

Musterlösung

# Statik 1

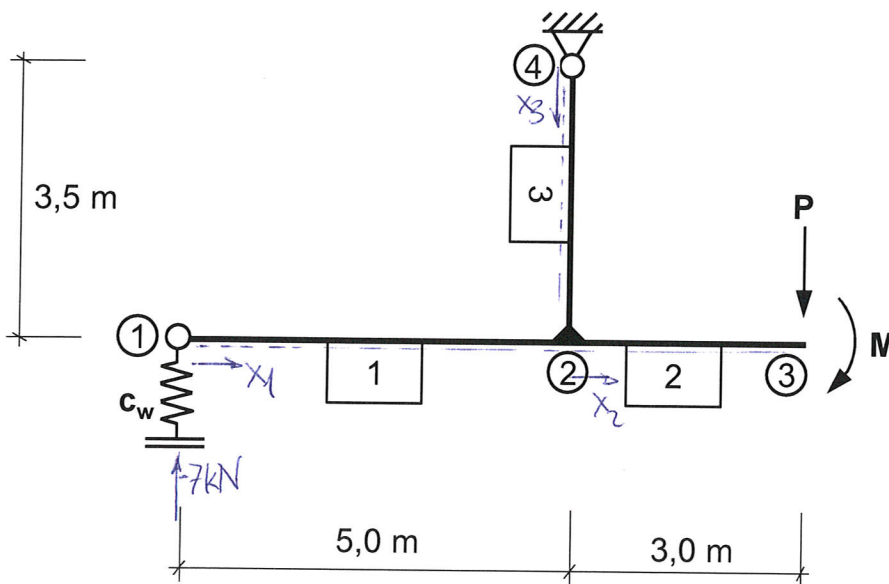
## Probeklausur 5

Bearbeitungszeit: 72 Minuten

Aufgabe	Punkte	
	max.	erreicht
1	13	
2	20	
3	17	
4	22	
$\Sigma$	<b>72</b>	

## Aufgabe 1

(13 Punkte)



$$P = 10 \text{ kN}$$

$$M = 5 \text{ kNm}$$

$$c_w = 250 \text{ kN/m}$$

$$EI = 10.000 \text{ kNm}$$

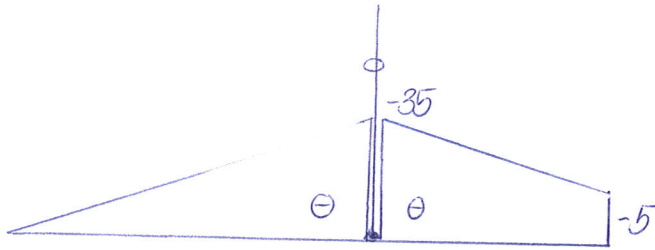
$$EA \rightarrow \infty$$

- Zeichnen Sie für das gegebene System die qualitative Biegelinie unter Angabe der charakteristischen Werte.
- Bestimmen Sie den Funktionsverlauf für die Biegelinie der Stäbe 1 und 2 ( $w(x_1)$ ,  $w(x_2)$ ) mit Hilfe der Mohrschen Analogie.
- Geben Sie den Funktionsverlauf für die Verdrehung  $\varphi$  des Stabs 1 an ( $\varphi(x_1)$ ).

