

Musterlösung

# Statik 1

## Probeklausur 2

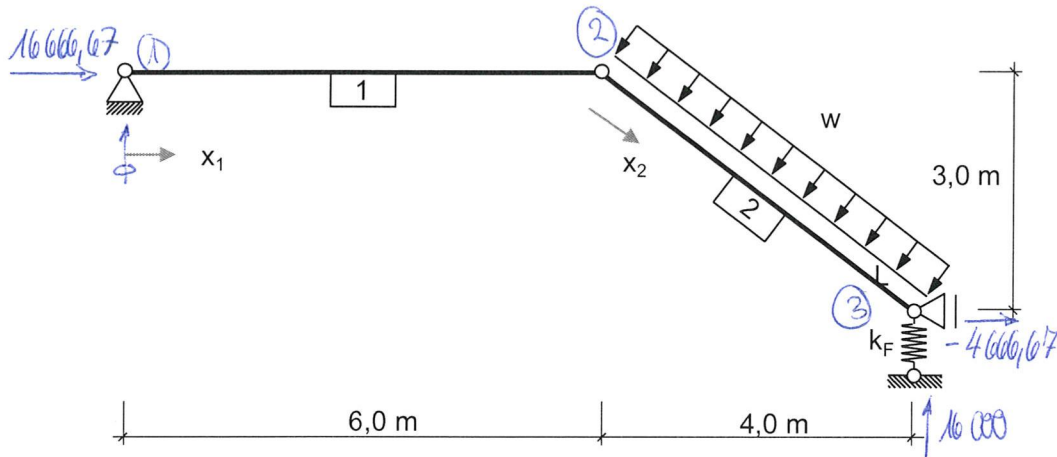
Bearbeitungszeit: 71 Minuten

Aufgabe	Punkte	
	max.	erreicht
1	13	
2	20	
3	18	
4	20	
$\Sigma$	<b>71</b>	

## Aufgabe 1

(13 Punkte)

Gegeben ist das folgende System mit seiner Belastung  $w$ .



$$w = 4 \text{ MN/m} \\ = 4 \cdot 10^3 \text{ kN/m}$$

$$k_F = 500 \text{ MN/m} \\ = 5 \cdot 10^5 \text{ kN/m}$$

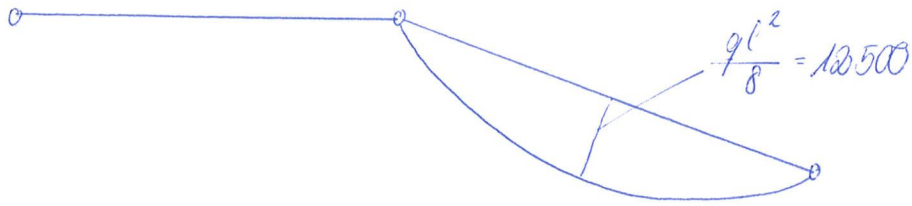
$$EI = 10.000 \text{ MNm}^2 = 1 \cdot 10^7 \text{ kNm}^2$$

$$EA \rightarrow \infty$$

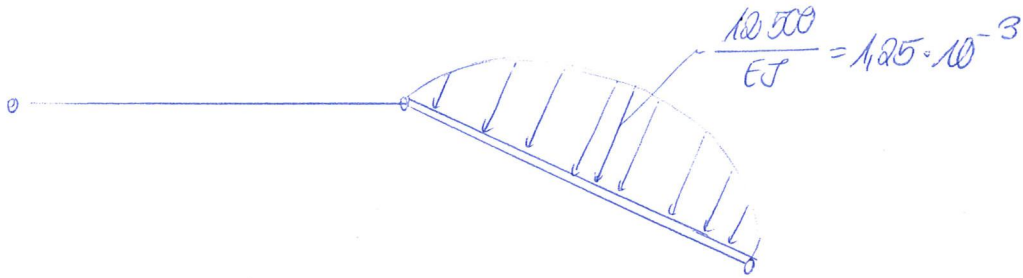
- Bestimmen Sie unter Verwendung der Mohrschen Analogie die Biegelinie des Systems unter Angabe charakteristischer Werte.
- Geben Sie die Formeln des Funktionsverlaufs der Biegelinie des abgebildeten Systems in den Stäben 1 und 2 an ( $w(x_1)$  und  $w(x_2)$ ).
- Bestimmen Sie für den Stab 2 zusätzlich den Funktionsverlauf der Verdrehung  $\varphi$  ( $\varphi(x_2)$ ).

# Aufgabe 1

a) (M)

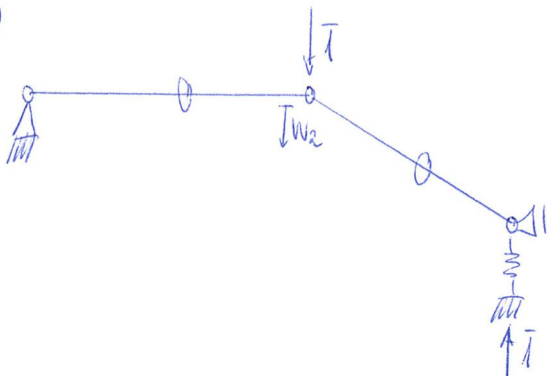


(q\*)



Ermittlung von der Verschiebung am Knoten 2:

