entsprechenden Button auf dem Tabellenblatt "Preprocessor" ausgelöst.

#### Hinweis zur Benutzung und Sicherheit

Da Stiff auf Macros basiert, ist die Verwendung nur möglich, wenn das Ausführen von Macros zugelassen ist und ggf. entsprechende Einstellungen im Sicherheitscenter vorgenommen wurden.

Achtung: Obwohl größtmögliche Sorgfalt bei der Programmierung angewandt worden, lehnen die Autoren von Stiff jegliche Haftung bezüglich des Einsatzes der Software sowie Schäden durch die Software (Viren,...) ausdrücklich ab.

#### Inhaltsverzeichnis

Wichtige Tastenkombinationen für die GUI in Stiff	4
Ribbon zur Steuerung von Stiff (nur unter MS Windows)	4
Theorie I. Ordnung	5
1. Einführung am Beispiel eines Rahmens	6
a) Eingabe	6
b) Rechnung	9
c) Auslesen der Verschiebungen und Schnittgrößen	10
d) Vergleich mit einer tabellierten Lösung	12
2. Kinematisches System und Brauchbarkeit	13
a) Polplangenerator	18
4. Eingabe komplexer Bauteile	21
5. Auflagerreaktionen	26
6. Federn	27
7. Komplexe Lastarten	28
Theorie II. Ordnung	29
Beispiel: Berechnung eines Rahmentragwerks	30
a) Eingabe des Rahmens	30
b) Berechnung nach Theorie I. Ordnung	31
c) Berechnung nach Theorie II. Ordnung	34
2. Beispiel: System mit Vorverformung	37
a) Eingabe des Systems	37





	O)	Berechnung nach Theorie II. Ordnung			
(	c)	Eingabe der Vorverformung	41		
(	d)	Berechnung mit Vorverformung	42		
3.	Ver	rzweigungsproblem – Spannungsproblem	44		
;	a)	Grundbegriffe des Verzweigungsproblems	44		
l	b)	Beispiel 4: Kritischer Lastfaktor	45		
Elas	tisc	che Bettung	49		
1.	Gru	undbegriffe der elastischen Bettung	50		
3.	Е	Beispiel: Berechnung eines Flüssigkeitstanks	54		
Mate	erie	elle Nichtlinearität – Fließgelenktheorie	57		
1.	L	Laststeigerungsmethode	58		
2.	\	Vorverformung	64		
Bere	chr	nung von Einflusslinien	69		
1.	E	Einflusslinienmodus	70		
	a)	Checkbox "Einflusslinie" in Optionen	70		
	b)	Button Einflusslinie in GUI-Userform	71		
2.	Ein	ngabe des Lastgurts	71		
3.	Ein	ngabe der Einflusslinie	72		
;	a)	Moment am Knoten 3	74		
I	b)	Normalkraft in Element 1	75		
(	c)	Verschiebung w an Knoten 2	77		
(	d)	Differenzverdrehung am Knoten 2	78		
4.	A	Anzeigen der Einflusslinie	80		





### Wichtige Tastenkombinationen für die GUI in Stiff

Shift	Fangen
STRG + Shift + Rechtsklick	Löschen
Linksklick	Knoten erstellen
STRG halten + Linksklick	Element erstellen (zwischen zwei Knoten)
Doppelklick	Kontext öffnen

### Ribbon zur Steuerung von Stiff (nur unter MS Windows)

In der Menüleiste von Excel befindet sich der gleichnamige Menüpunkt Stiff. Dieser liefert folgende Funktionen:



Mit einem Klick auf das Feld *PreProcessor* öffnet sich die graphische Benutzeroberfläche, welche auch unter dem Blatt *PreProzessor* zu finden ist.



Das Feld *Berechnen* hat die gleiche Funktion wie das Feld *Rechnen* innerhalb des Preprozessors. Es berechnet das eingegebene System und gibt die Daten in den Tabellenblättern aus.



Das Aktualisieren-Feld ermöglicht es, die graphische Ausgabe des linken unverformten Systems zu aktualisieren, da seltener verwendete Lastarten (Tragwerkslasten,...) nicht von selbst aktualisiert werden.



Möchte man mit dem gleichen System weiterarbeiten, allerdings unter anderer Belastung, kann man mit Hilfe der *Reset*-Funktion alle vorhandenen Lasten löschen.



Mit der Funktion *Import* ist es möglich, bereits abgespeicherte Systeme und deren Eigenschaften wieder aufzurufen.



Die eingegebenen Daten können über die *Export*-Funktion als .xlsx abgespeichert werden und sind so jederzeit verfügbar.

**Hinweis:** Für alternative Betriebssysteme steht eine eingeschränkte Funktionalität zur Verfügung unter dem Tabellenblatt "Preprocessor".





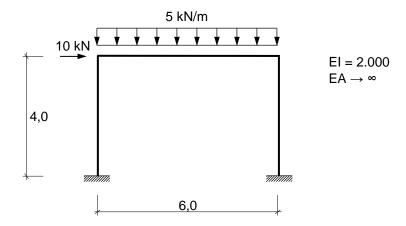
# **Theorie I. Ordnung**





### 1. Einführung am Beispiel eines Rahmens

Es soll das Modell eines eingespannten Rahmens erstellt werden, dessen Riegel mit einer konstanten Linienlast von 5 kN/m und einer horizontalen Einzellast von 10 kN belastet wird.



Nachträglich können die Ergebnisse mit Lösungen aus der Literatur verglichen werden, z.B. Schneider Bautabellen (19. Auflage: S. 4.23).

#### a) Eingabe

Den Preprozessor, die graphische Benutzeroberfläche in welche die verschiedenen Tragwerksysteme eingegeben werden, starten Sie entweder, indem Sie das Blatt *PreProzessor* auswählen und das Bild *Prepocessing* anklicken oder indem Sie in der Menüleiste den Menüpunkt Stiff auswählen und dort das Feld *PreProcessor* wählen. Je nach Bildschirmgröße kann dann die Größe des Fensters mit einem Klick auf das Feld *Minimieren/Maximieren* angepasst werden. Bei zu geringer Bildschirmauflösung kann die Oberfläche evtl. nicht komplett in den Bildschirm eingepasst werden.

Zu Beginn können Sie über den Button Alles Löschen die veraltete Systemeingabe entfernen.

Gehen Sie zur Eingabe des oben angegebenen Rahmens folgendermaßen vor:

Um das Programm auf die eigene Maus anzupassen, sollte zunächst das Eingabefeld kalibriert werden. Hierfür fahren Sie einmal mit der Maus über das Eingabefeld und stellen dann unter *Optionen* das Raster so ein, dass Sie den Rahmen möglichst einfach eingeben können (z.B. Darstellungsbereich: min X und min Z= -5; max X und max Z= 5 bei einer Rastereinstellung mit 20 Punkten je Richtung).

Hinweis: Sollte das Zeichenfeld des Preprocessor auf Ihrem Bildschirm komplett grau erscheinen, können Sie dies auch mit einem Klick auf Kalibrieren wieder "reparieren".

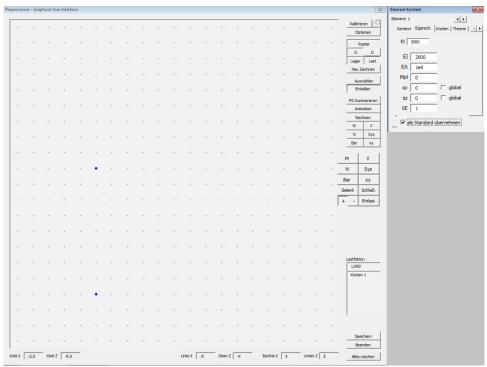
Das Kontextmenü (allgemein gültig) ist durch Bestätigen (Klick auf *Ok*, *Save/Close*, o.ä.) zu schließen, bevor auf der graphischen Benutzeroberfläche weitergearbeitet werden kann.

Wechseln Sie per Mausklick auf den Button *Erstellen*. Den ersten Knoten erzeugen Sie durch einen einfachen Klick auf den gewünschten Punkt im Raster. Das erste Element wird gleichzeitig mit dem zweiten Knoten erzeugt wenn Sie die STRG-Taste halten und einen zweiten Punkt wählen/erzeugen (dass der erste Knoten noch aktiv ist, ist an seiner blauen Markierung zu erkennen). Achten Sie darauf, dass das Element die richtige Länge hat (zählen Sie die Punkte am Raster ab).

Geben Sie in das sich öffnende Fenster *Element Kontext* wie dargestellt (Abbildung 1) die Werte 2000 für El und ∞ für EA (hier für das Programm mit 1e8 eingegeben) ein und wählen Sie das Grundelement (GE) 1. Indem Sie einen Haken bei *als Standard übernehmen* setzen, legen Sie die eben eingegebenen Eigenschaften für alle folgenden Elemente als default fest.





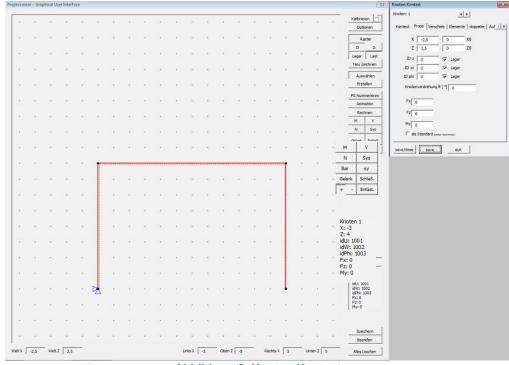


**Abbildung 1: Element-Eingabe** 

Durch weitere Klicks auf die gewünschten Punkte im Raster und Halten der STRG-Taste erzeugen Sie die nächsten Knoten und die nächsten zwei Elemente des Rahmens. Sie können bereits eingegebene Knoten wieder löschen, klicken Sie hierfür den Knoten, der entfernt werden soll an und wählen Sie im *Knoten Kontext* auf Karte *Kontext* das Feld *Löschen*. Durch drücken der *save*-Taste wird der Vorgang bestätigt. Das Löschen eines Elements geschieht analog.

Hinweis: Knoten können nur gelöscht werden, sofern sie nicht mit einem Element verbunden sind.

Wählen Sie anschließend den ersten Knoten des Rahmens per Doppelklick an, um in das Knoten-Kontext-Menü zu gelangen. Der Knoten ist eingespannt, wenn Sie im *Knoten Kontext* in allen Richtungen Lager erzeugen, indem Sie einen Haken bei *Lager* setzen. Klicken Sie auf *save* um die Veränderung im Zeichenfeld zu sehen, bevor Sie den *Knoten Kontext* schließen (Abbildung 2).



**Abbildung 2: Knoten Kontext** 





Wiederholen Sie den Vorgang und erzeugen Sie auch am rechten unteren Knoten eine Einspannung. Alternativ können Sie im *Knoten-Kontext-Menü* in der rechten oberen Ecken zwischen den verschiedenen Knoten blättern. Im nächsten Schritt erstellen Sie die Einzellast am linken oberen Knoten, indem Sie durch einen Doppelklick auf den Knoten erneut den *Knoten Kontext* öffnen und im Feld für *Fx* (also Kraft in x-Richtung) den Wert 10 eingeben (Abbildung 3).

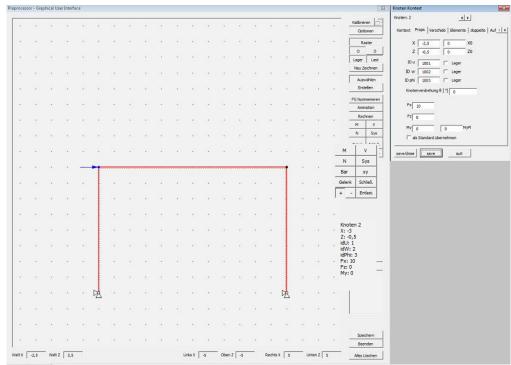


Abbildung 3: Eingabe der Einzellast

Geben Sie nun die Linienlast ein. Durch einen Doppelklick auf das waagerechte Element öffnet sich der *Element Kontext*, geben Sie im Feld für *qz* den Wert 5 ein (Abbildung 4).

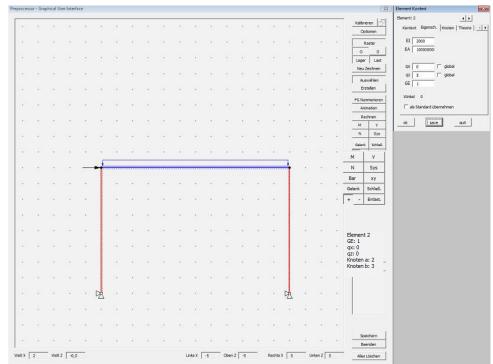


Abbildung 4: Eingabe der Linienlast





#### b) Rechnung

Nachdem die Eingabe der Knoten, Elemente und Lasten abgeschlossen ist, können Sie das System berechnen lassen, indem Sie auf *Rechnen* klicken. Durch Klicken auf *M*, *V* und *N* werden die Schnittgrößen im unteren Bereich qualitativ dargestellt (Abbildung 5). Im Hauptfenster sehen Sie die Verschiebungsfigur, die Sie durch Ziehen der Maus bei gedrückter linker Maustaste im Zeichenfeld oder durch die Eingabe eines Skalierungsfaktors ins rechte untere Fenster skalieren können.

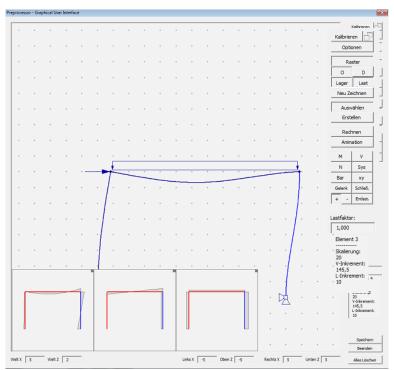


Abbildung 5: qualitative Schnittgrößen

Beenden Sie den PreProzessor, indem Sie auf *Beenden* klicken und auf Nachfrage speichern. Sie können sich dann die genauen Werte der Schnittgrößen auf den jeweiligen Blättern in Excel ansehen.





#### c) Auslesen der Verschiebungen und Schnittgrößen

Das Blatt Knoten sollte etwa folgendermaßen aussehen (Abbildung 6):

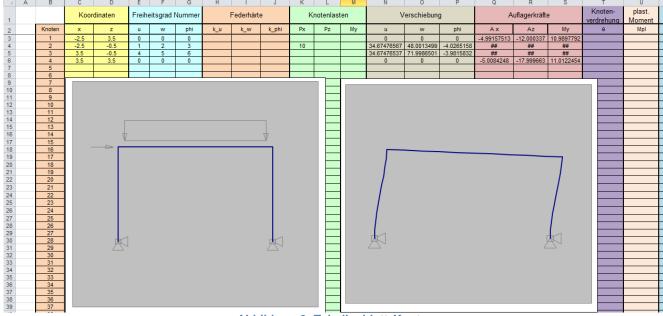
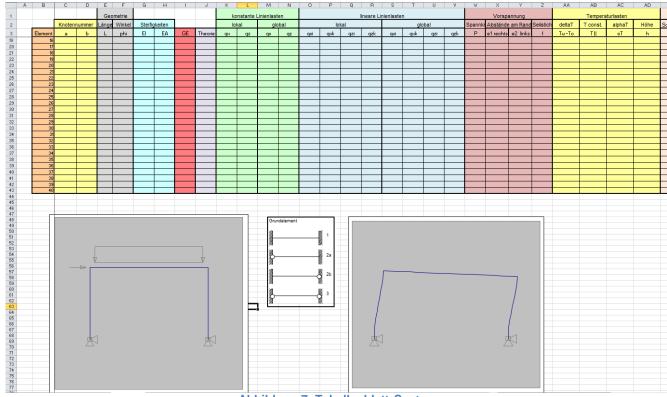


Abbildung 6: Tabellenblatt Knoten

Alternativ zur Eingabe der Knoten, Freiheitsgrade (für die Lager) und Knotenlasten über das Rasterfeld im *PreProzessor* kann die Eingabe auch direkt auf diesem Blatt erfolgen.