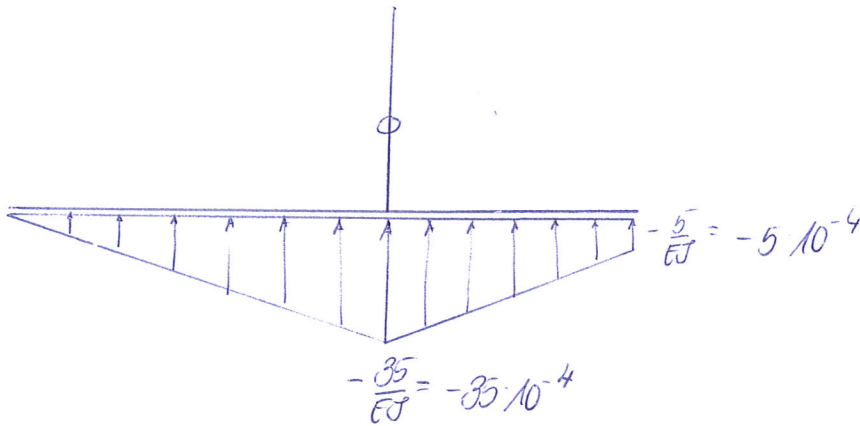
# Aufgabe 1

a) ~~Ermittlung~~

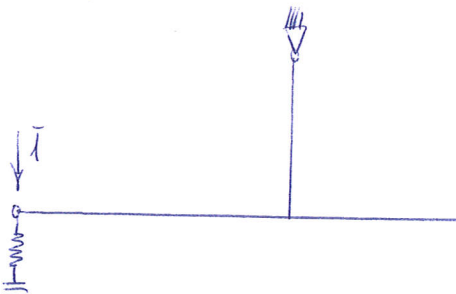
(M)



(Q\*)



Ermittlung von  $w_1$ :



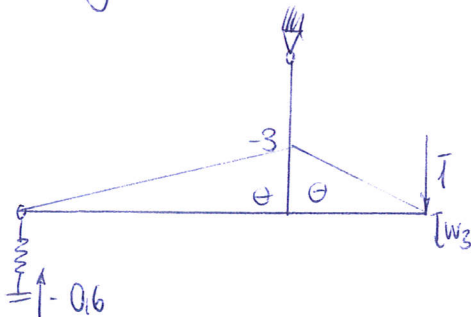
$$w_1 = \frac{-7 \text{ kN}}{250 \text{ kN/m}} = -0,028 \text{ m}$$

Ermittlung von  $w_2$ :

$$w_2 = 0$$

Ermittlung von  $w_3$ :