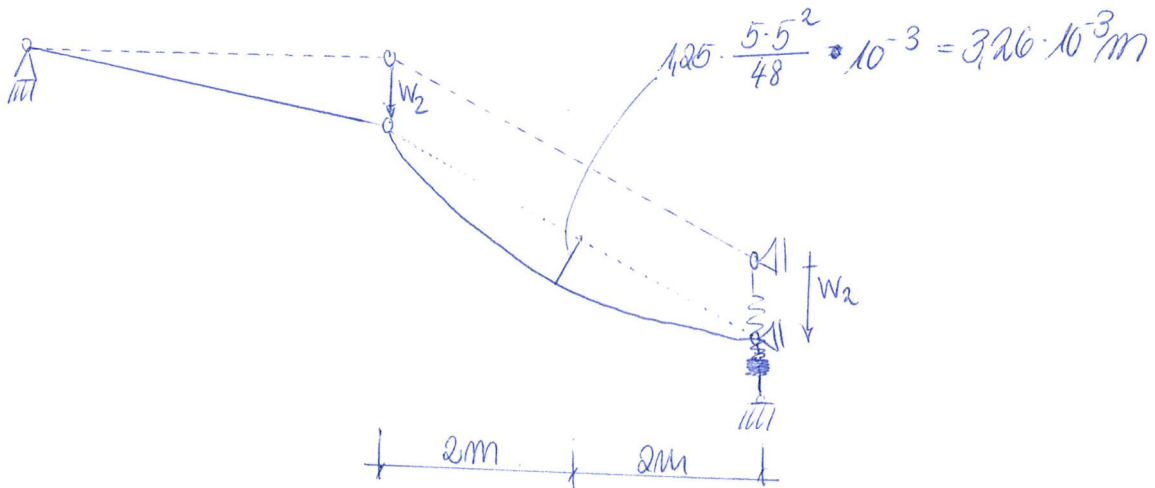
(M)



$$T \cdot w_2 = 16000 \cdot \frac{T}{k_F}$$

$$\rightarrow w_2 = 0,032 \text{ m}$$

(w)



b) Stab 1:

$$w_1 = 0$$

$$w_2 = 0,032 \text{ m}$$

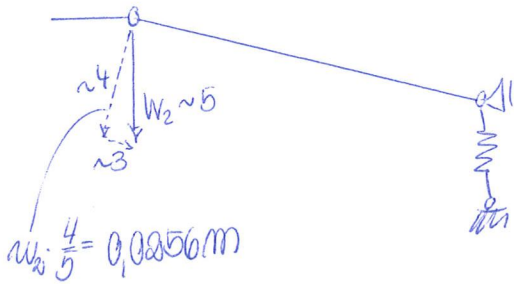
$$w(x_1) = 0,032 \text{ m} \cdot \frac{x_1}{6}$$

Stab 2:

$$w(x_2) = 0,0256 \text{ m} + w_{\text{Biegem}}$$

$$= 0,0256 \text{ m} + 1,25 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{5^2}{3} \cdot w_p$$

$$= 0,0256 + 10,417 \cdot 10^{-3} \left( \frac{x_2}{5} - 2 \left( \frac{x_2}{5} \right)^3 + \left( \frac{x_2}{5} \right)^4 \right)$$



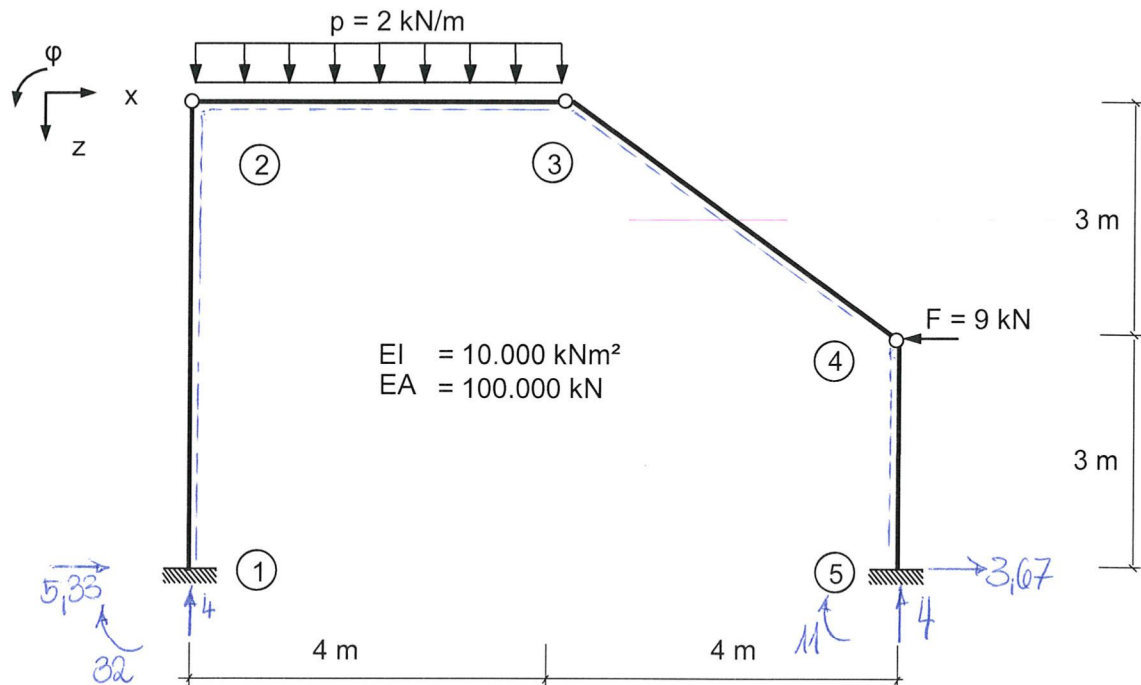
$$c) \varphi(x_2) = - \frac{\partial w(x_2)}{\partial x_2}$$

$$= -10,417 \cdot 10^{-3} \left( \frac{1}{5} - \frac{2}{5^3} \cdot 3 x_2^2 + \frac{1}{5^4} \cdot 4 x_2^3 \right)$$

$$= -10,417 \cdot 10^{-3} \left( \frac{1}{5} - \frac{6}{125} x_2^2 + \frac{4}{625} x_2^3 \right)$$