Auf diesem Blatt können jetzt die Verschiebungen der Knoten in Richtung der einzelnen Freiheitsgrade abgelesen werden.

Die Elemente und Linienlasten werden auf dem Blatt *System* angezeigt bzw. können hier auch direkt eingegeben werden (Abbildung 7).







Um die genauen Werte der Schnittgrößen anzusehen, öffnen Sie das zugehörige Blatt, beispielsweise *Moment*. Die Schnittgrößen werden für jedes Element in Zehntel-Abschnitten ausgegeben. Zusätzlich werden die jeweiligen Maximal- und Minimalwerte unter dem Diagramm angezeigt (Abbildung 8; Abbildung 9Abbildung 9:Tabellenblatt *Querkraft*, Abbildung 10).

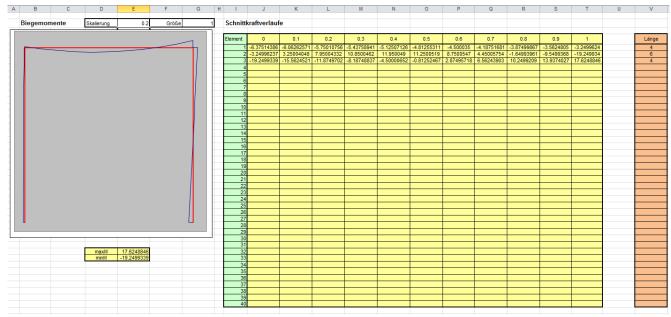


Abbildung 8: Tabellenblatt Moment

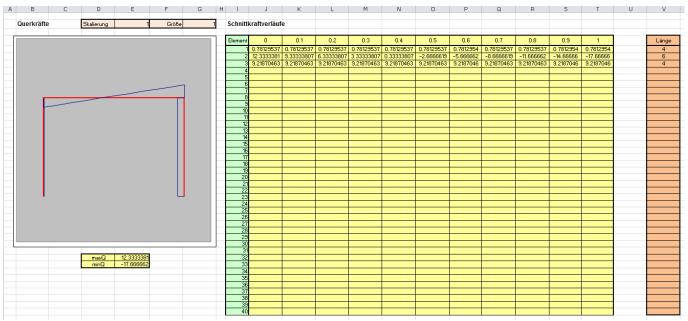


Abbildung 9:Tabellenblatt Querkraft





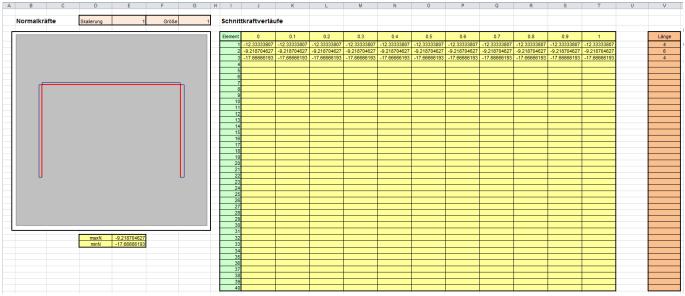


Abbildung 10: Tabellenblatt Normalkraft

### d) Vergleich mit einer tabellierten Lösung

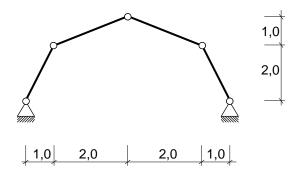
Zum Vergleich werden die Schnittgrößen des linken oberen Knotens mithilfe der Schneider Bautabellen berechnet (19. Ausgabe: S. 4.23):

Infolge Linienlast	Infolge Einzellast
$k = 1\frac{h}{l} = \frac{4}{6} = 0,667$ $M = M_{Einspannung} - H_{Einspannung} \cdot h$	$M = M_{Einspannung} - H_{Einspannung} \cdot h$ $H_{Einspannung} = -\frac{F}{2} = -5 \text{ kN}$
$H_{Einspannung} = \frac{q l^2}{4 h (k+2)} = 4,218 kN$	$M_{Einspannurg} = \frac{-Fh}{2} \cdot \frac{3k+1}{6k+1} = -12kNm$ $M = -12 - (-5 \cdot 4) = 8kNm$
$M_{Einspannung} = H \cdot \frac{h}{3} = 5,625  kNm$	$M = -12 - (-5 \cdot 4) = 8 \text{ kNm}$
$M = 5,625 - 4,218 \cdot 4 = -11,25 \text{ kNm}$	
Überlagerung: M <sub>gesamt</sub> = 8 - 11,25 = - 3,25 kNm	
Nach Stiff: M <sub>gesamt</sub> = -3,246kNm	



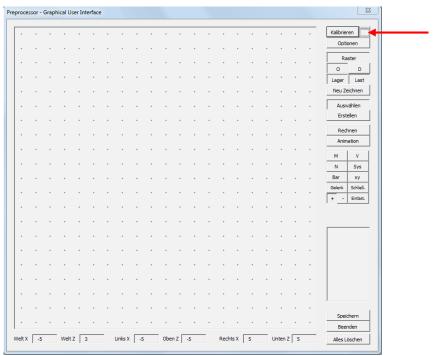
#### 2. Kinematisches System und Brauchbarkeit

Im zweiten Beispiel soll ein System auf seine Brauchbarkeit hin untersucht werden. Das Eingangssystem hat die folgenden Abmessungen:



Starten Sie durch einen einfachen Mausklick in das Bild *Preprocessing* den PreProzessor, in dem das statische System eingegeben werden kann.

Folgende Ansicht sollte erscheinen (Abbildung 11) (gegebenenfalls über *Alles Löschen* das vorhandene System löschen):



**Abbildung 11: PreProzessor** 

Je nach Bildschirmgröße kann die Fenstergröße mit einem Klick auf dieses Fenster angepasst werden. (Abbildung 11, siehe Pfeil)

Um das Programm auf die eigene Maus anzupassen, muss zunächst kalibriert werden. Klicken Sie auf *Kalibrieren* und fahren Sie mit der Maus über das Eingabefenster.

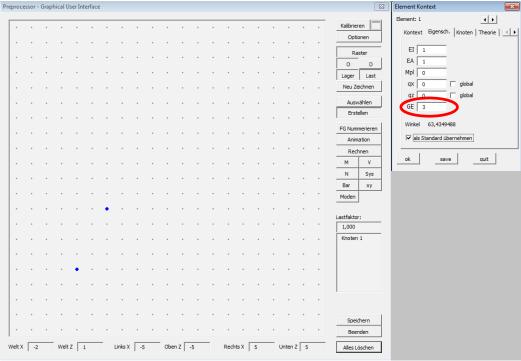
Stellen Sie unter Optionen das Raster so ein, dass sie genug Punkte zum Zeichnen des Systems erhalten.

Erzeugen Sie den ersten Knoten durch einen Mausklick in das Feld, orientieren Sie sich am Raster. Um ein Element zu erzeugen, halten Sie die STRG-Taste gedrückt und klicken Sie dort in das Raster, wo der zweite Knoten entstehen soll. Achten Sie darauf, dass das Element die richtige Länge hat (zählen Sie die Punkte am Raster ab).

Es öffnet sich ein Fenster zur Abfrage der Elementeigenschaften. Geben Sie für dieses erste Beispiel die Werte wie im folgenden Bild ein. (Abbildung 12)







**Abbildung 12: Element-Eingabe** 

Im *Element Kontext* werden die wichtigsten Eigenschaften des Elements, wie die Biege- und Dehnsteifigkeit (El und EA) eingetragen.

In die Felder für qx und qz können Belastungen des Elements eingetragen werden.

GE steht für das Grundelement, das verwendet werden soll, geben Sie hier für einen Fachwerkstab den Wert 3 ein (GE3). Mit dem Haken bei *als Standard übernehmen* bestimmen Sie wieder, dass alle Elemente die Sie noch eingeben, automatisch dieselben Eigenschaften bekommen.

Die ersten beiden Knoten definieren das erste Element. Nachdem Sie im *Element Kontext* auf *save* geklickt haben, erscheint nachfolgende Ansicht.

Da das Grundelement 3 verwendet wurde, ist an beiden Enden des Elements ein Gelenk zu sehen, wie es für einen Fachwerkstab üblich ist. Blaue Knoten/Elemente sind aktiviert; aktivierte Knoten/Elemente werden im Fenster rechts unten (ggf. mit ihren jeweiligen Eigenschaften) angezeigt (Abbildung 13).

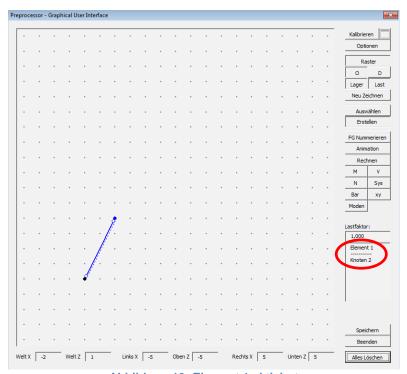
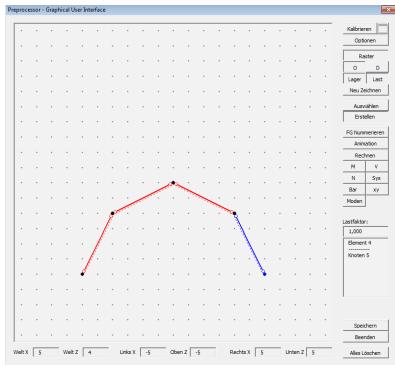


Abbildung 13: Element 1 aktiviert





Erzeugen Sie durch Halten der STRG-Taste drei weitere Elemente als Fachwerkstäbe wie dargestellt durch Klicken in das Raster. Da Sie anfangs *als Standard übernehmen* gewählt haben, müssen die Elementeigenschaften nicht neu eingetragen werden (Abbildung 14).



**Abbildung 14: erstellte Elemente** 

Um die beiden unteren Knoten mit Lagern zu versehen, doppelklicken Sie auf einen der beiden Knoten. Es öffnet sich der *Knoten Kontext*, in dem Sie die Eigenschaften des aktiven Knotens ändern können. Sie sehen die Werte der X- und Z-Koordinate, die Freiheitsgrade sowie Knotenlasten. Versehen Sie die Kästchen *ID u* und *ID w*, welche für die Freiheitsgrade in X- und Z-Richtung stehen, mit Haken, um ein Auflager zu erzeugen. Klicken Sie auf *save/close* um das Lager zu speichern. Wiederholen Sie den Vorgang für den anderen Knoten unten links (Abbildung 15).

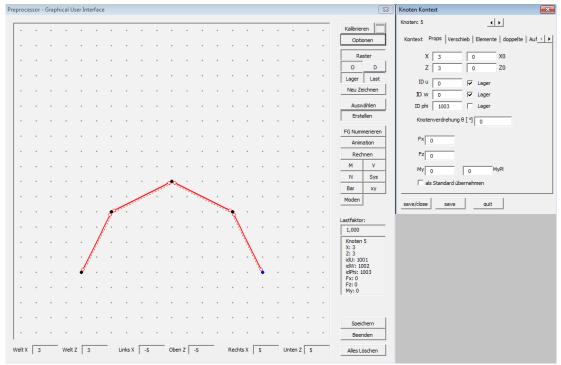
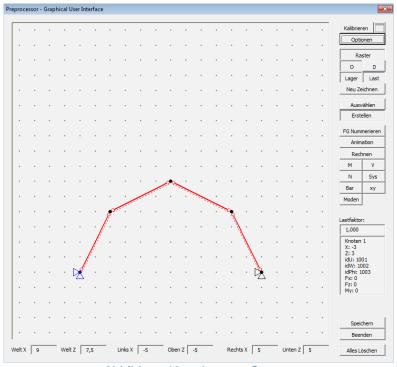


Abbildung 15: Eingabe der Lagerung



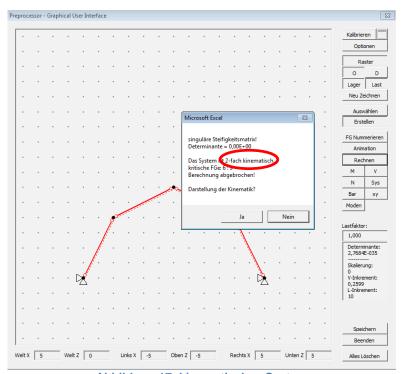
Sie sollten nun folgendes Bild erhalten (Abbildung 16):



**Abbildung 16: gelagertes System** 

Indem Sie auf *Rechnen* klicken, werden vom Programm zuerst die statische Bestimmtheit und die Kinematik überprüft.

Da das System kinematisch ist, wird folgende Fehlermeldung angezeigt (Abbildung 17):



**Abbildung 17: kinematisches System** 

Um das System statisch berechnen zu können, muss es modifiziert werden. Hierfür werden beispielsweise zwei weitere Elemente - gemäß den Fachwerkbildungsgesetzen - eingefügt, sodass ein Dreigelenktragwerk aus zwei Scheiben gebildet wird.





Erstellen Sie zwei neue Elemente (aktivieren des Startknotens – STRG-Taste halten – anklicken des Endknotens), jeweils zwischen dem gelagerten und dem obersten Knoten, um das folgende statisch bestimmte System zu erhalten (Abbildung 18):

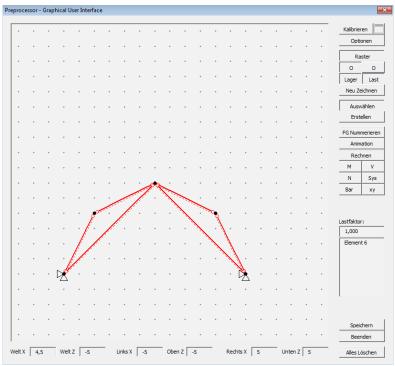


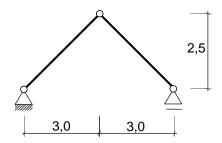
Abbildung 18: statisch bestimmtes System

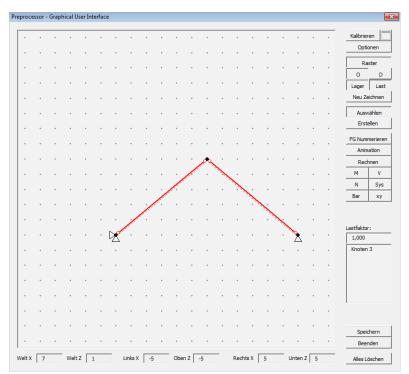
Das System ist nun nicht mehr kinematisch und kann somit statisch berechnet werden.



#### a) Polplangenerator

Erstellen Sie analog dem vorhergehenden Beispiel mit Grundelement 3 folgendes System:



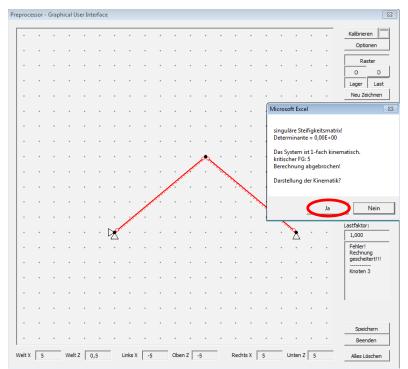


**Abbildung 19: System** 

Um den Polplan des Systems anzuzeigen klicken Sie auf *Rechnen*. Es erscheint wieder die Meldung, dass das System kinematisch ist. Klicken Sie bei der Abfrage, ob die Kinematik angezeigt werden soll, auf *Ja* (Abbildung 20).