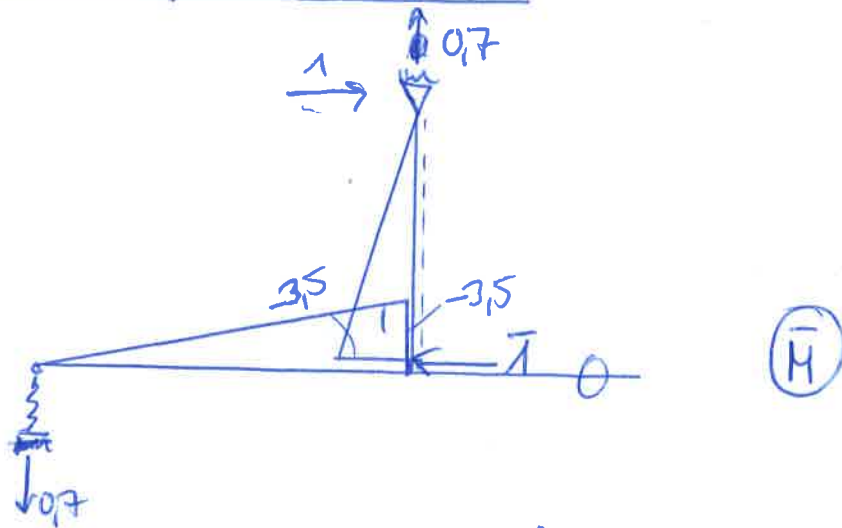
$$w_3 = 0$$



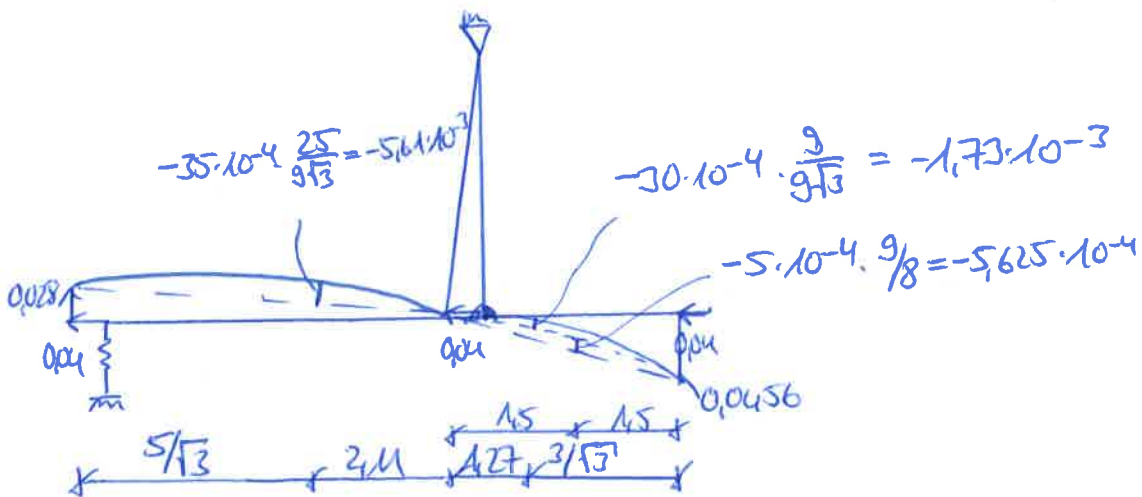
$$I \cdot w_3 = \frac{1}{3} \cdot (-3) \cdot (-35) \cdot \frac{5}{EI} + \frac{1}{3} \cdot (-3) \cdot (-35) \cdot \frac{3}{EI} + \frac{1}{6} \cdot (-3) \cdot (-5) \cdot \frac{3}{EI} + (-96) \cdot (-7) \cdot \frac{1}{EI}$$

$$\rightarrow w_3 = 0,0456 \text{ m}$$

# Ermittlung von $w_2$ (Stab 3)



$$1 \cdot w_{2(\text{Stab 3})} = \frac{1}{J} \cdot (-3.5) \cdot \frac{(-3.5)}{EI} \cdot 5 - 0.7 \cdot \frac{-7}{EI} = 0.040 \text{ m}$$



b) Stab 1

$$w_1 = -0,028 \text{ m}$$

$$w_2 = 0$$

$$\begin{aligned} w(x_1) &= -0,028 \text{ m} \left(1 - \frac{x_1}{5}\right) + w_{\text{Biegung}} \\ &= -0,028 \text{ m} \left(1 - \frac{x_1}{5}\right) - 35 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{25}{6} \cdot w_D \\ &= -0,028 \text{ m} \left(1 - \frac{x_1}{5}\right) - 0,0146 \cdot \left[\frac{x_1}{5} - \left(\frac{x_1}{5}\right)^3\right] \end{aligned}$$

Stab 2

$$w_2 = 0$$

$$w_3 = 0,0456$$

$$w(x_2) = 0,0456 \cdot \frac{x_2}{3} + w_{\text{Biegung, } \uparrow \uparrow \uparrow} + w_{\text{Biegung, } \uparrow \searrow}$$

$$= 0,0456 \cdot \frac{x_2}{3} + (-5 \cdot 10^{-4}) \cdot \frac{9}{2} w_R + (-30 \cdot 10^{-4}) \cdot \frac{9}{6} \cdot w_D'$$