## Aufgabe 2

(20 Punkte)

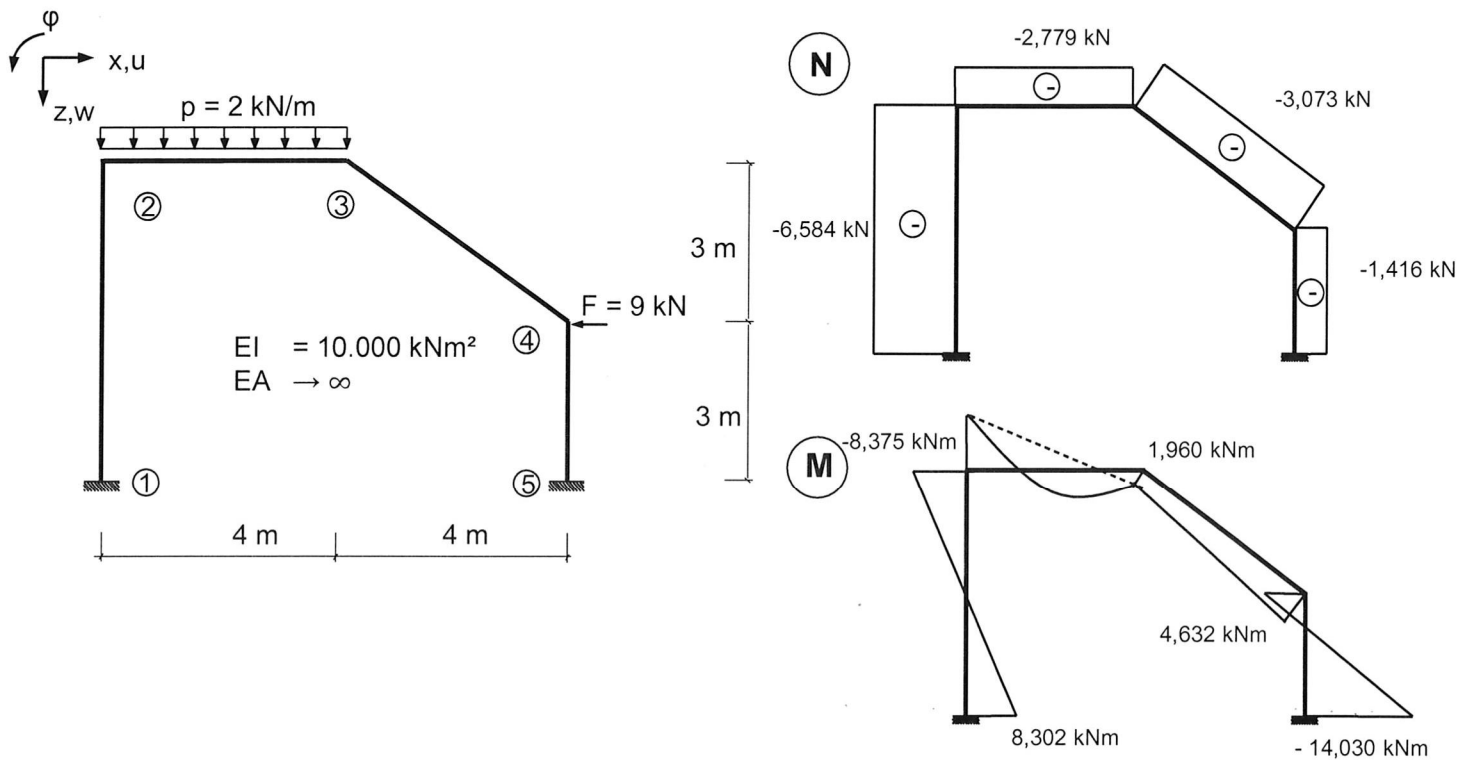


Das oben abgebildete System wird durch die Last  $p$  sowie durch die Kraft  $F$  belastet.

- a) Bestimmen Sie die horizontale Verschiebung des Punktes 2 unter der gegebenen Belastung durch Anwendung des **Prinzips der virtuellen Kräfte**.

## Fortsetzung Aufgabe 2

Im Zuge der Planungsphase werden die Gelenke an den Knoten 2 is 4 durch starre Verbindungen ersetzt. Die Dehnsteifigkeit ist jetzt  $EA \rightarrow \infty$ . Das entsprechende statische System sowie Auszüge aus der Berechnung mittels eines Stabwerksprogrammes sind im Folgenden dargestellt:

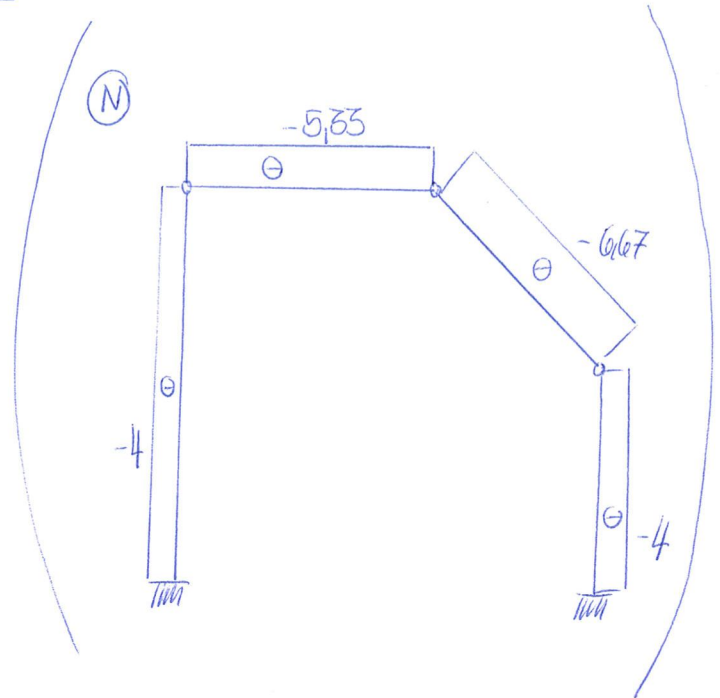
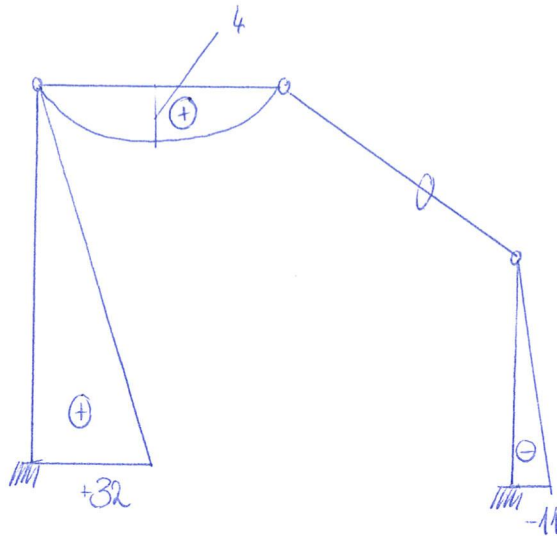


Knoten	u	w	$\varphi$
3	-0,004938	0,001898	-0,0002381
4	-0,003514	0,0	0,001410

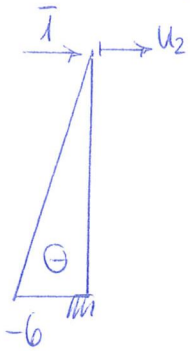
b) Berechnen Sie für das neue System die horizontale Verschiebung des Punktes 2.

## Aufgabe 2

a) (M)



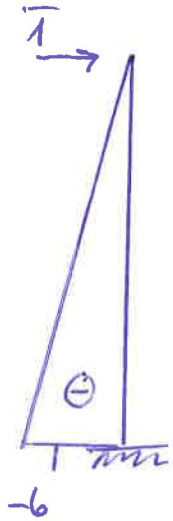
Ersatzsystem für virtuelle Last:



Ermittlung von  $u_2$ :

$$\bar{1} \cdot u_2 = \frac{1}{3} \cdot (-6) \cdot 32 \cdot \frac{6}{10000} \Rightarrow u_2 = \underline{\underline{-0,0384 \text{ m}}}$$

b) Wahl des Ersatzsystems



$$\bar{1} \cdot u_2 = \frac{1}{6} \cdot 6 \cdot \frac{1}{10000} (-6) (2 \cdot 8.302 - 8.375)$$

$$u_2 = -4.9374 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

ohne Integr. tabellen:

$$u_2 = \int_0^6 \frac{(-x) \cdot (-8.375 + \frac{8.302 + 8.375}{6} \cdot x)}{EI} dx$$

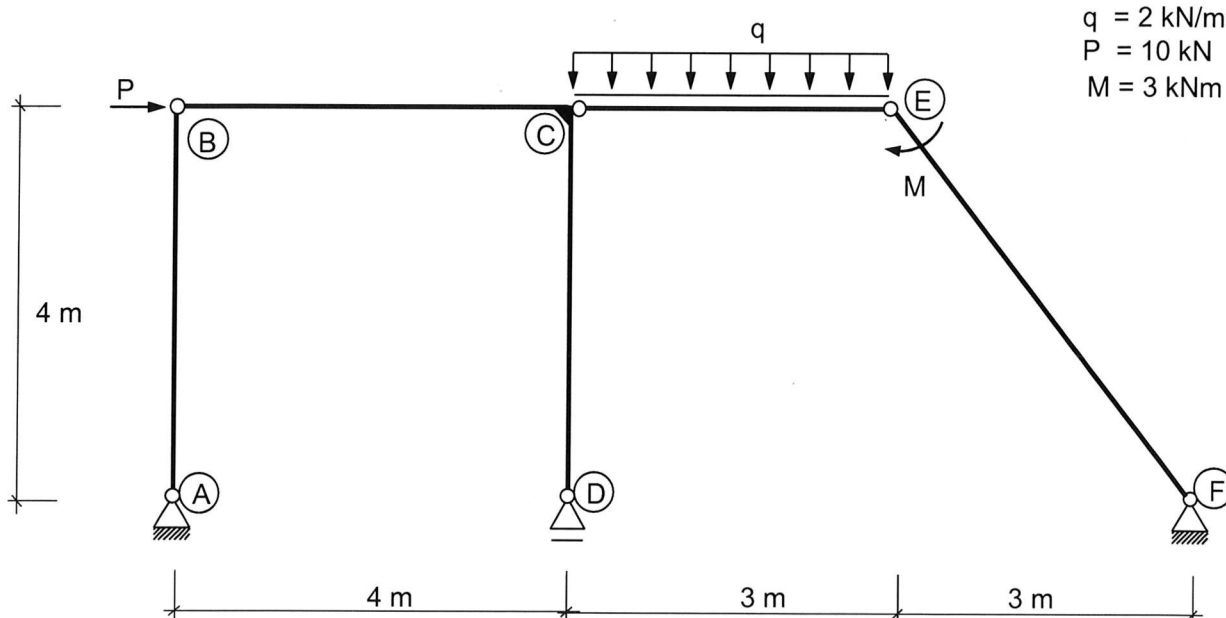
$$= -4.9374 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$



### Aufgabe 3

(18 Punkte)

Gegeben ist das folgende System:



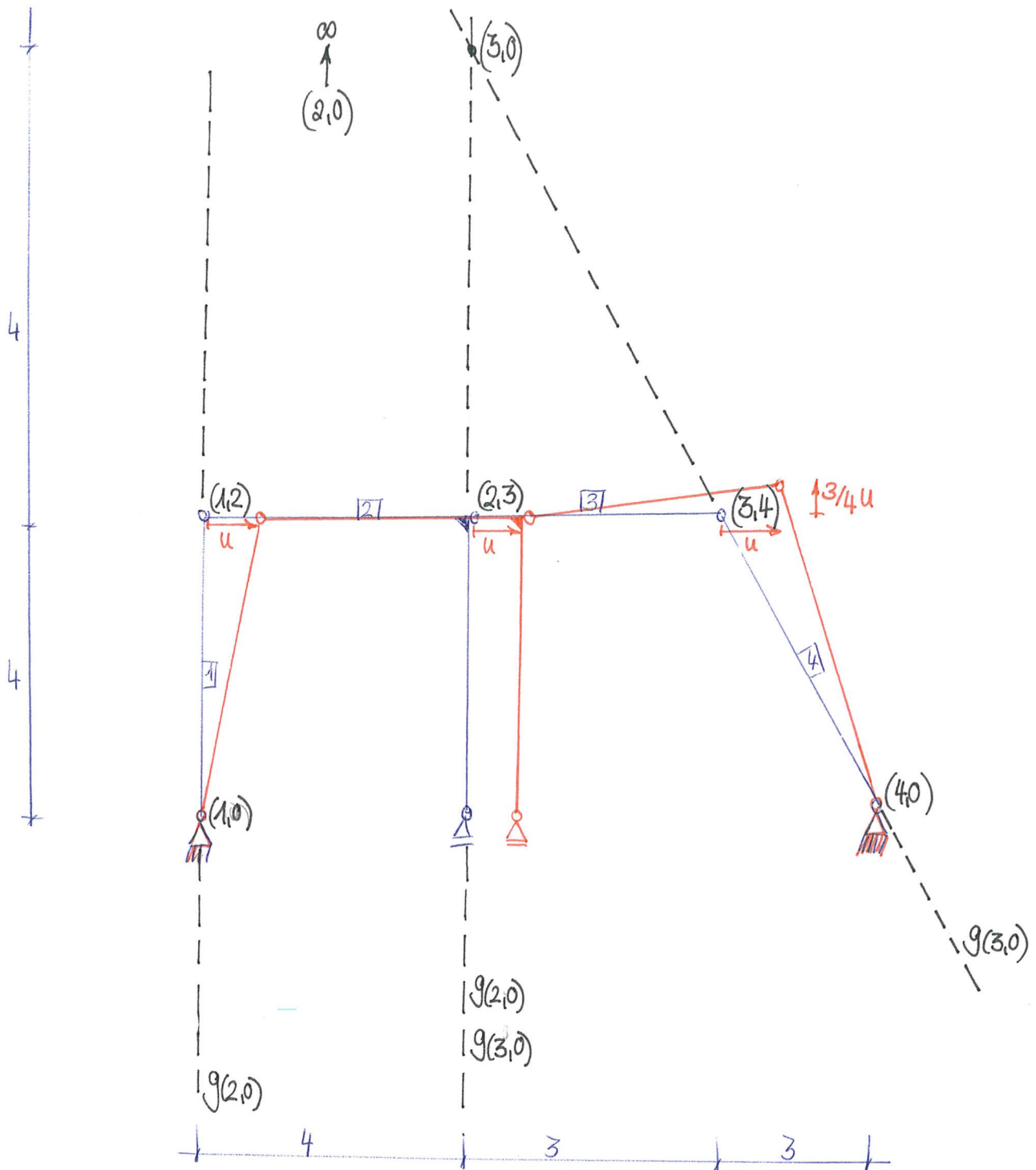
- Überprüfen Sie, ob das gegebene System kinematisch ist. Begründen Sie ihre Antwort mit Hilfe eines Polplans.
- Fügen Sie zusätzliche Stäbe ein, damit das gegebene System tragfähig wird. Überprüfen Sie ihre Modifikation mit Hilfe des Aufbaukriteriums.

Ersetzen Sie am Punkt D das verschiebliche Lager durch eine zweiwertige Lagerung (analog zu Punkt A) und berechnen Sie mit Hilfe des **Prinzips der virtuellen Verschiebungen** folgende Größen:

- Normalkraft im Stab CD.
- Horizontale Auflagerkraft am Punkt F.
- Vertikale Auflagerkraft am Punkt F.

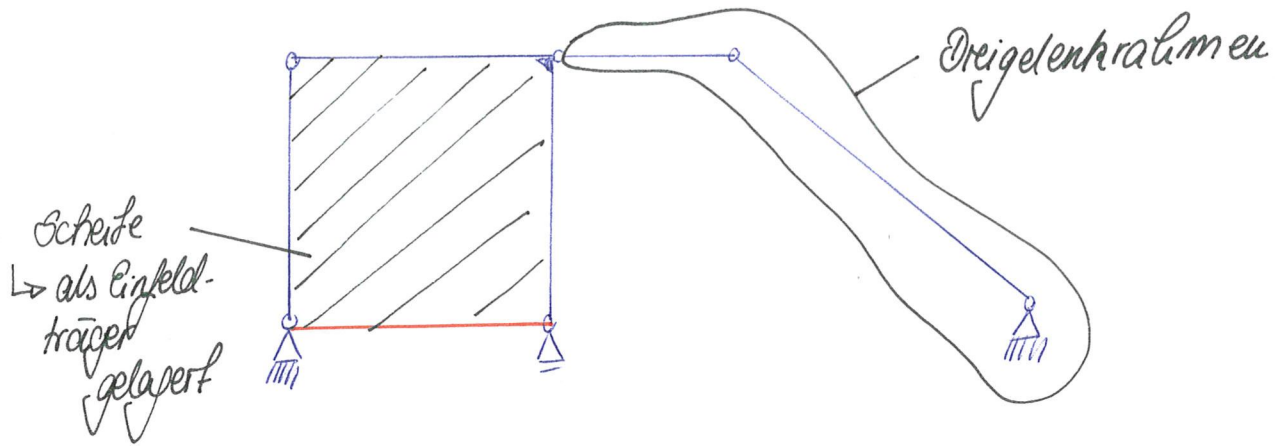
# Aufgabe 3

a)