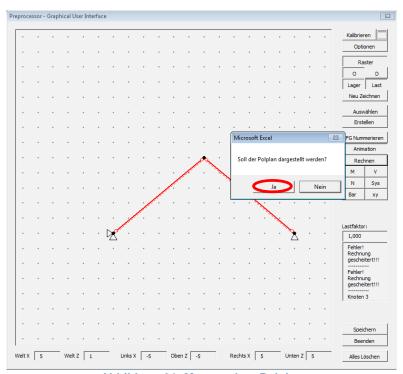






**Abbildung 20: Messagebox Kinematik** 

Wenn das System einfach kinematisch ist, erscheint eine weitere Messagebox bei der Sie ebenfalls *Ja* anklicken müssen, um den Polplan des Systems anzuzeigen (Abbildung 21).



**Abbildung 21: Messagebox Polplan** 

Der Polplan wird im Systemfenster angezeigt. Um die Pole den Elementen zuordnen zu können, sind sie mit den Stabenden des jeweiligen Elements verbunden (Abbildung 22).

Die Kinematik des Systems kann durch Skalieren des verformten Systems dargestellt werden. Hierzu halten Sie entweder die linke Maustaste im Zeichenfeld gedrückt und bewegen die Maus nach unten oder oben oder Sie geben in der rechten unteren Box einen gewünschten Skalierungsfaktor ein.





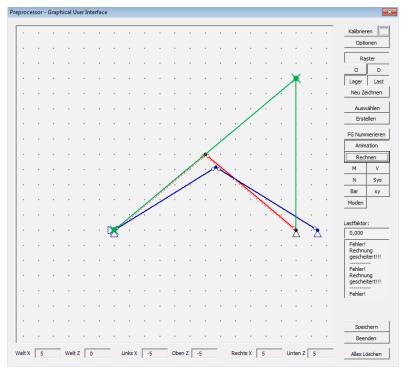


Abbildung 22: Polplan

Sollte ein Pol im Unendlichen liegen wird ein Pfeil in der Nähe des zugehörigen Elements angezeigt (Abbildung 23)

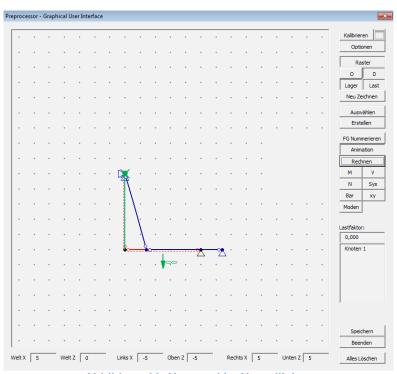
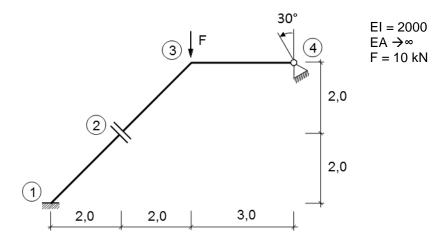


Abbildung 23: Hauptpol im Unendlichen

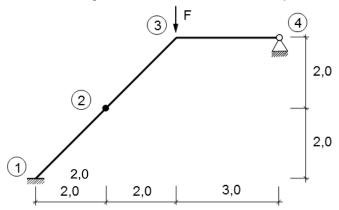


### 4. Eingabe komplexer Bauteile

Unter komplexen Bauteilen sind hier schiefe Auflager, Normal- und Querkraftgelenke zu verstehen. Im folgenden Beispiel wir die Eingabe von System mit komplexen Bauteilen näher erläutert.

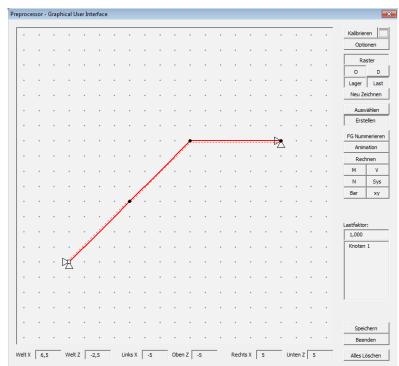


Zur Eingabe des Systems wird in der Regel zunächst ein vereinfachtes System mit Grundelement 1 modelliert:









**Abbildung 24: Grundsystem** 

Doppelklicken Sie auf Knoten 4 damit sich das Knoten-Kontext-Menü öffnet. In diesem Beispiel soll das Auflager um 30° verdreht werden. Dazu muss beim Feld für die Knotenverdrehung der Verdrehwinkel gegen den Uhrzeigersinn eingeben werden. Wenn Sie auf Save drücken, wird Ihnen zur Überprüfung bei der Systemdarstellung das verdrehte Auflager mit einem Pfeilpaar, das in die positiven Verschiebungsrichtungen zeigt, angezeigt (Abbildung 25).

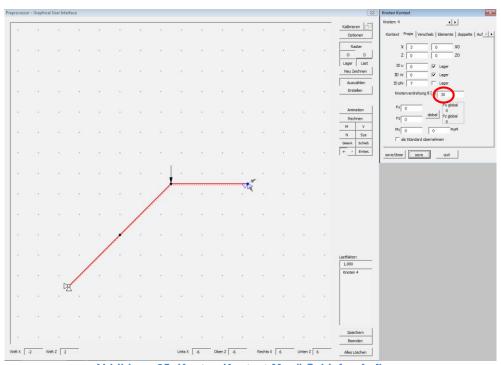


Abbildung 25: Knoten-Kontext-Menü Schiefes Auflager

Für das Querkraftgelenk blättern Sie zu Knoten 2.

Klicken Sie im *Knoten-Kontext-Menü* so lange nach rechts bis der Reiter *doppelte* erscheint. Hier klicken Sie auf *neu* und ein neuer Knoten 5 erscheint. (Abbildung 26). Da außer der Verschiebung in Querkraftrichtung alle anderen Verschiebungen an diesem Knoten gekoppelt sind, müssen Sie die Freiheitsgrade angleichen. In diesem Fall muss eine 1 für IDu und eine 3 für IDphi am neu entstandenen Knoten 5 eingegeben werden. Für die





Verschiebung in Richtung w können Sie wie im Beispiel 1002 eingeben, um die Zugehörigkeit zu Freiheitsgrad 2 des Knoten 2 zu kennzeichnen. Gegebenenfalls müssen Sie zuvor von der Anzeige der Kraft zur ID wechseln. Dazu klicken Sie auf den Pfeil nach oben neben der Tabelle.

Nun weisen Sie noch dem Knoten 5 das Element 2 zu, indem Sie in das passende Kästchen einen Haken setzen.

Als letztes wird die Knotenverdrehung analog der Verdrehung des Gelenks zur Senkrechten vorgenommen (hier 45°) über den Reiter Props des Knoten 2. Um zu Knoten 5 zu gelangen klicken Sie auf das linke Pfeilpaar. Hier müssen Sie ebenfalls 45 bei der Knotenverdrehung eintragen.

Alternativ hätte man Knoten 2 auch schon vor der Erstellung des zweiten Knotens verdrehen können und Knoten 5 hätte diese Eigenschaft geerbt.

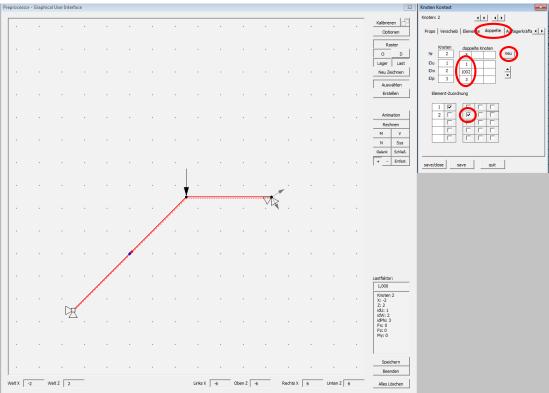
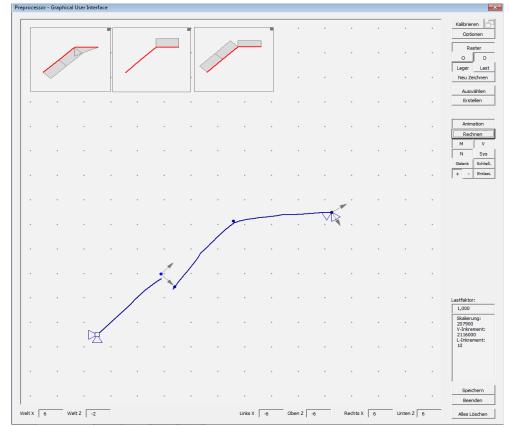


Abbildung 26: doppelter Knoten und Querkraftgelenk

Nach dem Klick auf Rechnen ergibt sich folgende skalierte Verformungsfigur (Abbildung 27):







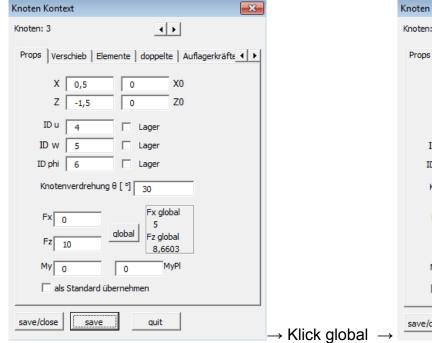
**Abbildung 27: Verformung** 

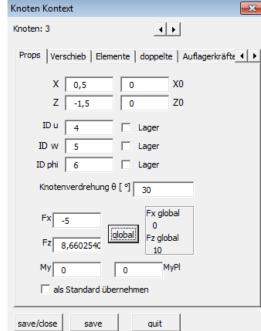
Wie bereits erwartet ergibt sich die Querkraft an der Stelle des Querkraftgelenks zu Null.

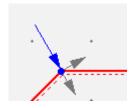
Wenn eine Knotenverdrehung vorhanden ist, erscheinen neben der Knotenkrafteingabe ein weiterer Button und ein Rahmen. Der Rahmen zeigt die in globale Richtung wirkende Kraftanteile. Der Inhalt der Eingabefelder beschreibt die Kraftanteile in Richtung des verdrehten Knotensystems. Wenn Sie eine global wirkende Kraft aufbringen wollen, geben Sie die entsprechenden Werte in die Eingabefelder ein und klicken Sie auf *global*. Ihre Werte erscheinen nun wiederum im Rahmen rechts und die Eingabefelder enthalten wiederum die verdrehten Kraftanteile. Bei den Vorverformungen erfolgt dies analog.

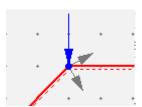












**Abbildung 28: Knotenverdrehung** 



### 5. Auflagerreaktionen

Des Weiteren ist es möglich, sich die Auflagerreaktionen nicht nur über das Blatt Knoten anzeigen zu lassen (vgl. Abbildung 30: Auflagerkräfte über Knotenblatt), sondern auch innerhalb des Preprozessors. Dies geschieht, indem Sie durch einen Doppelklick auf das gewünschte Auflager den *Knoten Kontext* öffnen und zum Blatt Auflagerkräfte wechseln, wie in Abbildung 29 demonstriert wird.

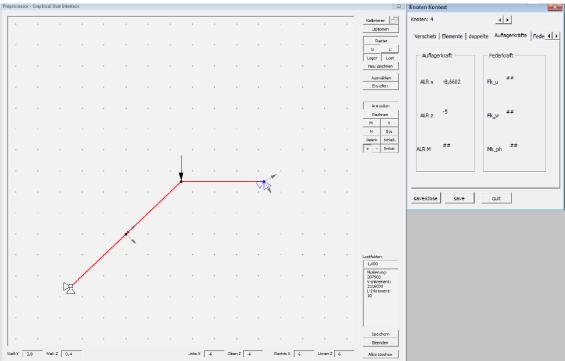


Abbildung 29: Auflagerkräfte über Preprozessor

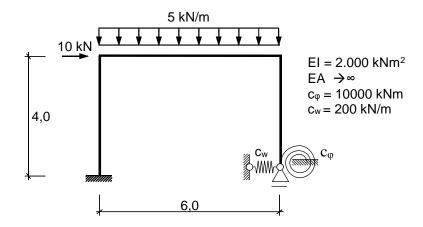
Au	Auflagerkräfte				
Ах	Az	My			
9.999952218	-9.99995222	-0.0001433			
##	##	##			
##	##	##			
-8.660188766	-5.00001749	##			
##	##	##			

Abbildung 30: Auflagerkräfte über Knotenblatt

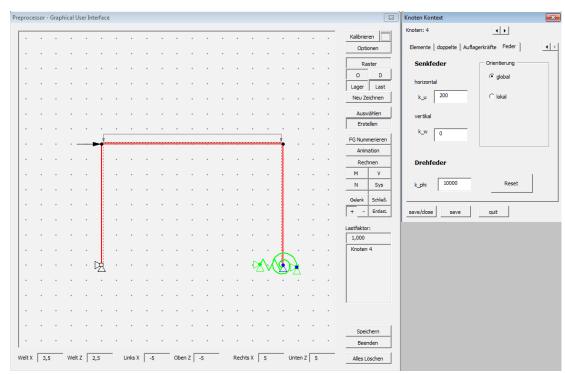


#### 6. Federn

Ebenfalls ist die Konstruktion von Federn möglich.



In dem Rahmen aus dem ersten Beispiel wurde die feste Einspannung am Knoten unten rechts durch ein horizontal verschiebliches Auflager, eine Senkfeder und eine Drehfeder ersetzt. Federn können generell an jedem beliebigen Knoten angebracht werden.



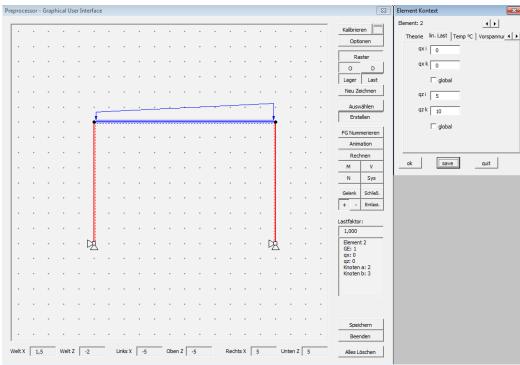
**Abbildung 31: Federn** 





### 7. Komplexe Lastarten

Komplexe Lastarten wie Dreieckslaste, Trapezlasten, Vorspannungen oder Temperaturlastfälle können ebenfalls aufgebracht werden. Über das Fenster *Element Kontext* unter dem Blatt *lin. Last* wurde im folgenden Beispiel eine Trapezlast am Rahmenriegel angetragen.



**Abbildung 32: Trapezlast** 



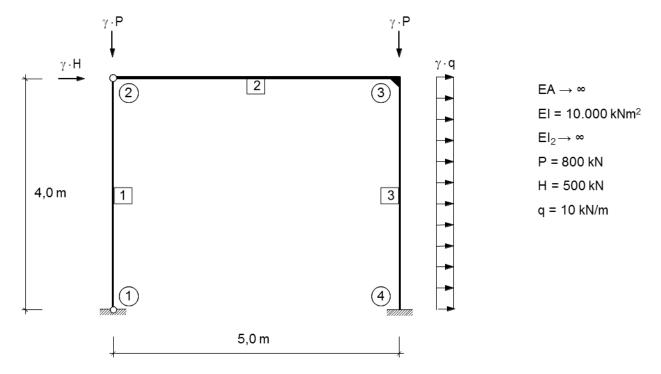


# **Theorie II. Ordnung**



### 1. Beispiel: Berechnung eines Rahmentragwerks

Es soll das Modell eines Rahmens nach Theorie I. Ordnung und Theorie II. Ordnung berechnet werden.