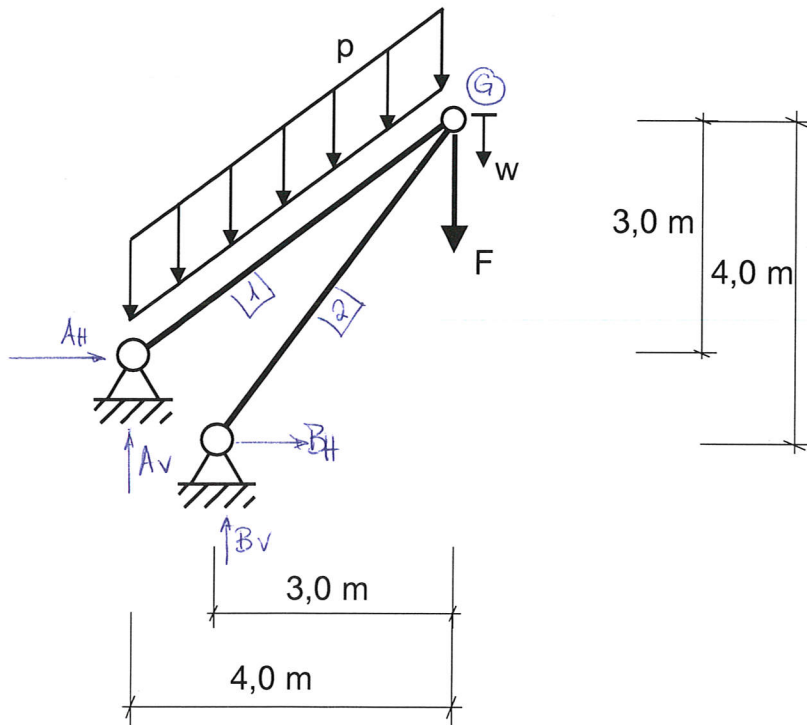
$$= 0,0152 x_2 - 2,25 \cdot 10^{-3} \left[\frac{x_2}{3} - \left(\frac{x_2}{3}\right)^2\right] - 4,5 \cdot 10^{-3} \cdot \left[\frac{3-x_2}{3} - \left(\frac{3-x_2}{3}\right)^3\right]$$

$$\begin{aligned} c) \varphi(x_1) &= -\frac{\partial w(x_1)}{\partial x_1} = \left\{ -0,028 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) - 0,0146 \cdot \left[\frac{1}{5} - \frac{1}{125} \cdot 3x_1^2\right] \right\} \\ &= \left\{ 5,6 \cdot 10^{-3} - 2,92 \cdot 10^{-3} + 3,50 \cdot 10^{-4} x_1^2 \right\} = \left\{ 8,52 \cdot 10^{-3} + 3,50 \cdot 10^{-4} x_1^2 \right\} \\ &= -8,52 \cdot 10^{-3} - 3,50 \cdot 10^{-4} x_1^2 \end{aligned}$$

## Aufgabe 2

(20 Punkte)

Gegeben ist folgendes belastete System:



gegeben:

$EA$

$EI = 10.000 \text{ kNm}^2$

Bestimmen Sie mit Hilfe des **Prinzips der virtuellen Kräfte** (PvK):

- a) die vertikale Durchsenkung  $w$  infolge der Einzellast  $F$
- b) die vertikale Durchsenkung  $w$  infolge der Streckenlast  $p$

in Abhängigkeit von  $EI$  und  $EA$  an.

- c) Wie groß müsste  $EA$  sein, damit die Durchsenkung  $w$  maximal 0,2 cm groß ist? ( $F = 5 \text{ kN}$ ,  $p = 0 \text{ kN/m}$ )