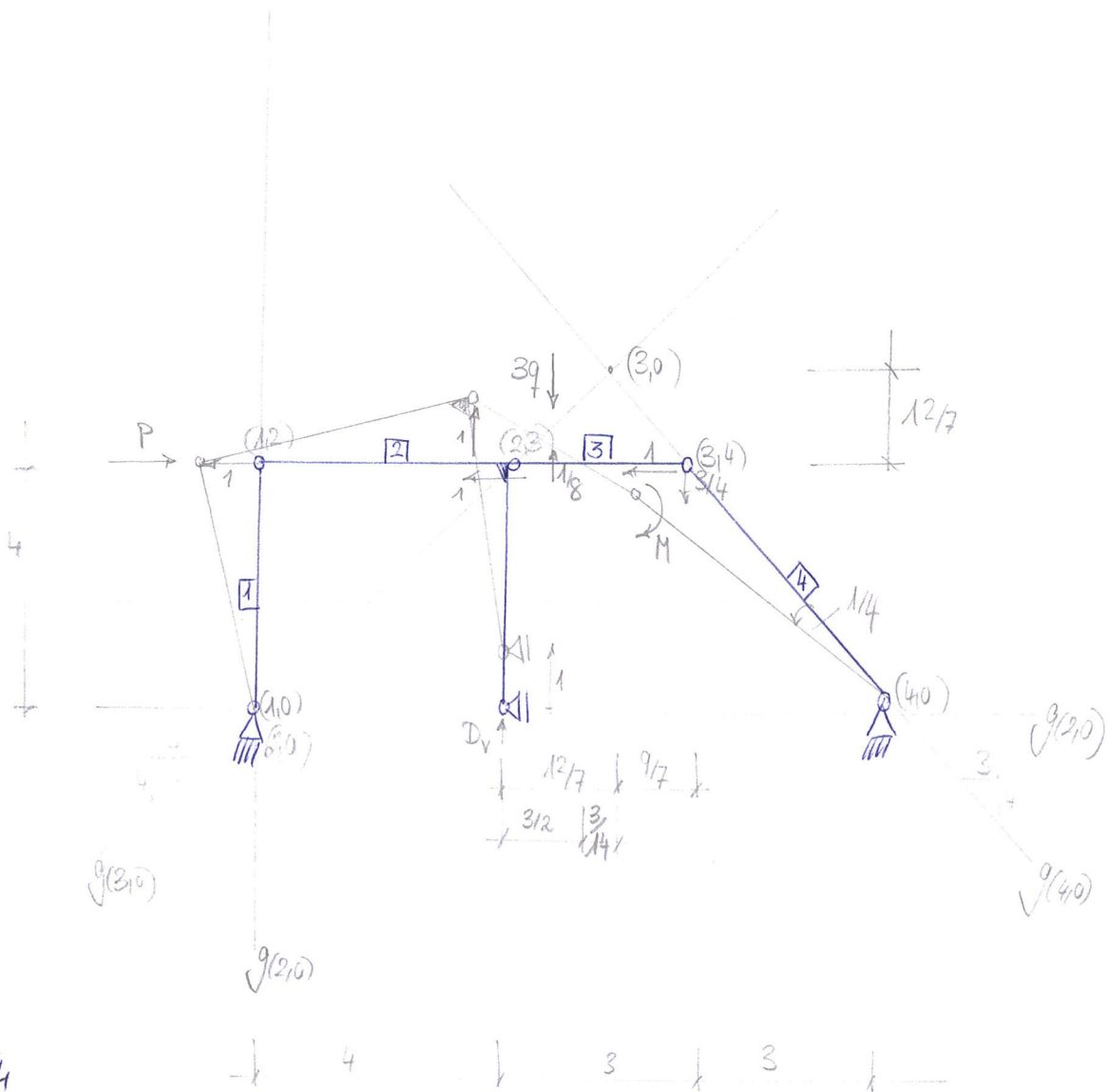


System ist verschieblich!

b)



9



$$\begin{aligned} \varphi_1 &= 1/4 \\ \varphi_2 &= 1/4 \\ \varphi_3 &= 7/12 \\ \varphi_4 &= 1/4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_v \cdot 1 - P \cdot 1 - 3q \cdot \frac{1}{8} - M \cdot \frac{1}{4} &= 0 \Rightarrow D_v = P + \frac{3}{8}q + \frac{1}{4}M = 11.5 \text{ kN} \\ \Rightarrow N_{CD} &= \underline{\underline{-11.5 \text{ kN}}} \end{aligned}$$

eleukrahmen  
→ nicht kinematisch

$$F_H \cdot 1 + 3q \cdot \frac{3}{8} - M \cdot \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow F_H = \frac{M}{4} - \frac{9q}{8} = -\frac{8.25 \text{ kN}}{1} = -1.5 \text{ kN}$$