#### a) Eingabe des Rahmens

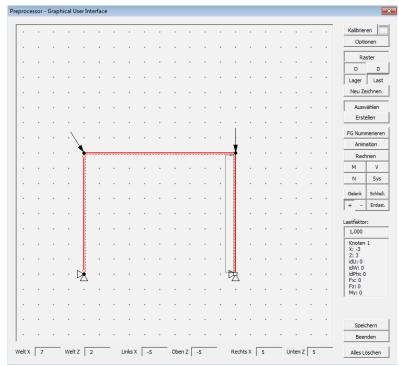
Als Erstes können Sie über den Button *Alles Löschen* die alte Systemeingabe entfernen und so sichergehen, dass keine Reste von vorherigen Problemen übrigbleiben. Geben Sie den Rahmen ein (wie im ersten Teil dieser Anleitung detailliert beschrieben), indem Sie zunächst das Raster anpassen und dann Knoten und Elemente erstellen.

Zur Erinnerung: Knoten werden durch einen Linksklick in die graphische Benutzeroberfläche erstellt und durch Halten der Strg-Taste beim Erstellen des nächsten Knotens wird ein Element dazwischen eingefügt. Achten Sie darauf, in das sich öffnende Fenster die richtigen Werte für El und EA, sowie für die Linienlast einzugeben.  $EA \rightarrow \infty$  kann annähernd genau als 1e12 eingegeben werden. Um die Knotenlasten einzugeben, doppelklicken Sie den gewünschten Knoten und tippen Sie die angegebenen Werte ein.





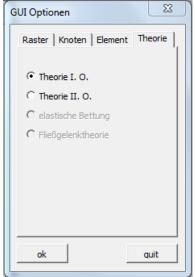
Sie sollten folgendes Bild erhalten, (Abbildung 33):



**Abbildung 33: Unverformter Rahmen** 

### b) Berechnung nach Theorie I. Ordnung

Bevor Sie auf Rechnen klicken, stellen Sie unter Optionen Theorie I. Ordnung (Abbildung 34) ein.

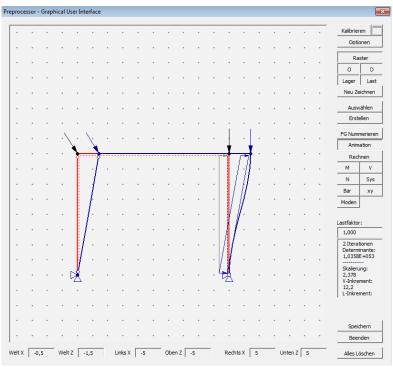


**Abbildung 34: GUI Optionen** 





Klicken Sie nun auf *Rechnen*. Durch Wählen der Schaltfläche O wird das System ohne Verformung dargestellt, unter *D* das deformierte System (Abbildung 35).



**Abbildung 35: System verformt und unverformt** 

Unter *M*, *V* und *N* kann der jeweilige Schnittkraftverlauf (Abbildung 36) qualitativ dargestellt werden. Die genauen Werte können Sie außerhalb der graphischen Benutzeroberfläche auf den jeweiligen Tabellenblättern nachvollziehen (siehe erster Teil der Anleitung).

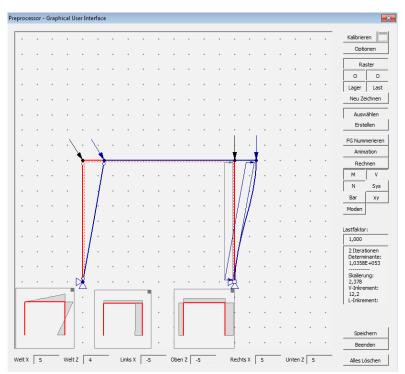


Abbildung 36: Schnittgrößen qualitativ

Die Hauptsteifigkeit des Systems gegen eine Einheitsverschiebung kann dargestellt werden, indem man am Knoten und in Richtung des gewünschten Freiheitsgrades das System verformt. Durch Anklicken eines Knotens und Ziehen in die gewünschte Richtung bei gehaltener Maustaste bringen Sie diese Einheitsverschiebung auf. Das





Halten der Strg-Taste beschränkt die Verschiebung auf eine Richtung und durch Halten von Shift verbleibt das System in der verformten Lage.

Hier dargestellt ist die Verschiebung von Knoten 2 nach rechts. Die Steifigkeit *Kx=Fx* können Sie rechts im Fenster ablesen (Abbildung 37).

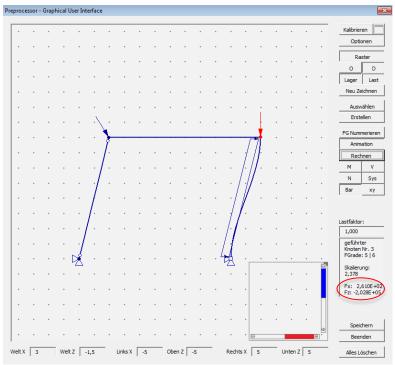


Abbildung 37: Hauptsteifigkeit

Unter *Lastfaktor* können Sie diesen beliebig verändern und die Reaktion des Systems beobachten, indem Sie erneut auf *Rechnen* klicken. Alle eingegebenen Lasten werden hierbei mit dem Lastfaktor multipliziert. Verschiebungsgrößen können Sie außerhalb der graphischen Benutzeroberfläche, unter dem Tabellenblatt *Knoten* ablesen. Auch hier können Sie den Lastfaktor einstellen (Abbildung 38). Um die Ergebnisse an einen neuen Lastfaktor anzupassen, muss wieder auf *Rechnen* geklickt werden (entweder direkt auf dem *Knoten* Tabellenblatt oder in der graphischen Benutzeroberfläche).

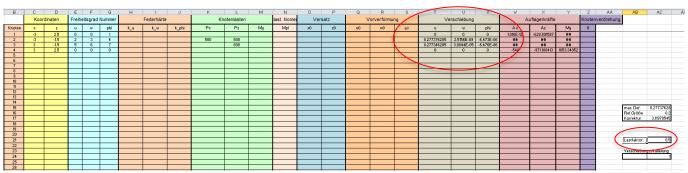


Abbildung 38: Tabellenblatt Knoten

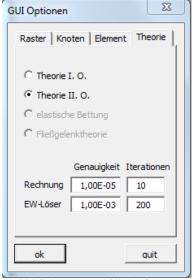




#### c) Berechnung nach Theorie II. Ordnung

Stellen Sie nun (unter Optionen → Theorie) Theorie II. Ordnung ein. Hier können die geforderte Genauigkeit, also der maximale Unterschied zwischen den Ergebnissen zweier aufeinanderfolgender Iterationen, sowie die maximale Anzahl der Iterationen eingestellt werden (Abbildung 39).

Wie bei Handrechenverfahren benutzt das Programm die Werte der Stablängskräfte für die Berechnung nach Theorie II. Ordnung und vergleicht Eingangswerte/Initialwerte und Ergebnisse. Wie groß der Unterschied zwischen diesen Werten maximal sein darf, können Sie unter *Genauigkeit* definieren. Wie viele Durchgänge der Rechnung das Programm maximal durchführen soll, solange die gewünschte Genauigkeit noch nicht erreicht ist, legen Sie unter *Iterationen* fest.



**Abbildung 39: GUI Optionen** 

Klicken Sie wieder auf *Rechnen* (Abbildung 40). Wie bei Theorie I. Ordnung können die Schnittgrößen qualitativ angezeigt werden. Informationen wie die Anzahl der Iterationen (hier 4) und die Determinante der Steifigkeitsmatrix werden im rechten Fenster angezeigt (vgl. Abbildung 40).

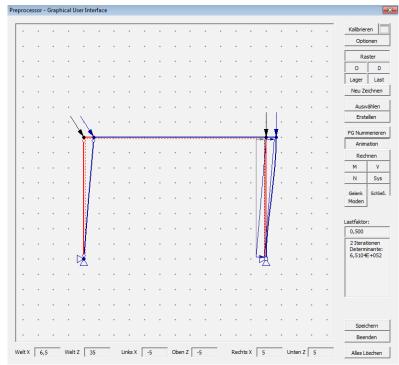


Abbildung 40: System verformt und unverformt





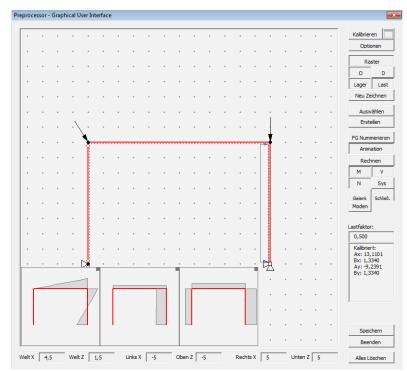


Abbildung 41: Schnittgrößen qualitativ

Zusätzlich zu den Schnittgrößen können bei Berechnungen mittels Theorie II. Ordnung Knickformen und Knickwerte angezeigt werden. Unter *Moden* können Sie die Knickformen des Systems ansehen. Hier sind exemplarisch die ersten zwei Moden dargestellt (Abbildung 42: Mode 001; Abbildung 43: Mode 002).

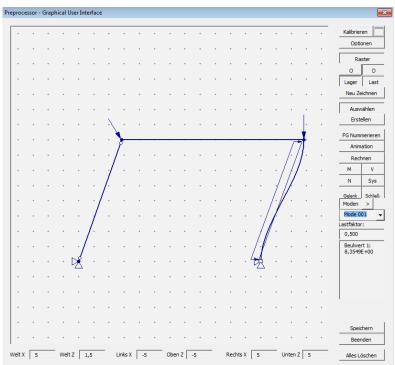


Abbildung 42: Mode 001





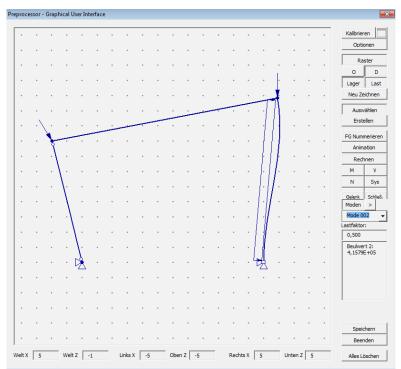


Abbildung 43: Mode 002

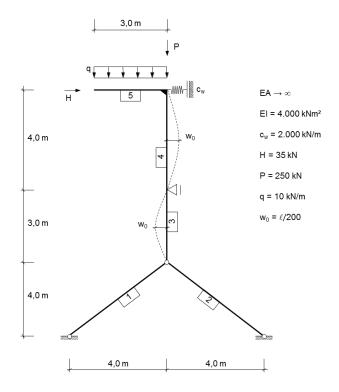
Auch bei Theorie II. Ordnung können Sie den Lastfaktor verändern und somit den kritischen Lastfaktor durch Beobachtung der Determinante der Steifigkeitsmatrix ermitteln. Das Erreichen des kritischen Lastfaktors bedeutet das Erreichen des Verzweigungspunktes, an welchem die Determinante der Steifigkeitsmatrix gleich Null ist  $(\det(\underline{K}) = 0)$ . An diesem Punkt wird das System instabil.





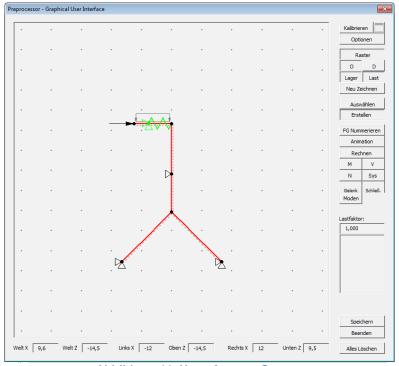
#### 2. Beispiel: System mit Vorverformung

Es soll ein System mit und ohne Vorverformung nach Theorie II. Ordnung berechnet werden.



#### a) Eingabe des Systems

Stellen Sie wie gewohnt zunächst ein ausreichend großes Raster ein und geben Sie die Knoten und Elemente ein (Abbildung 44). Die Vorverformungen lassen sich unter *Element Kontext* in der Karte *Theorie* eintragen.



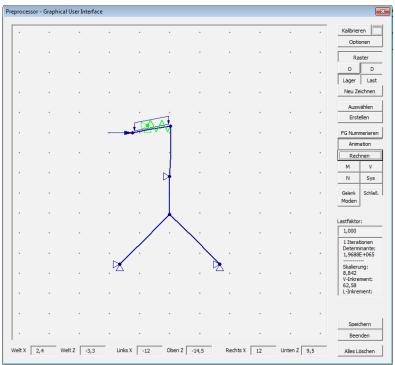
**Abbildung 44: Unverformtes System** 





#### b) Berechnung nach Theorie II. Ordnung

Stellen Sie unter *Optionen* Theorie II. Ordnung ein und klicken Sie auf *Rechnen* (Abbildung 45). Die qualitativen Schnittgrößenverläufe werden unter *M*, *V* und *N* angezeigt (Abbildung 46). Die genauen Werte können unter dem jeweiligen Tabellenblatt außerhalb der graphischen Benutzeroberfläche abgelesen werden.



**Abbildung 45: System verformt** 

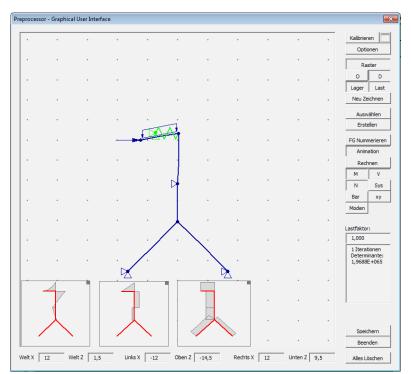


Abbildung 46: Schnittgrößen qualitativ

Unter *Moden* können die Knickformen mit Knickwerten angezeigt werden; hier sind exemplarisch die ersten drei dargestellt (Abbildung 47: Mode 001; Abbildung 48: Mode 002; Abbildung 49: Mode 003).





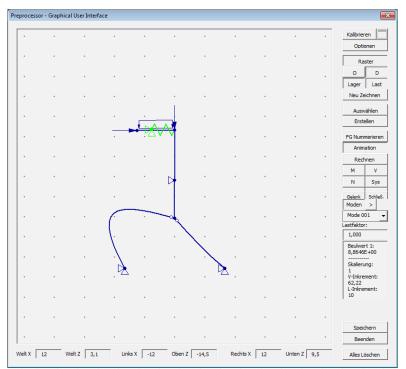


Abbildung 47: Mode 001

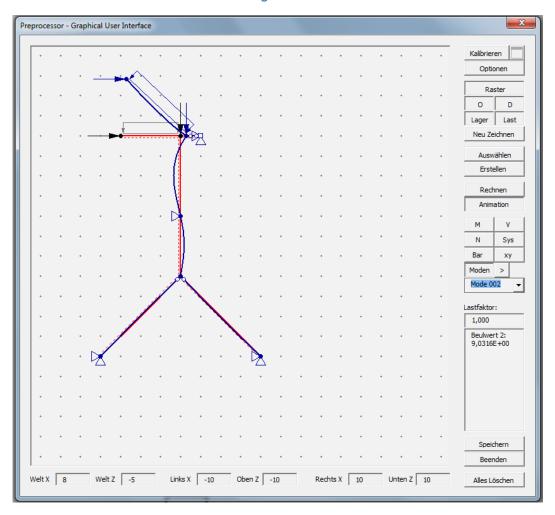


Abbildung 48: Mode 002





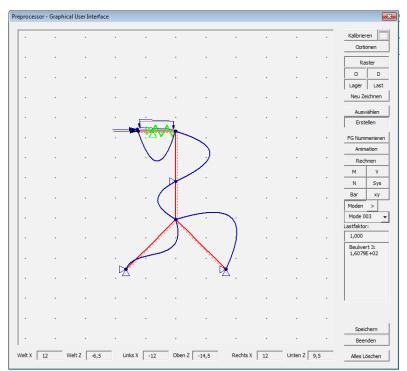


Abbildung 49: Mode 003



#### c) Eingabe der Vorverformung

Die Vorverformung der Stäbe 3 und 4 können Sie in der graphischen Benutzeroberfläche oder im *System* Tabellenblatt eingeben.