## Aufgabe 2

$$a) \sum M_G = 0: 4A_V = 3A_H \rightarrow A_V = 3/4 A_H$$

$$\sum M_B = 0: 1 \cdot A_V + 1 \cdot A_H + 3F = 0 \rightarrow 7/4 A_H = -3F$$

$$\rightarrow A_H = -\frac{12}{7} F$$

$$\rightarrow A_V = -\frac{9}{7} F$$

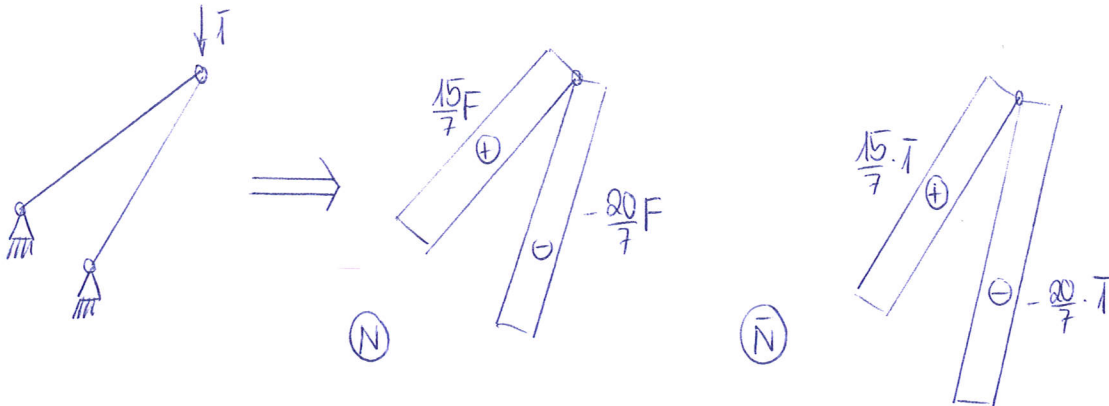
$$\sum V = 0: B_V = F - A_V = \frac{16}{7} F$$

$$B_H = 3/4 B_V = \frac{12}{7} F$$

$$\text{da nur Pendelstange: } G_1 = \sqrt{A_H^2 + A_V^2} = 2\frac{1}{7} F$$

$$G_2 = -2\frac{6}{7} F$$

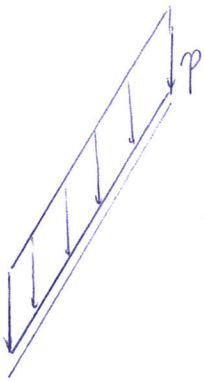
PK:



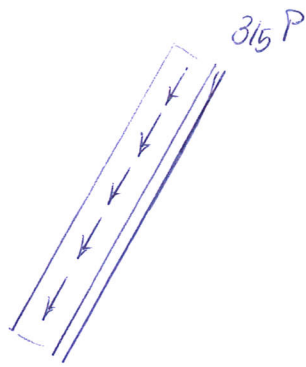
$$1 \cdot w_F = \left(\frac{15}{7}\right)^2 \cdot F \cdot 1 \cdot \frac{5}{EA} + \left(-\frac{20}{7}\right)^2 \cdot F \cdot 1 \cdot \frac{5}{EA}$$

$$\hookrightarrow w_F = 63,78 \cdot \frac{F}{EA}$$

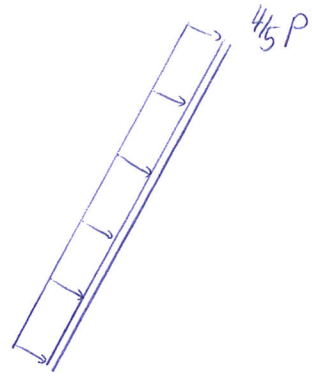
b)



1



2

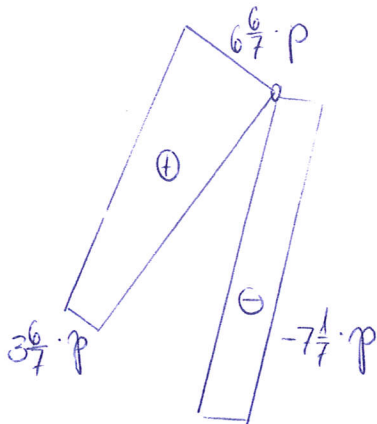


nur daraus resultierende  
N-Verlauf relevant, da  
überall  $\bar{M} = 0$



$$B_v = 5\frac{5}{7} \cdot p ; B_H = 4\frac{2}{7} \cdot p ; A_H = -4\frac{2}{7} \cdot p ; A_v = -\frac{5}{7} \cdot p$$