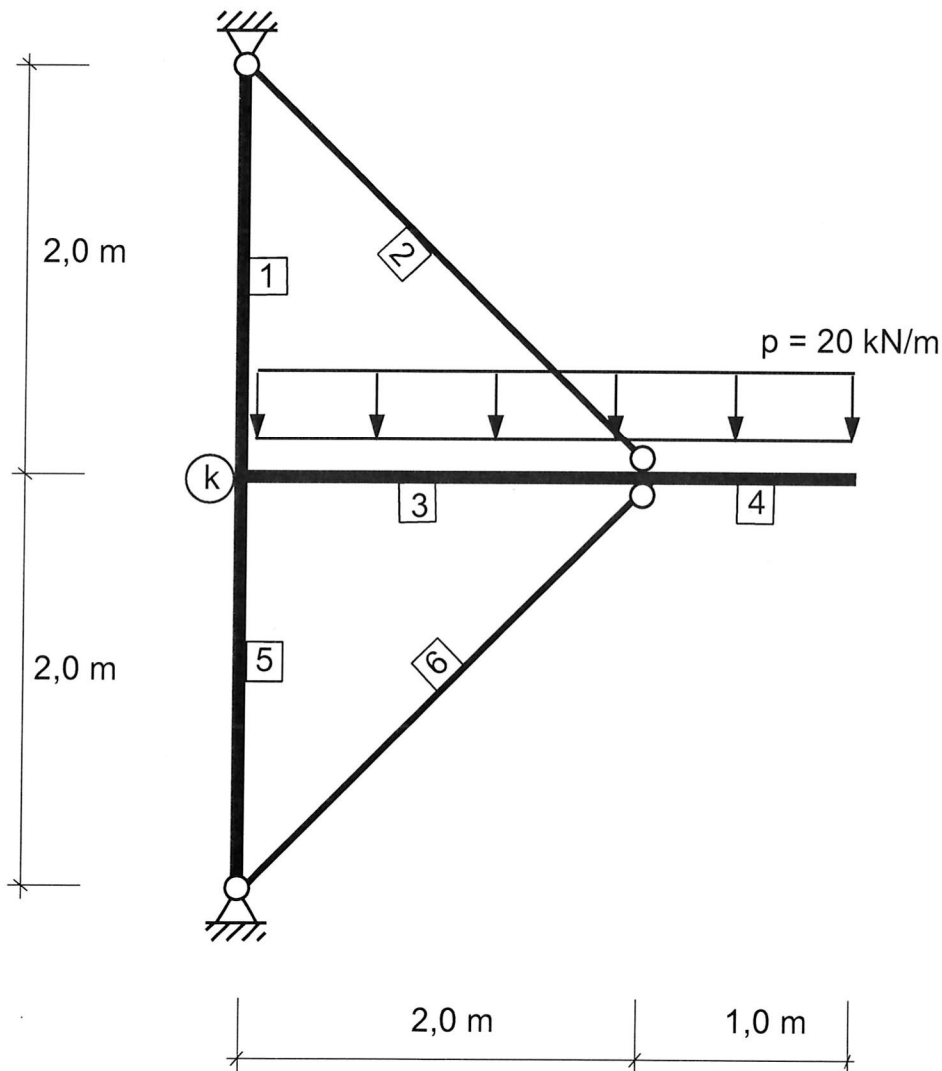
↪ nicht kinematisch!

$$F_V \cdot 1 - 3q \cdot \frac{1}{2} = 0 \rightarrow F_V = \frac{3}{2}q = \underline{\underline{3 \text{ kN}}}$$

## Aufgabe 4

(20 Punkte)

- Bestimmen Sie für das dargestellte System den Biegemomentenverlauf unter der angegebenen Belastung mit dem **Kraftgrößenverfahren (KV)**.
- Berechnen Sie die zugehörige Verdrehung des Knoten k.



Alle Stäbe:  
 $EI = \text{konstant}$

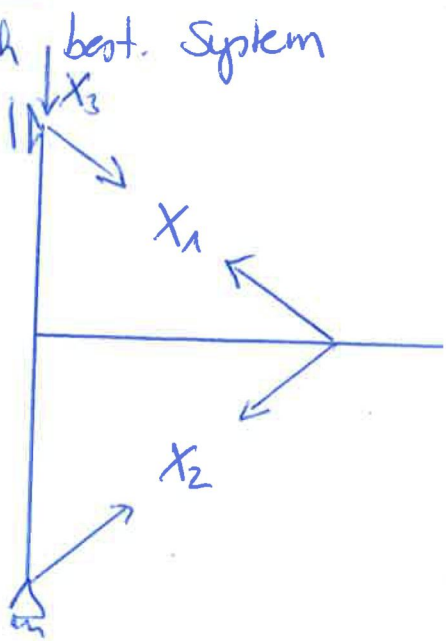
Stab 2 und 6:  
 $EA_2 = EA_6 = EI / (0,3 \text{ m}^2)$