#### Graphische Benutzeroberfläche:

Nach Doppelklicken auf Stab 4 öffnet sich der *Element Kontext*. Hier können Sie unter *Theorie* die Vorverkrümmung des jeweiligen Stabes ( $w_0 = \ell/200$ ) eingeben (Abbildung 50).

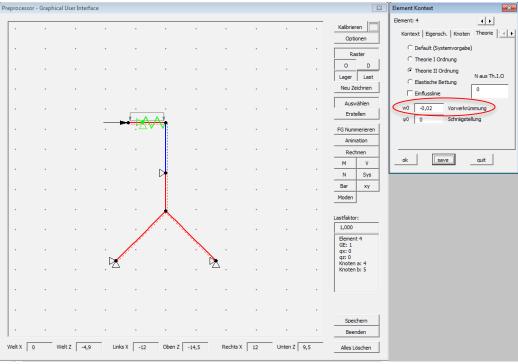


Abbildung 50: Vorverkrümmung Stab 4

Analog wird für Stab 3 die Vorverkrümmung in die andere Richtung eingetragen (Abbildung 51).

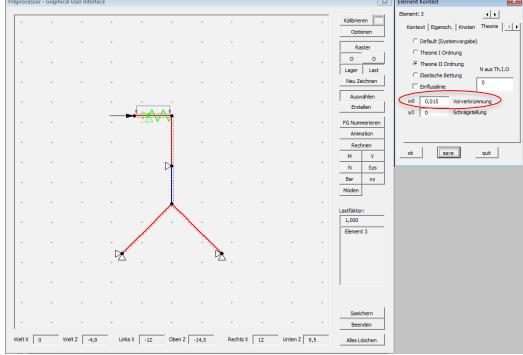


Abbildung 51: Vorverkrümmung Stab 3



#### Tabellenblatt System:

Auch außerhalb der graphischen Benutzeroberfläche (unter *System*) können Sie die Vorverkrümmungen eingeben (Abbildung 52).

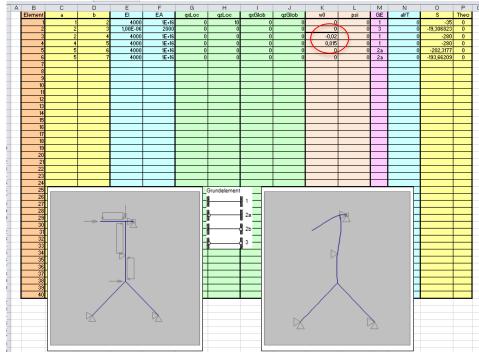


Abbildung 52: Tabellenblatt System

#### d) Berechnung mit Vorverformung

Klicken Sie erneut auf *Rechnen*. Die Ersatzlasten, die aus den Vorverkrümmungen resultieren, werden nun angezeigt (Abbildung 53).

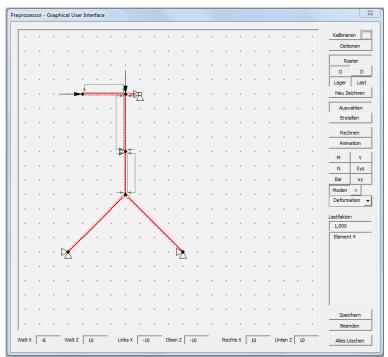


Abbildung 53: Ersatzlasten

Wie gewohnt können Sie Schnittgrößen, Steifigkeiten und Knickformen mit Knickwerten ansehen (Abbildung 54). Die genauen Werte der Schnittgrößen finden sich nach wie vor im jeweiligen Tabellenblatt.





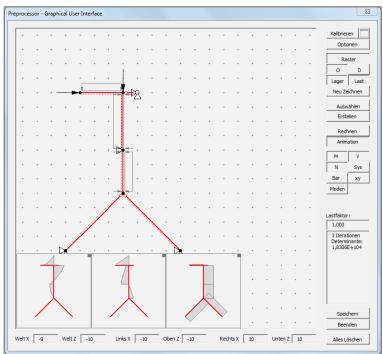


Abbildung 54: Schnittgrößen qualitativ

Mit 25-facher Überhöhung (Skalierung 25) sieht das berechnete, deformierte System folgendermaßen aus (Abbildung 55). Sie können die Verformung überhöht darstellen, indem Sie die Skalierung ändern. Hierfür reicht ein einfacher Linksklick auf den Wert der Skalierung und Eintippen des gewünschten Wertes.

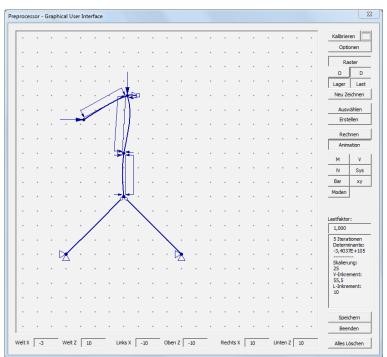


Abbildung 55: Verformung mit Skalierung 25



#### 3. Verzweigungsproblem – Spannungsproblem

#### a) Grundbegriffe des Verzweigungsproblems

Ziel des Verzweigungs-/ Spannungsproblems ist die Ermittlung des kritischen Lastfaktors  $\gamma_{krit}$ , mit dem alle Lasten multipliziert werden und bei dessen Erreichen das System voraussichtlich versagt. Bei der Handrechnung wird hierfür die analytische Steifigkeitsmatrix  $K_{exakt}$  mit genäherten A', B', ... Werten vereinfacht und in eine elastische Steifigkeitsmatrix  $K_{el}$  und eine geometrische Steifigkeitsmatrix  $K_{geo}$  aufgeteilt. Durch die Näherung der Strichwerte ist auch das resultierende  $\gamma_{krit}$  nur ein Näherungswert.

In *Stiff* ist die exakte Steifigkeitsmatrix hinterlegt. Um K<sub>geo</sub> zu erhalten, wird K<sub>el</sub> von K<sub>exakt</sub> abgezogen. Somit wird das genaue y<sub>krit</sub> ermittelt.

Unterscheidung zwischen Verzweigungs- und Spannungsproblem:

- Spannungsproblem

Stiff: 
$$[K_{exakt}(\gamma)] * [\varphi] = \gamma * [-K_0]$$
  
Handrechnung:  $[K_{el} + K_{geo}(\gamma)] * [\varphi] = \gamma * [-K_0]$ 

Verzweigungsproblem (homogen)

Stiff: 
$$[K_{exakt}] * [\varphi] = 0$$
  
Handrechnung:  $[K_{el} + \gamma * K_{geo}] * [\varphi] = 0$  (linearisiertes Stabilitätskriterium)  
Lösung des Verzweigungsproblems:  $\det(K) = 0$ 

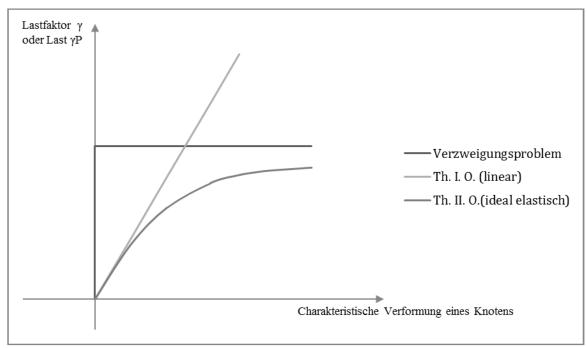
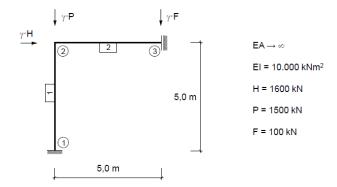


Abbildung 56: Last-Verformungs-Diagramm

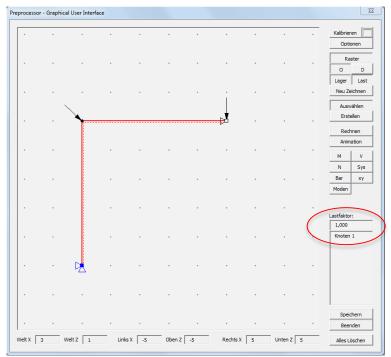


#### b) Beispiel 4: Kritischer Lastfaktor

Es soll für das gegebene System ein Last-Verformungs-Diagramm nach Theorie II. Ordnung erstellt werden. Die Lasten werden dafür mit einem Lastfaktor gesteigert, während die Verschiebung von Knoten 3 nach unten beobachtet wird. Der Lastfaktor skaliert alle aufgebrachten Lasten gleichermaßen.



Geben Sie das System wie gewohnt ein und geben Sie für den Lastfaktor zunächst 0,2 ein. Der Lastfaktor kann direkt im *PreProcessor* (Abbildung 57) oder im Tabellenblatt *Knoten* (Abbildung 58) eingegeben werden.



**Abbildung 57: Lastfaktor GUI** 

Die Verschiebung für den jeweiligen Lastfaktor können Sie im Tabellenblatt Knoten ablesen (Abbildung 58).





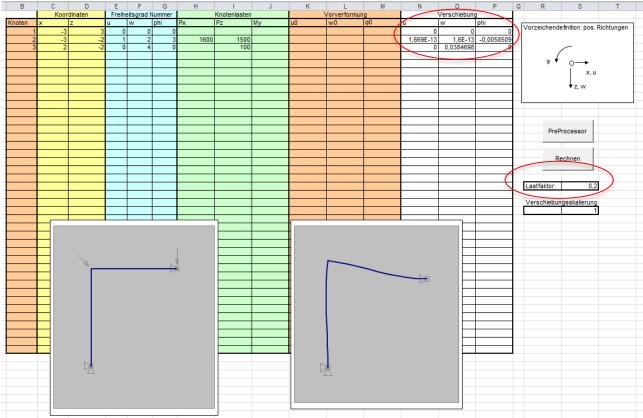
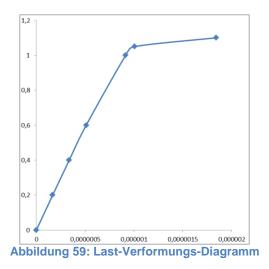


Abbildung 58: Tabellenblatt Knoten

Verwenden Sie die Lastfaktoren [0,2; 0,4; 1,0; 1,05; 1,1] und zeichnen Sie ein Last-Verformungs-Diagramm. Es sollte in etwa aussehen wie in Abbildung 59: Last-Verformungs-Diagramm. Den zu beobachtenden Freiheitsgrad wählen Sie per Rechtsklick als "Kontr-Dof W" (entsprechend für u oder phi), wobei der aktivierte mit einem "X" gekennzeichnet wird.

Man erkennt, dass die Steigung der Kurve sich für steigende Lastfaktoren einer horizontalen Geraden annähert und damit dem kritischen Lastfaktor.



Der kritische Lastfaktor lässt sich auch aus einer Beobachtung der Determinante der Steifigkeitsmatrix ableiten. Diese Determinante wird im *PreProcessor* angezeigt. Stabilitätsversagen tritt ein, sobald die Determinante gleich 0 wird

Starten Sie im soeben behandelten System die Rechnung mit dem Lastfaktor 1,0 und klicken Sie auf *Rechnen.* Die Determinante wird unten im rechten Fenster angezeigt (Abbildung 60).





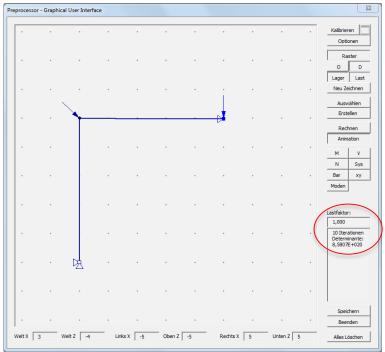


Abbildung 60: Det(K)=8,58·10<sup>20</sup>

Lassen Sie sich unter *Moden* die *Mode1* mit zugehörigem Knickwert (also Versagenseigenwert) anzeigen (Abbildung 61: Mode1).

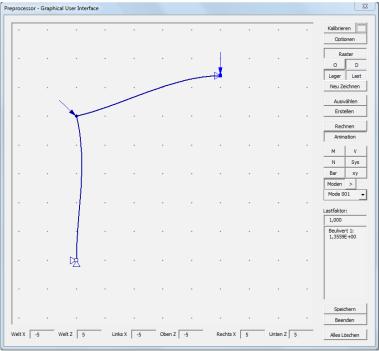


Abbildung 61: Mode1

Wenn Sie den Beulwert 1,3559 nun als Lastfaktor eingeben, sollte sich eine negative Determinante ergeben, da das System versagt (Abbildung 62).

Da die Werte baupraktisch groß gewählt wurden, kann es aufgrund der sehr großen Zahlen allerdings zu numerischen Problemen kommen.





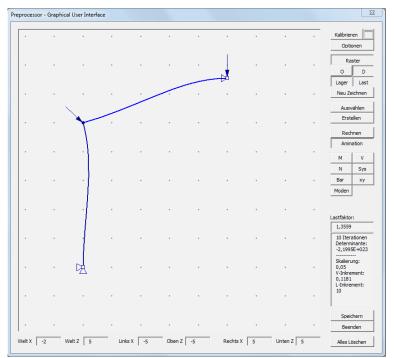


Abbildung 62: Knickwert=Lastfaktor

In diesem Fall ergibt sich die Determinante zu -2,1995·10<sup>23</sup>.

Verbindet man die beiden Werte in einem Diagramm, so erhält man eine Abschätzung/Näherung für den Nulldurchgang und somit für den kritischen Lastfaktor.



# **Elastische Bettung**



#### 1. Grundbegriffe der elastischen Bettung

Bei der elastischen Bettung (1867 Winkler, 1888 Zimmermann) wird der Boden durch gekoppelte Federn modelliert. Wird ein Balken durch eine äußere Belastung q(x) um w(x) in Richtung Boden verformt, wirkt die Bodenpressung  $p(x)=k\cdot w(x)$  gegen die Belastung (Abbildung 63). Es gibt bei dieser Betrachtungsweise keinen Einfluss auf den Boden neben dem Fundament; folglich entsteht keine Setzungsmulde.

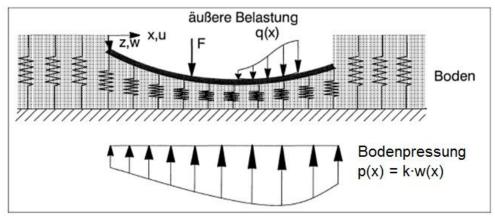


Abbildung 63: Bodenpressung p(x)

Die Differentialgleichung des mit q(x) und p(x) belasteten Euler-Bernoulli-Balkens lautet:

EI 
$$w^{IV}(x) = q(x) - p(x)$$

$$EI w^{IV}(x) = q(x) - k \cdot w(x)$$

EI w 
$$^{IV}(x)+k\cdot w(x)=q$$

Bzw. mit der Abkürzung (Biegsamkeitsmaß/Balkenkennzahl):

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{k}{4 \cdot \text{EI}}}$$

$$w^{IV} + 4 \cdot \lambda^4 \cdot w = \frac{q}{EI}$$

Die Lösung für w(x) hängt also direkt vom Parameter  $\lambda$  ab.

#### Biegsamkeitsmaß/Balkenkennzahl λ

Die Bettungsziffer k beeinflusst das Verhalten des Balkens gemäß folgender Formel:

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{k}{4 \cdot FI}}$$

Es wird unterschieden zwischen

- *kurzer* Balken:  $\lambda \cdot \ell \leq \pi$
- *mittellanger* Balken:  $\frac{\pi}{2} \le \lambda \cdot \ell \le \pi$
- unendlich langer Balken:  $\lambda \cdot \ell \geq \pi$





Das Verhalten eines Balkens bei unterschiedlich großen Bettungsziffern soll an nachfolgendem Beispiel gezeigt werden. In *Stiff* wird zunächst ein Balken der Länge 10 mit EI=100.000,  $EA\to\infty$  und Bettungsziffer k=10 eingegeben. Durch Einsetzen in oben genannte Formel erhält man  $\lambda \cdot \ell = 0,7071 \le \pi/2 = 1,5708$  – es handelt sich somit um einen *kurzen* Balken. Verschiebt man einen Knoten nach unten, erkennt man das Verhalten eines starren Balkens, die Schnittgrößen werden nicht von der Bettungsziffer beeinflusst (Abbildung 64).

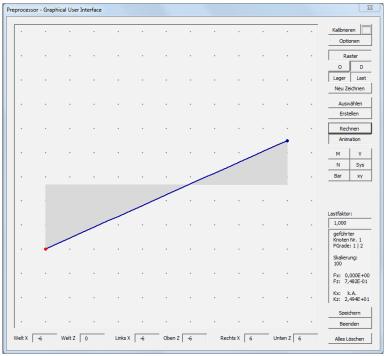


Abbildung 64: k=10

Ändert man die Bettungsziffer zu k = 1.000, so erhält man mit  $\pi/2 \le \lambda \cdot \ell = 2,2361 \le \pi$  einen *mittellangen* Balken. Verschiebt man einen Knoten nach unten, lässt sich erkennen, dass die Verschiebung nicht mehr die eines starren Balkens ist (Abbildung 65).

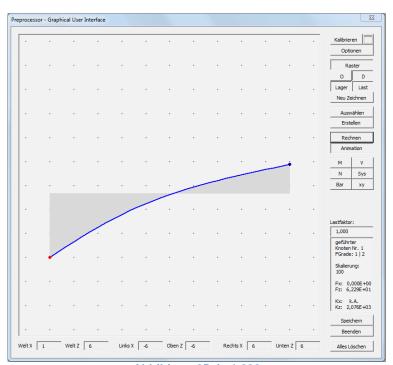


Abbildung 65: k=1.000





Mit einer Bettungsziffer von k= 100.000 erhält man einen *unendlich langen* Balken mit 7,0711 =  $\lambda \cdot \ell \geq \pi$ . Beim *unendlich langen* Balken sind die Stabenden entkoppelt, was man daran erkennt, dass das Verschieben eines Knotens den anderen Knoten nicht beeinflusst (Abbildung 66).

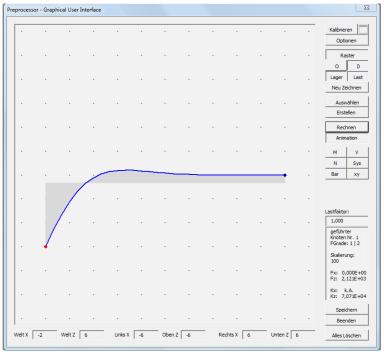


Abbildung 66: k=100.000

Im Verschiebungsgrößenverfahren stellt der elastisch gebettete Balken ein spezielles Element dar, dessen Lösung bekannt und vertafelt ist. Für den unendlich langen Balken kann aufgrund der Entkopplung der Stabenden die Steifigkeitsmatrix theoretisch vereinfacht werden. In *Stiff* ist jedoch ausschließlich die exakte Steifigkeitsmatrix hinterlegt. Im Grenzübergang ( $\lambda \to \infty$ ) liefern die exakte und die genäherte Steifigkeitsmatrix das gleiche Ergebnis.

$$k = \frac{2 \cdot EI \cdot \lambda}{S^2 - s^2} \begin{bmatrix} k_1 & -k_3 & -k_5 & -k_4 \\ & k_2 & k_4 & k_6 \\ & & k_1 & k_3 \\ & & & k_2 \end{bmatrix}$$

mit den Abkürzungen:

$$\begin{split} k_1 &= 2 \cdot \lambda^2 \big( SC + sc \big) & S = sinh \ \lambda \ell \\ k_2 &= SC - sc & C = cosh \ \lambda \ell \\ k_3 &= \lambda \Big( S^2 + s^2 \Big) & s = sin \ \lambda \ell \\ k_4 &= 2 \cdot \lambda \cdot Ss & c = cos \lambda \ell \\ k_5 &= 2 \cdot \lambda^2 \big( Cs + Sc \big) \\ k_6 &= Cs - Sc \end{split}$$

Festhaltekräfte des elastisch gebetteten Balkenelements für eine Gleichstreckenlast (Abbildung 67):





Lastvektor:

$$s^{0} = \frac{q}{2 \cdot \lambda^{2}(S+s)} \cdot \begin{bmatrix} -2 \cdot \lambda(C-c) \\ S-s \\ -2 \cdot \lambda(C-c) \\ -S+s \end{bmatrix}$$

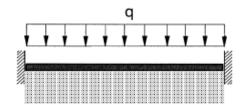


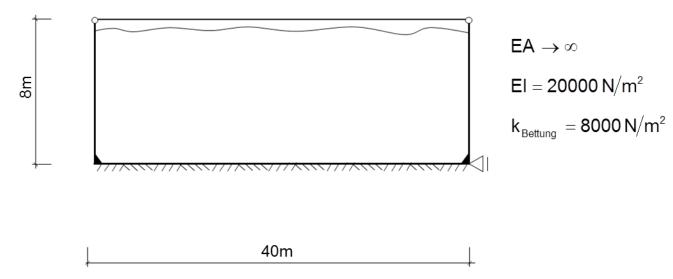
Abbildung 67: elastisch gebettetes Balkenelement





#### 3. Beispiel: Berechnung eines Flüssigkeitstanks

Für den gegebenen Flüssigkeitstank sollen die Verschiebungen ermittelt werden.



Aufgrund der Symmetrie kann die Berechnung am halben System erfolgen. Stellen Sie wie gewohnt ein ausreichend großes Raster ein und erstellen Sie die Knoten und Elemente wie dargestellt (Abbildung 68). Um die Verwendung nicht vorhandener Lastarten zu erläutern (Dreieckslasten wäre vorhanden), wird hier mit äquivalenten Knotenkräften gerechnet. Diese können wie für den Lastzustand berechnet werden.

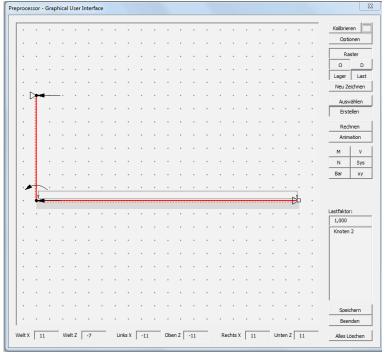


Abbildung 68: halber Flüssigkeitstank

Im *Element Kontext* können wie gewohnt die Biege- sowie Dehnsteifigkeit eingegeben werden. Wählen Sie unter *Theorie* die *Elastische Bettung* aus und geben Sie die Bettungsziffer k ein. Achten Sie bei der Eingabe der Steifigkeiten, Bettungsziffer und Belastung darauf, dass alle Größen einheitenrein eingeben werden müssen, um das richtige Ergebnis zu erhalten (Abbildung 69).





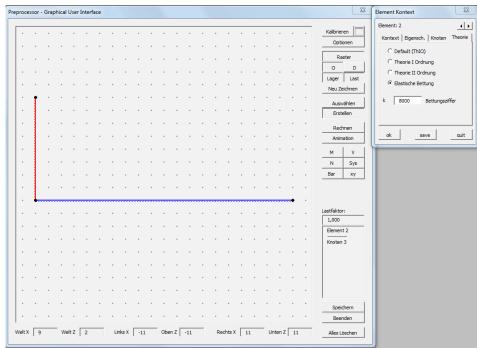
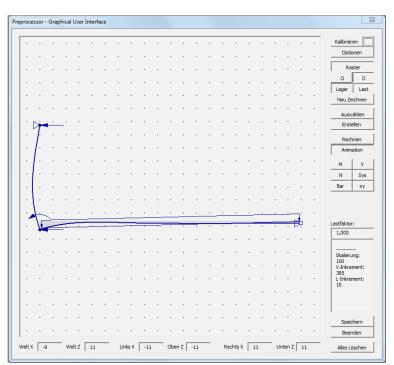


Abbildung 69: Eingabe der Bettungsziffer k

Starten Sie die Rechnung mit einem Klick auf *Rechnen*. Sie sollten folgendes Bild erhalten (Abbildung 70). Am Verformungsbild lässt sich erkennen, dass es sich bei diesem Beispiel um einen *unendlich langen* Balken handelt, da die Verdrehung des linken Knoten keinen Einfluss auf den rechten Knoten hat.



**Abbildung 70: verformtes System** 

Auf dem Tabellenblatt Knoten können Sie die Verschiebungen der Knoten ablesen (Abbildung 71).





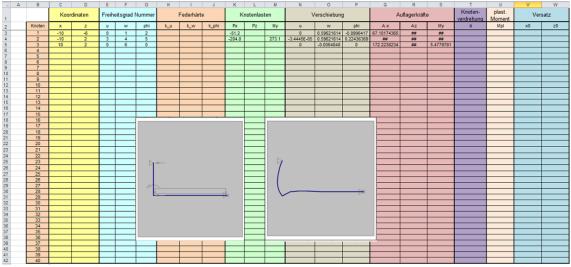


Abbildung 71: Tabellenblatt Knoten





# <u>Materielle Nichtlinearität –</u> <u>Fließgelenktheorie</u>





#### 1. Laststeigerungsmethode

Ziel der Laststeigerungsmethode ist es, den Traglastfaktor zu ermitteln, unter welchem sich im System Fließzonen ausbilden und plastische Querschnittsreserven ausgenutzt werden. Die Fließzone wird hier idealisiert punktförmig modelliert (Fließgelenk) und erlaubt keine weitere Aufnahme von Biegemomenten.

Bei der Laststeigerungsmethode werden zunächst die Schnittgrößenverläufe des Systems mithilfe des Kraftgrößenverfahrens berechnet. Anschließend wird der Lastfaktor γ<sub>1</sub> ermittelt, unter dem sich an der kritischen Stelle des Momentenverlaufs ein erstes Fließgelenk bildet. Ein Fließgelenk bildet sich an dem Ort, an dem das vorhandene Schnittmoment dem plastischen Moment entspricht:

$$\gamma_1 * M = M_{pl}$$

Der mit dem Erreichen des ersten Fließgelenks vorhandene Zustand wird eingefroren, das heißt im zweiten Schritt wird an der Stelle des ersten Fließgelenks ein Momentengelenk angenommen. Die Berechnung des Lastfaktors erfolgt erneut. Der Lastfaktor  $\gamma_1$  aus dem eingefrorenen Zustand wird durch Addition des Inkrements  $\Delta\gamma_2$  berücksichtigt.

$$(\gamma_1 + \Delta \gamma_2) * M = M_{pl}$$

Anschließend werden die Lasten analog um die Inkremente  $\Delta \gamma_3$  etc. weiter gesteigert, so lange sich weitere Fließgelenke öffnen. Die maximal mögliche Anzahl der Fließgelenke hängt vom Grad der statischen Unbestimmtheit n ab:

$$n_{FG} = n + 1$$

Die Last wird gesteigert, bis das ganze System oder ein Teilsystem kinematisch wird und damit der Traglastfaktor vr erreicht ist:

$$\gamma_T = \gamma_1 + \sum \Delta \gamma_i$$

Es ist zu beachten, dass sich die offenen Fließgelenke aus einem vorherigen Lastschritt wieder schließen können. Bei der Handrechnung wird das Schließen eines Fließgelenks durch die Berechnung des Momentenverlaufs des Systems ohne dieses Fließgelenk überprüft: stellt sich ein Moment ein, dass dem Fließgelenk entgegen wirkt, so schließt es sich wieder und der bis dahin entstandene Knick wird eingefroren.

Zur Verdeutlichung des Effekts kann man sich das Auf- und Zubiegen einer Büroklammer vorstellen.

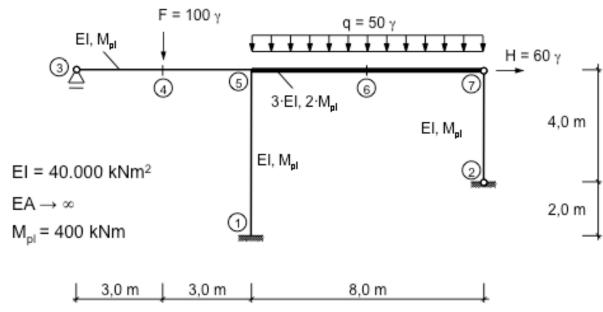
Im Gegensatz zur Handrechnung werden in *Stiff* die einzelnen Zustände nicht eingefroren, sondern der Lastfaktor wird Schritt für Schritt gesteigert. Die Fließmomente werden hierbei als zusätzliches äußeres Momentenpaar am geöffneten Fließgelenk aufgebracht.

In Stiff wird das Schließen von Fließgelenken automatisch überprüft (Quellcode: Close Hinges), sobald auf Gelenk geklickt wird. Eine manuelle Überprüfung ist somit nicht notwendig. Allerdings sollten Sie einmal öfter auf Gelenk klicken als Fließgelenke auftreten, um eine letzte Überprüfung durchzuführen.





Ermitteln Sie mit Stiff den Traglastfaktor für das gegebene System.



Erstellen Sie das System zunächst wie gewohnt. Achten Sie darauf, unter *Optionen* die Einstellungen für die Fließgelenktheorie zu wählen (Abbildung 72).

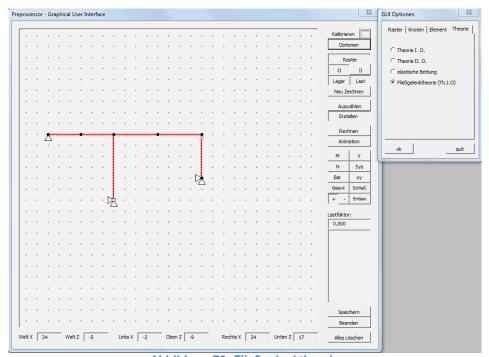


Abbildung 72: Fließgelenktheorie

An jedem möglichen Ort für ein Fließgelenk muss ein Knoten vorgesehen werden, da *Stiff* nur an Knoten die Fließbedingung überprüft. Den Knoten in der Mitte unter der Gleichstreckenlast können Sie bilden, indem Sie entweder direkt zwei Elemente erstellen, oder ein Element erstellen und dieses nachträglich teilen (Rechtsklick auf das Element – *Teilen*). Sollten Sie sich dafür entscheiden, den Stab nachträglich zu teilen, empfiehlt es sich die Elementeigenschaften des neu entstandenen Elements zu überprüfen.

Klicken Sie auf *Rechnen* und lassen Sie die Schnittgrößenverläufe anzeigen (Abbildung 73). Der Lastfaktor ist auf 1,0 eingestellt.





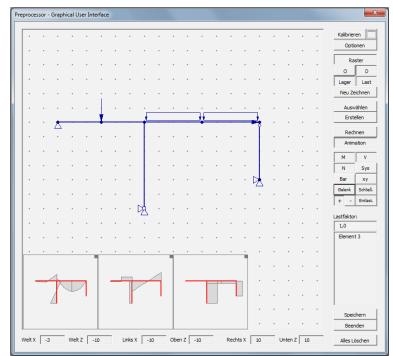


Abbildung 73: Schnittgrößenverläufe

Um das erste Fließgelenk zu bilden, klicken Sie rechts auf *Gelenk*. Das entstandene Fließgelenk wird rot dargestellt (Abbildung 74: 1. Fließgelenk). Der Lastfaktor γ<sub>1</sub> ergibt sich zu 1,68818. Aktivieren Sie die Darstellung des Last-Verformungs-Diagramms, indem Sie auf *xy* klicken.