Restliche Stäbe:  
 $EA \rightarrow \infty$

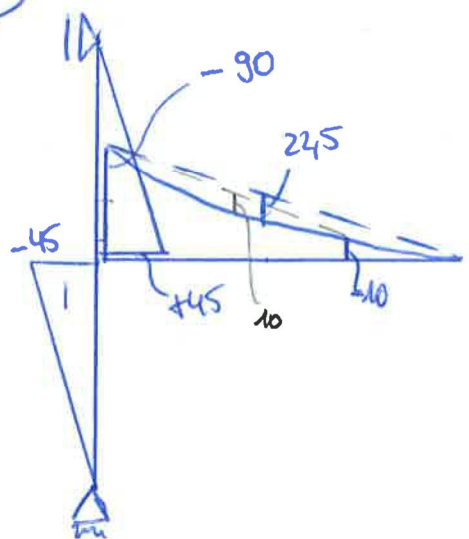
# Aufgabe 4

a) statisch best. System

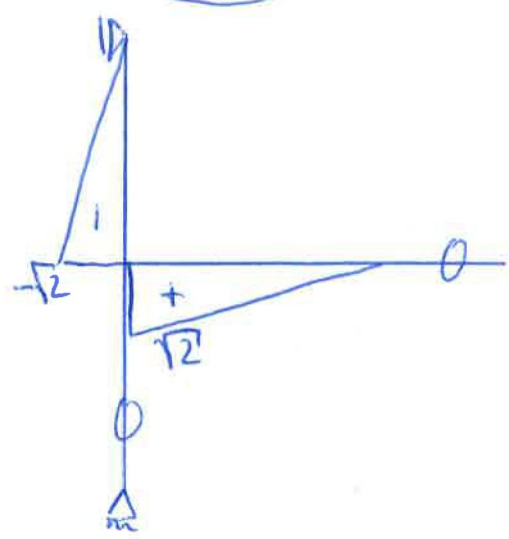
3-fach stat. unbestimmt



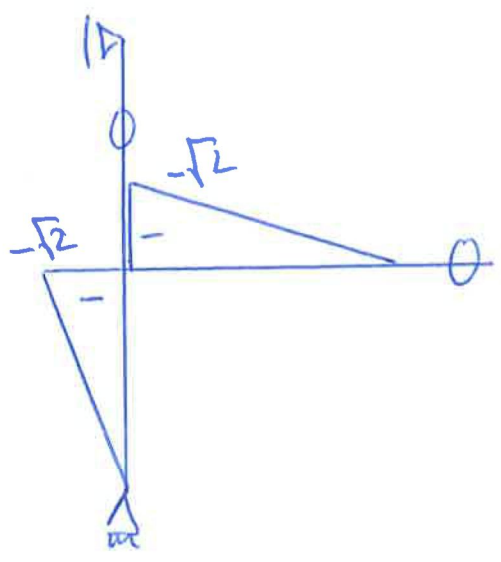
(LZ:  $M_0$ )



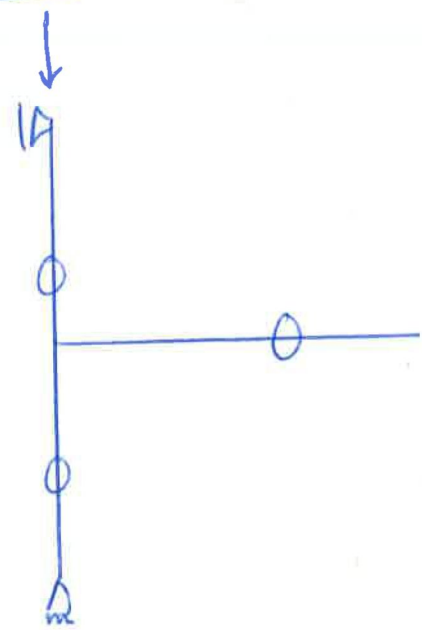
(EZ1:  $M_1$ )



(EZ2:  $M_2$ )



(EZ3:  $M_3$ )



$$EI \delta_{10} = \frac{1}{6} \cdot 2 \sqrt{2} \cdot (2(-90) - 10) + \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 10 \cdot \sqrt{2} + \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot (-\sqrt{2}) \cdot 45 =$$

$$= -122,57$$

$$EI \delta_{20} = -EI \delta_{10} = 122,57$$

$$EI \delta_{30} = 0$$

$$EI \delta_{11} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot (\sqrt{2})^2 \cdot 2 + 2\sqrt{2} \cdot 1^2 \cdot 0,3 = 3,52$$

$$EI \delta_{22} = EI \delta_{11} = 3,52$$

$$EI \delta_{33} = 0$$

$$EI \delta_{12} = -\frac{1}{3} (\sqrt{2})^2 \cdot 2 = -1,35 = EI \delta_{21}$$

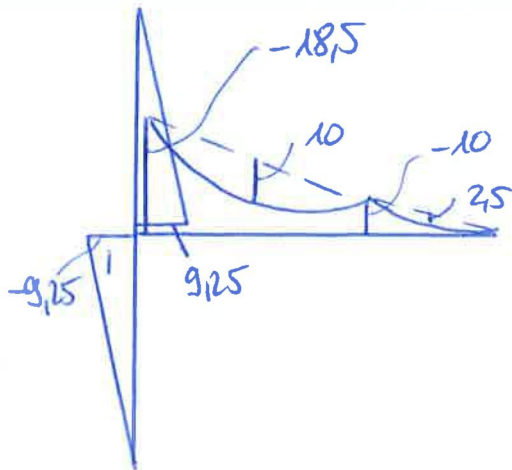
$$EI \delta_{13} = EI \delta_{23} = EI \delta_{32} = EI \delta_{31} = 0$$

$$\begin{bmatrix} 3,52 & -1,35 \\ -1,35 & 3,52 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 122,57 \\ -122,57 \end{bmatrix}$$

$$X_1 = 25,28$$

$$X_2 = -25,28$$

→ Momentenverlauf

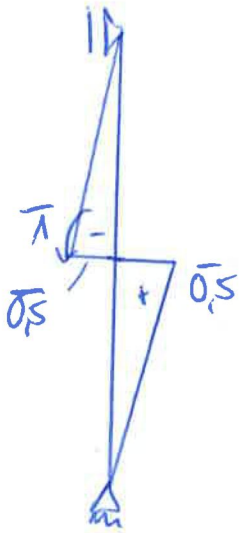


Die Kraftgröße  $X_3 = 1$  verrichtet in diesem Fall keine Arbeit und kann nur aus dem Gleichgewicht bestimmt werden.

(M)



b)



$$1 \cdot \varphi = -2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 0,5 \cdot 9,25 \cdot \frac{2}{EI}$$

$$\Rightarrow \varphi = -\frac{6,17}{EI}$$