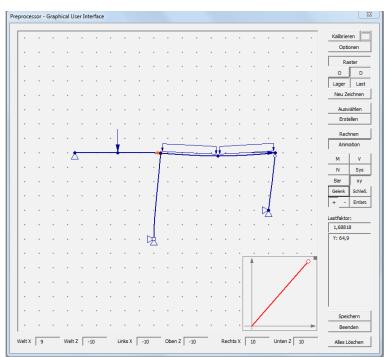


Abbildung 74: 1. Fließgelenk

Erstellen Sie die weiteren Fließgelenke analog durch Klicken auf *Gelenk* (Abbildung 75: 2. Fließgelenk). Beim dritten Klicken auf *Gelenk* sollte sich ein Fenster mit der Frage nach der *Darstellung der Kinematik* öffnen. Wählen Sie *Nein*, um kein kinematisches System zu erhalten, welches keinerlei Lasten tragen kann. Die Lastfaktoren werden durch das wiederholte Klicken auf *Gelenk* bis zum Traglastfaktor gesteigert. In diesem Beispiel beträgt der Traglastfaktor  $\gamma_T = 2,06897$  (Abbildung 76: 3. Fließgelenk).





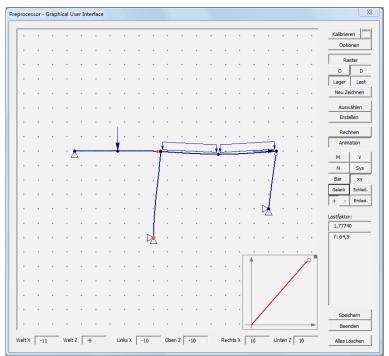


Abbildung 75: 2. Fließgelenk

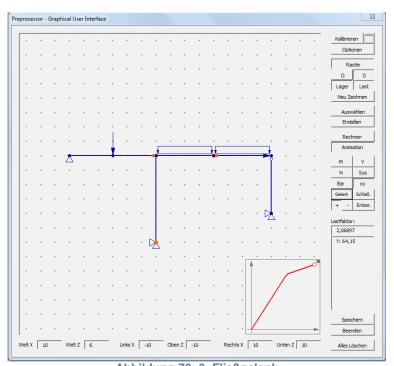
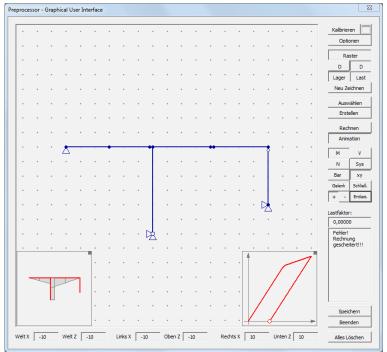


Abbildung 76: 3. Fließgelenk

Um den Momentenverlauf nach Entlastung anzuzeigen, klicken Sie auf *Entlast*. Das Last-Verformungs-Diagramm und die Schnittgrößendiagramme stellen die bleibenden plastischen Verformungen bzw. die plastischen Schnittgrößen nach Entlastung dar (Abbildung 77: Momentenverlauf nach Entlastung).

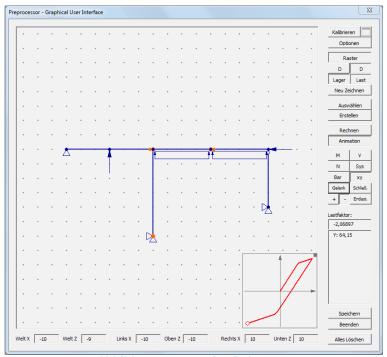






**Abbildung 77: Momentenverlauf nach Entlastung** 

Die vollständige Hysterese des ideal elastisch-plastischen Materialverhaltens können Sie im Last-Verformungs-Diagramm (xy) beobachten, wenn Sie nach der Entlastung das Minus anklicken und die somit negative Last bis zum Auftreten des dritten Fließgelenks steigern (Abbildung 78). Entlasten Sie wieder, wechseln Sie anschließend wieder zur positiven Last und steigern Sie diese erneut bis zum Erreichen des dritten Fließgelenks und die Hysterese ist vollständig im xy-Diagramm ablesbar(Abbildung 79).



**Abbildung 78: negative Belastung** 





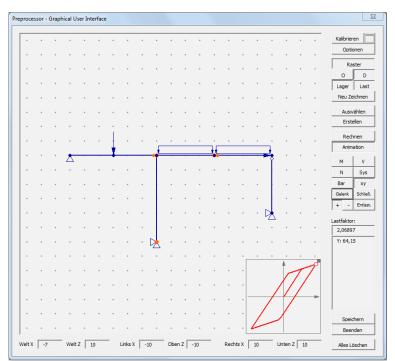


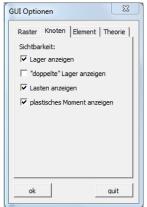
Abbildung 79: Hysterese





#### 2. Vorverformung

Das System aus dem vorherigen Beispiel soll mit einer Vorverformung der linken Stütze von  $\phi_0$ =0,02618 rad berechnet werden. Stellen Sie für dieses Beispiel unter *Optionen* ein, dass die plastischen Momente angezeigt werden (Abbildung 80).



**Abbildung 80: GUI Optionen** 

Geben Sie die Vorverformung ein und lassen Sie das Last-Verformungs-Diagramm anzeigen. Aufgrund der Vorverformung beginnt dieses nicht im Nullpunkt (Abbildung 81, Abbildung 82).

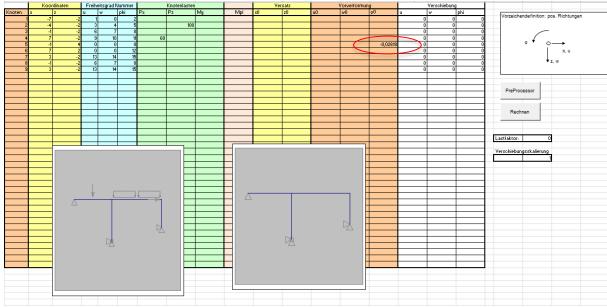


Abbildung 81: Eingabe der Vorverformung





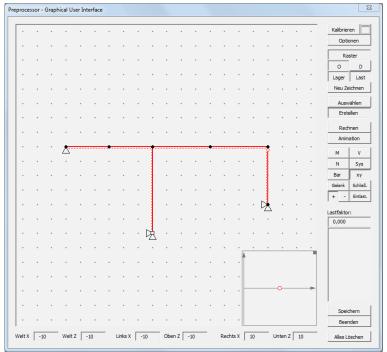


Abbildung 82: Last-Verformungs-Diagramm

Klicken Sie auf *Gelenk*, um den ersten Schritt der Laststeigerung durchzuführen und das erste Fließgelenk zu erreichen (Abbildung 83: 1. Fließgelenk). Die Momentenpfeile über dem Fließgelenk stellen die weiter oben erwähnten plastischen Momente dar.

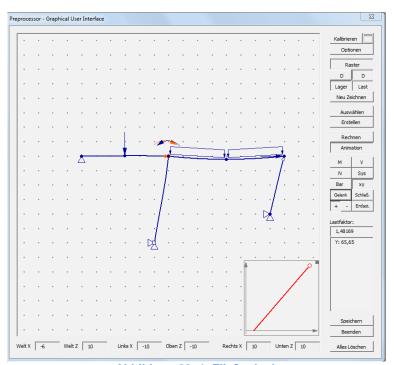


Abbildung 83: 1. Fließgelenk

Führen Sie die weiteren Laststeigerungsschritte analog durch. Überprüfen Sie, ob sich Fließgelenke wieder schließen (Abbildung 84: 2. Fließgelenk; Abbildung 85: 3. Fließgelenk).





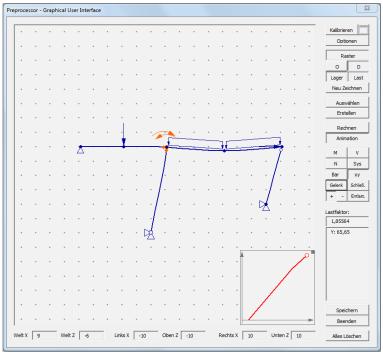


Abbildung 84: 2. Fließgelenk

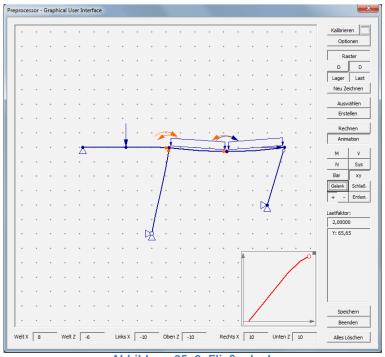
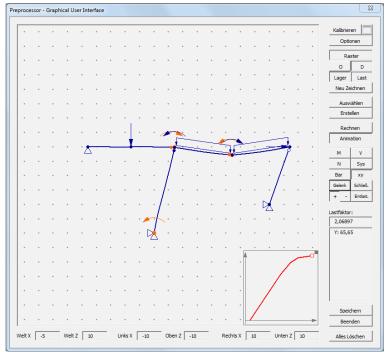


Abbildung 85: 3. Fließgelenk

Klicken Sie zur Überprüfung, ob sich das dritte Fließgelenk wieder schließt, ein viertes Mal auf *Gelenk*. Das dritte Fließgelenk verschwindet und ein neues öffnet sich, damit ist der Traglastzustand erreicht (Abbildung 86).







**Abbildung 86: Traglastzustand** 

Die bleibende Verformung können Sie ermitteln, indem Sie auf Entlast klicken Abbildung 87).

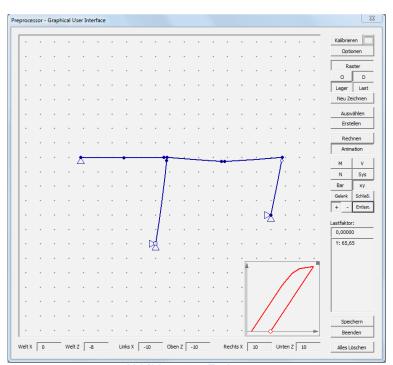
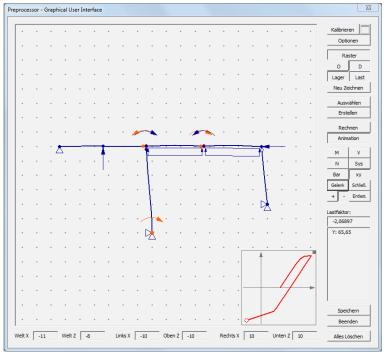


Abbildung 87: Entlastung

Analog zum vorhergehenden Beispiel kann man auch hier durch Ändern der Vorzeichen der Belastung eine vollständige Hysterese beschreiben (Abbildung 88; Abbildung 89).







**Abbildung 88: negative Belastung** 

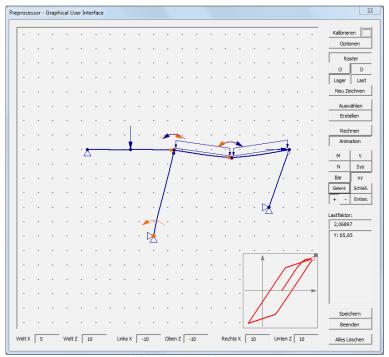


Abbildung 89: Hysterese





# Berechnung von Einflusslinien



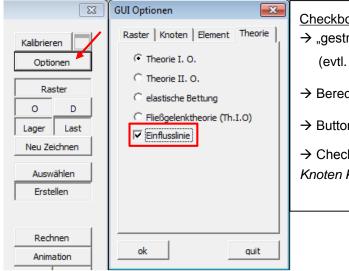


#### 1. Einflusslinienmodus

In *Stiff* ist es auch möglich Einflusslinien von Kraft- und Weggrößen zu berechnen und deren Verlauf im Diagramm darzustellen. Um diese Funktion zu nutzen muss *Stiff* jedoch zuerst in den "Einflusslinienmodus" versetzt werden.

#### a) Checkbox "Einflusslinie" in Optionen

Durch einen Klick auf den Button *Optionen* öffnet sich das gleichnamige *Kontext*-Menü, worin auf dem Formular *Theorie* die Checkbox *Einflusslinie* mit einem Häkchen ausgewählt werden muss (vgl. Abbildung 90).



Checkbox Einflusslinie in Optionen:

- → "gestrichelte Faser" wird nicht mehr angezeigt (evtl. Verwechslung mit Lastgurtes)
- → Berechnung nach Theorie I. Ordnung
- → Button "Einflusslinie" in GUI wird sichtbar
- → Checkbox "Einflusslinie" in *Element Kontext* und *Knoten Kontext* ebenfalls ausgewählt

Abbildung 90: Checkbox Einflusslinie in Optionen

Die Checkbox in *Optionen* ist mit zwei gleichnamigen Checkboxen in *Knoten Kontext* und *Element Kontext* verknüpft, bei denen nun automatisch ebenfalls ein Häkchen gesetzt wird (vgl. Abbildung 91 und Abbildung 92).



Abbildung 91: Checkbox in Knoten Kontext

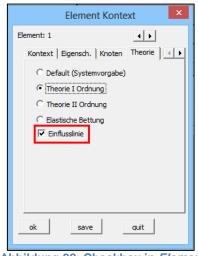


Abbildung 92: Checkbox in Element
Kontext

Durch diese beiden Checkboxen werden bestimmte Formulare im jeweiligen *Kontext*-Menü sichtbar, die zur Eingabe des Lastgurtes oder für die Auswahl der Kraft- bzw. Weggröße der Einflusslinie notwendig sind.





Formulare, die zur Berechnung der Einflusslinie unnötig sind, werden unsichtbar und folglich beim Öffnen des entsprechenden Kontext-Menüs nicht mehr angezeigt.

#### Knoten Kontext

→ unsichtbar: Auflagerkräfte

→ sichtbar: Kraftgröße (ALR), Kraftgröße (SGR), Weggröße (disp) und Wegröße (delta\_disp)

#### **Element Kontext**

→ unsichtbar: lin.Last, Temp °C, TW Lasten, Vorspannung

→ sichtbar: Einheitslast

#### b) Button Einflusslinie in GUI-Userform

Stiff befindet sich nun infolge der Checkbox Einflusslinie (Kontext-Menü Optionen) im sogenannten Einflusslinienmodus. Hierauf wird auf der GUI-Userform ein Button mit der Aufschrift Einflusslinie sichtbar, dessen Klick nach Bestätigung der Abfrage alle Knoten- und Elementlasten sowie Vorverformungen des Tragwerks löscht. Die Berechnung der Einflusslinie kann dadurch nicht infolge einer nicht entfernten Verformung oder Last im System verfälscht werden.

#### 2. Eingabe des Lastgurts

Die Definition des Lastgurts für das jeweilige Element erfolgt auf dem Formular *Einheitslast* in *Element Kontext* (vgl. Abbildung 92). In *Stiff* ist die Eingabe eines horizontal oder vertikal wirkenden Lastgurtes möglich, dessen Wahl durch Klick auf den entsprechenden Optionbutton erfolgt. Da in fast allen Fällen die Lastgurtdefinition der Einflusslinie entweder horizontal oder vertikal ist, behält *Stiff* bei Auswahl eines anderen Elements mit dem Spinbutton (rote Markierung Abbildung 93) die getätigte Wahl des jeweiligen Lastgurtes bei. Mit dem Button *Reset* wird der Lastgurt wieder gelöscht

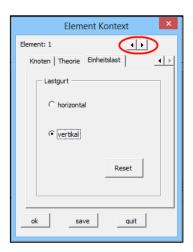


Abbildung 93: Wahl des Lastgurtes in Element Kontext





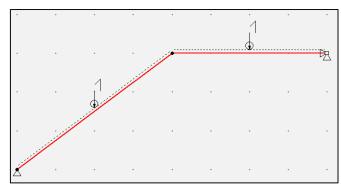


Abbildung 94: Darstellung des vertikalen Lastgurtes

#### 3. Eingabe der Einflusslinie

Nach Aufbringen des Lastgurts auf das System erfolgt im nächsten Schritt die Auswahl der Einflusslinie am jeweiligen Knoten. Einflusslinien können entweder von Kraftgrößen (Auflagerkraft bzw. Schnittkraft) oder von Weggrößen (Verformung bzw. Differenzverformung) ermittelt werden. Hierzu muss am Ort der gesuchten Einflusslinie die korrespondierende Kraft- oder Weggröße aufgebracht werden. Durch Klick auf den Button Berechnen ermittelt Stiff die Verformungsfigur des Systems, welche gemäß Satz von Land bzw. Satz von Betti-Maxwell der gesuchten Einflusslinie entspricht (vgl. Abbildung 95).



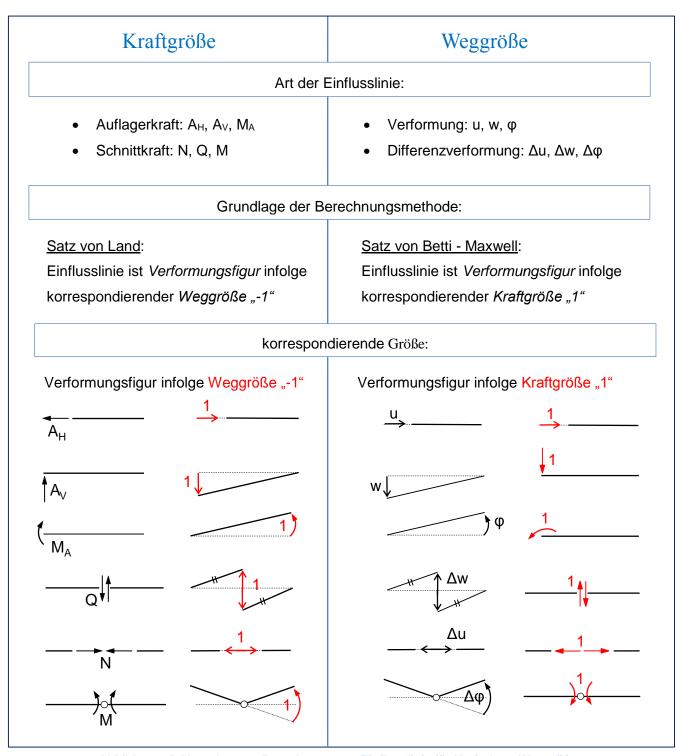
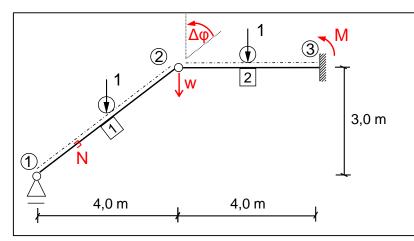


Abbildung 95: Vorgehen zur Berechnung von Einflusslinie für Kraft- bzw. Weggrößen

Im Folgenden wird an einem Beispiel (vgl Abbildung 95) die Eingabe der Einflusslinie in *Stiff* für Kraft und Weggrößen durchgeführt.







#### Kraftgröße:

- a) Einspannmoment in Knoten 3
- b) Normalkraft in Element 2

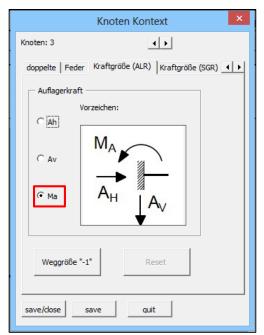
#### Weggröße:

- c) Verschiebung w in Knoten 2
- d) Differenzverdrehung Δφ in Knoten

Abbildung 96: Beispiel für die Ermittlung von Einflusslinien für Kraft- und Weggrößen

#### a) Moment am Knoten 3

Ein Doppelklick auf Knoten 3 öffnet das *Knoten Kontext*-Menü, worin aufgrund des Einflusslinienmodus das Formular *Kraftgröße (ALR)* nun sichtbar ist. Durch einen Klick auf die Optionsbox *Ma* erfolgt die Auswahl der gewünschten Einflusslinie (vgl. Abbildung 97). Mit dem Button *Weggröße -1* wird zuerst geprüft ob die jeweilige Auflagerkraft am Knoten 3 existiert und bei positivem Befund die korrespondierende Weggröße (vgl. Abbildung 95) auf das System aufgebracht (vgl. Abbildung 97).



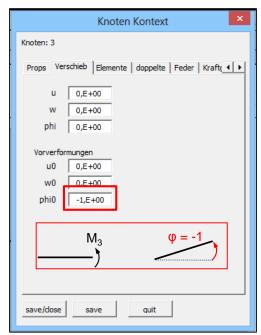


Abbildung 97: Eingabe Einflusslinie für Auflagerkraft M (links) und Aufbringen der korrespondierenden Weggröße von φ = -1 am Knoten 3 (rechts)

Durch Klick auf den Button *save/close* wird die vorgenommene Eingabe gespeichert und das *Kontext*-Menü geschlossen. Mit dem Button *Rechnen* in der GUI-Userform berechnet *Stiff* nun die Verformungsfigur resultierend aus der korrespondierenden Weggröße  $\phi$  = -1, die der Einflusslinie von M<sub>3</sub> entspricht. Um bei der Eingabe der Einflusslinie für Kraft- oder Weggrößen keine Fehler zu machen wurden folgende Sicherheitsvorkehrungen in *Stiff* getroffen:





#### Klick auf einen Optionbutton (z.B. Ma)

- die anderen drei "Einflusslinie Seiten" von Knoten Kontext werden unsichtbar
  - → eine Eingabe von zwei verschieden Einflusslinie ist nicht möglich
- Button zum Aufbringen der Kraft- bzw. Weggröße (z.B. Weggröße "-1") kann nun betätigt werden

#### Klick auf Button Weggröße "-1" bzw. Kraftgröße "1"

- Klick auf Optionbutton nicht mehr möglich
  - → das Aufbringen von verschiedenen, korrespondierenden Weggrößen ist nicht möglich
- Spinbutton zum Wechseln der Knoten wird unsichtbar
  - → Eingabe einer zweiten Einflusslinie für einen anderen Knoten ist nicht mehr möglich

Mit Klick auf dem Button *Reset* wird die korrespondieren Kraft- bzw. Weggröße wieder gelöscht und die Sicherheitsvorkehrung aufgehoben (übrigen Einflusslinien - Seiten sichtbar, *Optionbutton* wieder zu klicken, *Spinbutton* sichtbar usw.).

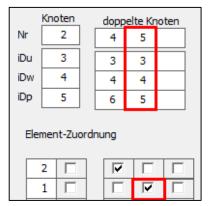
#### b) Normalkraft in Element 1

Die Eingabe der Einflusslinie für die Normalkraft in Element 1 erfolgt nach Doppelklick auf Knoten 2 in *Knoten Kontext* auf dem Formular *Kraftgröße (SGR)*. In einem ersten Schritt wird durch Klick auf den *Optionbutton Normalkraft* die gesuchte Schnittkraft ausgewählt (vgl. Abbildung 98). Hierbei erscheint ein Fenster, worin alle Elemente aufgelistet werden, welche mit Knoten 2 verbunden sind. Ein Klick auf Element 1 hebt dieses in der Zeichenoberfläche mit blauer Farbe hervor und dient somit als Hilfe, das richtige Element für die Einflusslinie der Normalkraft auszuwählen.

In einem zweiten Schritt erfolgt die Eingabe des entsprechenden Elements in das darunterliegende Textfeld. In unserem Beispiel muss für die *Normalkraft* in Element 1 die Ziffer 1 eingetragen werden. Nun ist der Button *Weggröße "-1"* frei-geschalten, bei dessen Klick *Stiff* zur Berechnung der Einflusslinie einen doppelten Knoten an Knoten 2 hinzufügt, der dem Element 1 zugeordnet ist, und diesen mit einer Vorverformung von u = -1 belastet (vgl. Abbildung 99).







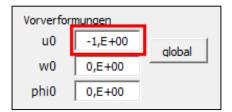


Abbildung 99: doppelter Knoten an Knoten 2 zu Element 1 (links) und korrespondierende Weggröße u = -1 (rechts)

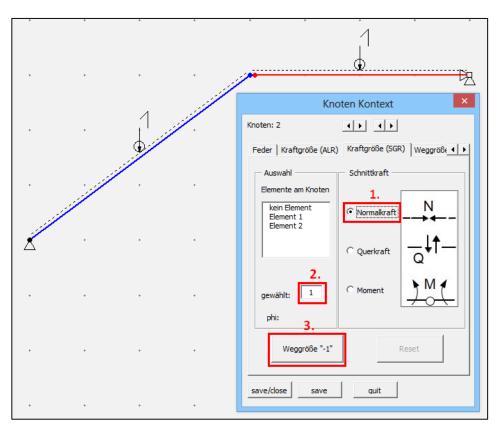


Abbildung 98: Eingabe Einflusslinie für Normalkraft in Element 1

#### mögliche Fehlermeldung:

• "Objekt erforderlich"

Wird im Fenster nicht auf eines der aufgeführten Elemente geklickt, dann erscheint die Fehlermeldung "Objekt erforderlich", da *Stiff* kein Element gefunden hat. Dieser Fehler ist durch konzentriertes und bewusstes Anklicken der Elemente zu verhindern.



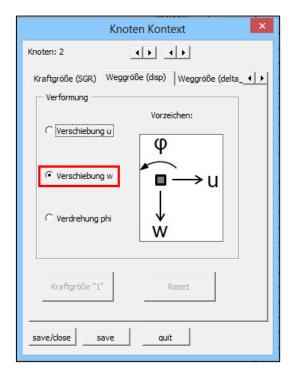


#### • "Warum stimmt die Nummer nicht"

Diese Fehlermeldung erscheint, wenn man nach Klick auf Button *Reset* sofort wieder die Einflusslinie einer anderen Schnittgröße an diesem Knoten berechnen will und hierfür einen neuen doppelten Knoten einfügt, obwohl *Stiff* den alten noch nicht vollständig gelöscht hat. Um diesen Fehler zu vermeiden sollte immer nach Klick auf Button *Reset* zuerst die damit ausgelösten Veränderungen durch Klick auf den Spinbutton oder Button *save* bzw. *save/close* gespeichert werden.

#### c) Verschiebung w an Knoten 2

Ein Doppelklick auf Knoten 2 öffnet *Knoten Kontext*, worin auf Formular *Weggröße (disp)* die Eingabe dieser Einflusslinie erfolgt. Durch Klick auf den Optionbutton *Verschiebung w* wird die entsprechende Auswahl getroffen und mit dem Button *Kraftgröße* "1" die korrespondierende Kraftgröße aufgebracht (vgl. Abbildung 100).



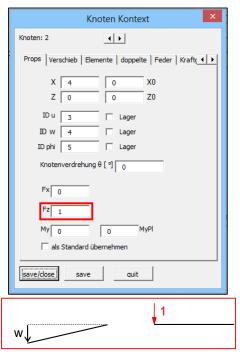


Abbildung 100: Eingabe der Einflusslinie für Verschiebung w (links) und korrespondierende Kraftgröße F = 1 auf Knoten 2 (rechts)



#### d) Differenzverdrehung am Knoten 2

Um die Einflusslinie von Differenzverformungen zu ermitteln, ist das Gelenk immer als doppelter Knoten einzugeben. In diesem Beispiel muss das Momentgelenk bei Knoten 2 als doppelter Knoten mit gekoppelter Verschiebung u und w konstruiert und nicht durch Definition des Grundelements erzeugt werden (vgl. Abbildung 101). Das Erzeugen eines doppelten Knoten ist in Kapitel 4 (Erzeugen komplexer Geometrien) beschrieben.

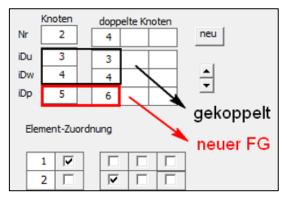


Abbildung 101: Momentengelenk in Knoten 2 als doppelter Knoten

Die Eingabe der Einflusslinie erfolgt nach Doppelklick auf Knoten 2 in Knoten Kontext auf dem Formular Weggröße (delta\_disp). Nach Klick auf den Optionbutton delta\_phi (vgl. Abbildung 103) erscheint folgende Meldung:



Abbildung 102: Hinweis zur Knotenorientierung des doppelten Knoten

Stiff bringt zur Berechnung der Einflusslinie einer Differenzverformung am doppelten Knoten ein gegengleiches Moment- bzw. Kräftepaar auf (vgl. Abbildung 95). Bei Querkraft- und Normalkraftgelenken als doppelter Knoten ist daher darauf zu achten, dass beide Knoten die gleiche Orientierung wie das zugehörige Element aufweisen, damit das Kräftepaar im richtigen Winkel aufgebracht wird. Der Winkel des Elements lässt sich durch Doppelklick auf das jeweilige Element in *Element Kontext* auf dem Formular *Eigenschaften* ablesen. Bei einem Momentgelenk wird als korrespondieren Kraftgröße ein gegengleiches Momentpaar auf den doppelten Knoten aufgebracht (vgl. Abbildung 104), die unabhängig von der Knotenorientierung wirken. Folglich muss ein Momentgelenk nicht gemäß dem zugehörigen Element ausgerichtet sein.





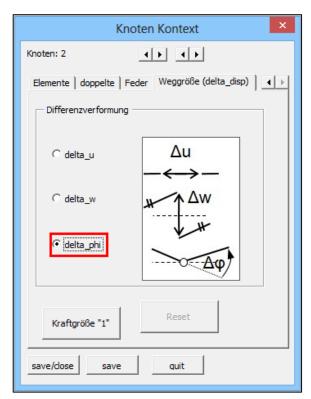
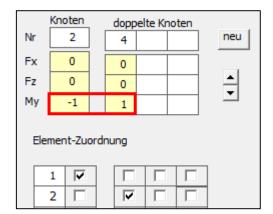


Abbildung 103: Eingabe der Einflusslinie für die Differenzverdrehung



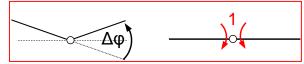


Abbildung 104: korrespondierende Kraftgröße auf doppelten Knoten



#### 4. Anzeigen der Einflusslinie

Der Verlauf der Einflusslinie sowie deren charakteristische Werte werden nach Beenden des *PreProzessor* auf dem Tabellenblatt *Einflusslinie* ausgegeben.

#### Einflusslinie des Einspannmoments in Knoten 3

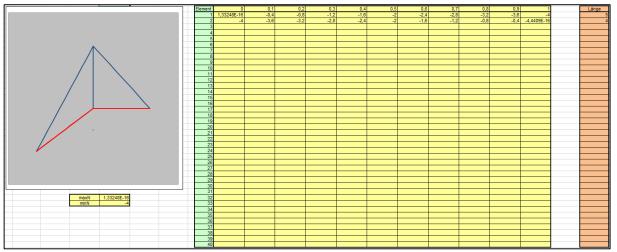


Abbildung 105: Einflusslinie des Einspannmoments in Knoten 3

#### Einflusslinie der Verschiebung w des Knoten 2

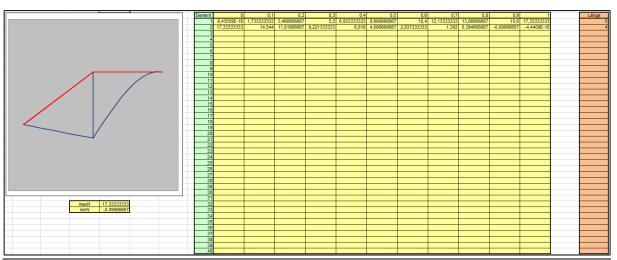


Abbildung 106: Einflusslinie der Verschiebung w des Knoten 2