N



$$EA \cdot w_p = \frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{7} \cdot p \cdot (3\frac{6}{7} + 6\frac{6}{7}) \cdot 5 \\ + 2\frac{6}{7} \cdot 7\frac{1}{7} \cdot p \cdot 5 \\ \rightarrow w_p = 159,44 \cdot \frac{p}{EA}$$

~~$$c) w_{ges} = w_F + w_p \\ = 63,78 \cdot \frac{5}{EA} + 159,44 \cdot \frac{p}{EA}$$~~

$$c) w = 63,78 \cdot \frac{5}{EA} = \frac{318,9}{EA} \leq 0,002 \Rightarrow EA \geq \underline{\underline{159\,450 \text{ kN}}}$$



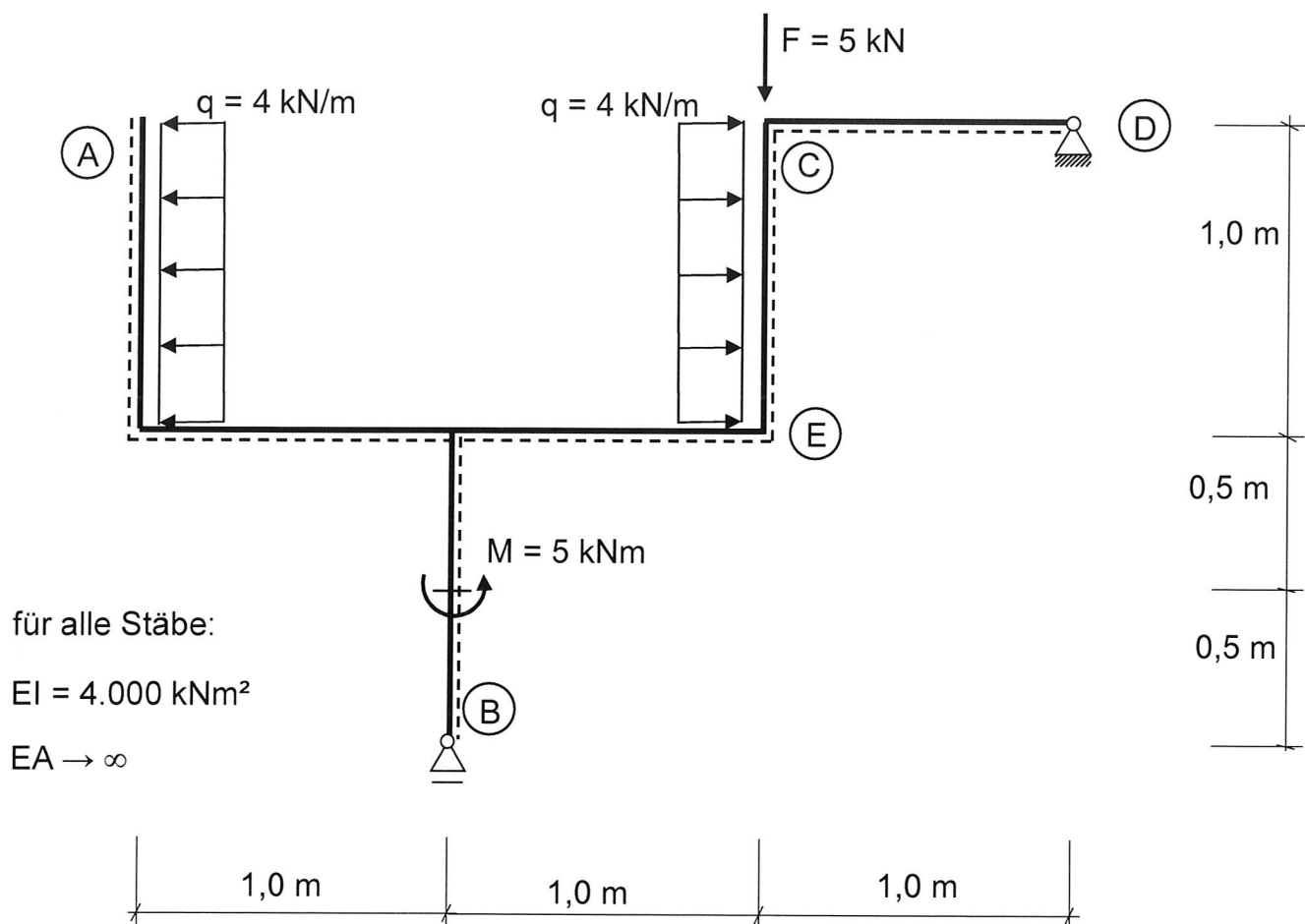
### Aufgabe 3

(17 Punkte)

Gegeben ist das unten dargestellte System. Ermitteln Sie:

- das Moment im Punkt E
- die Normalkraft im Stab C-E

Unter Verwendung des **Prinzips der virtuellen Verschiebungen (PvV)**.



### Fortsetzung Aufgabe 3

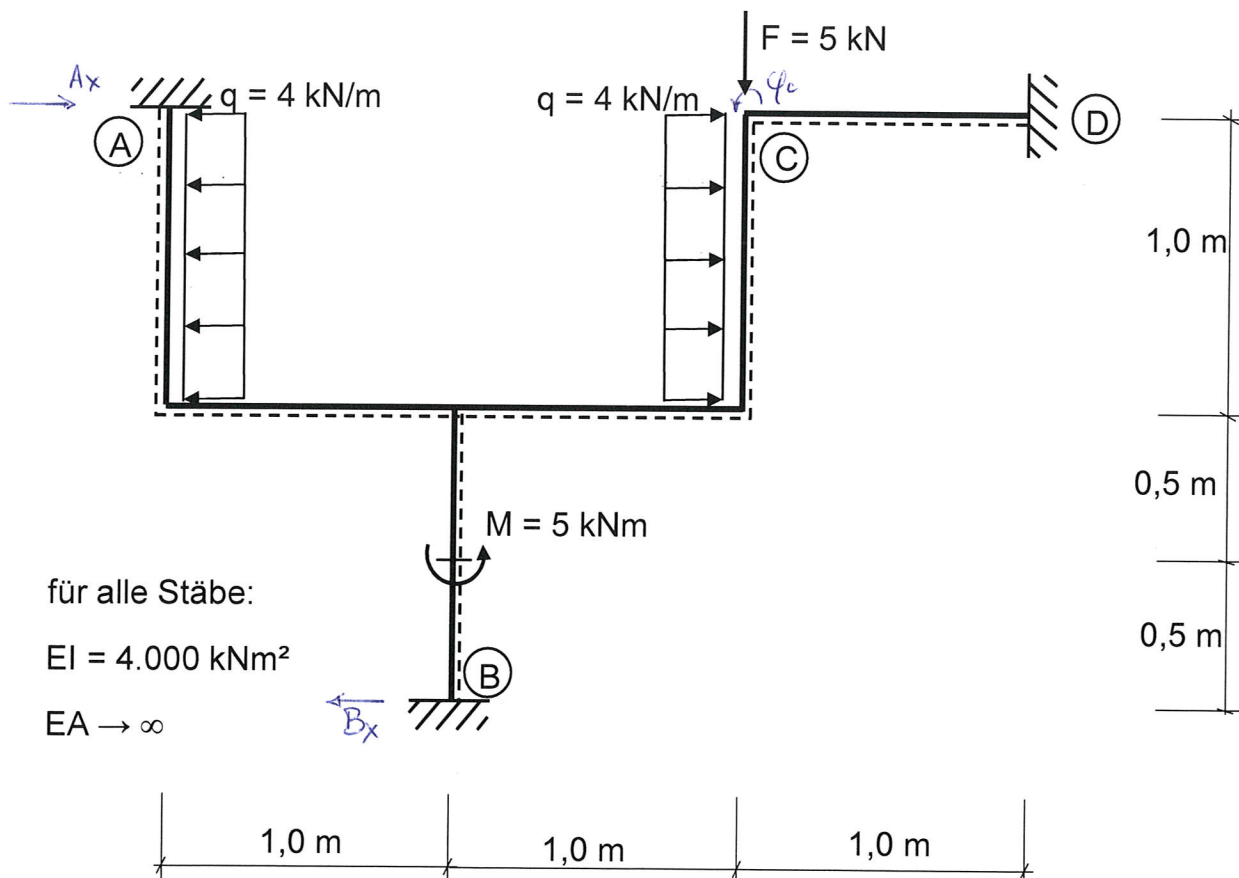
Für die folgenden Teilaufgaben soll das vorliegende System zusammen mit dem gegebenen Momentenverlauf verwendet werden. Ermitteln Sie:

:

- c) die horizontale Auflagerreaktion im Auflager A
- d) die horizontale Auflagerreaktion im Auflager B

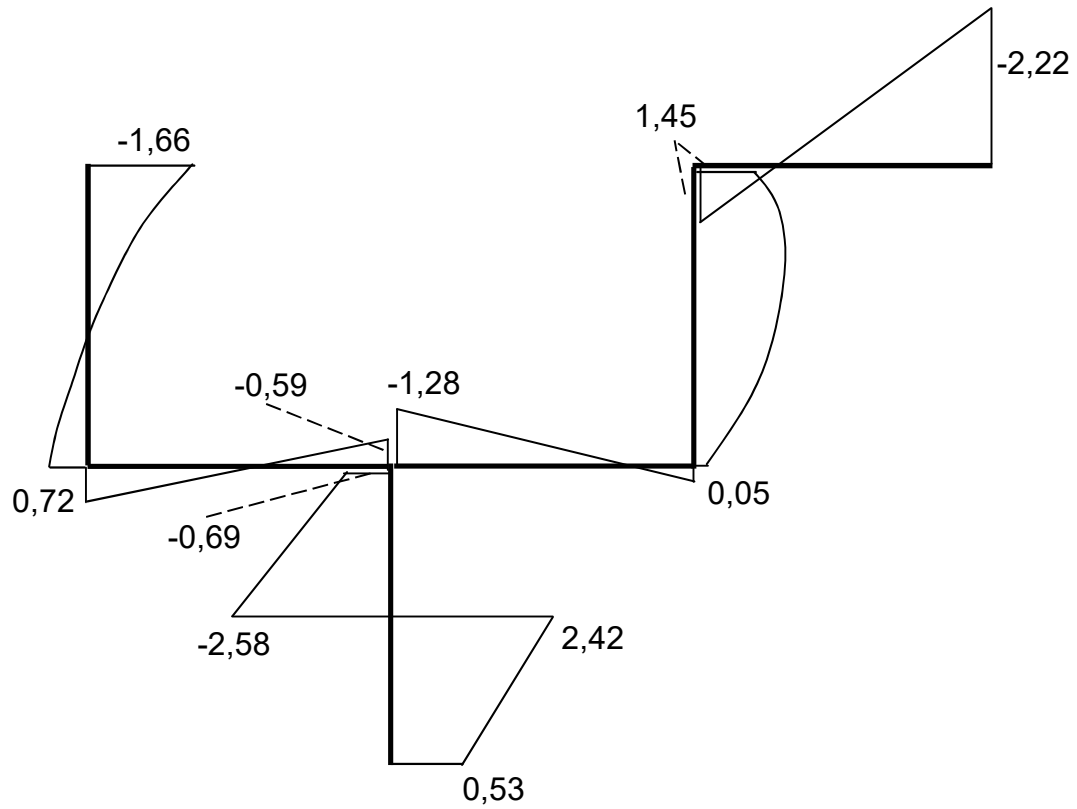
unter Verwendung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen (PvV).

- e) Berechnen Sie die Verdrehung des Knoten C. ( $\varphi_c$ )



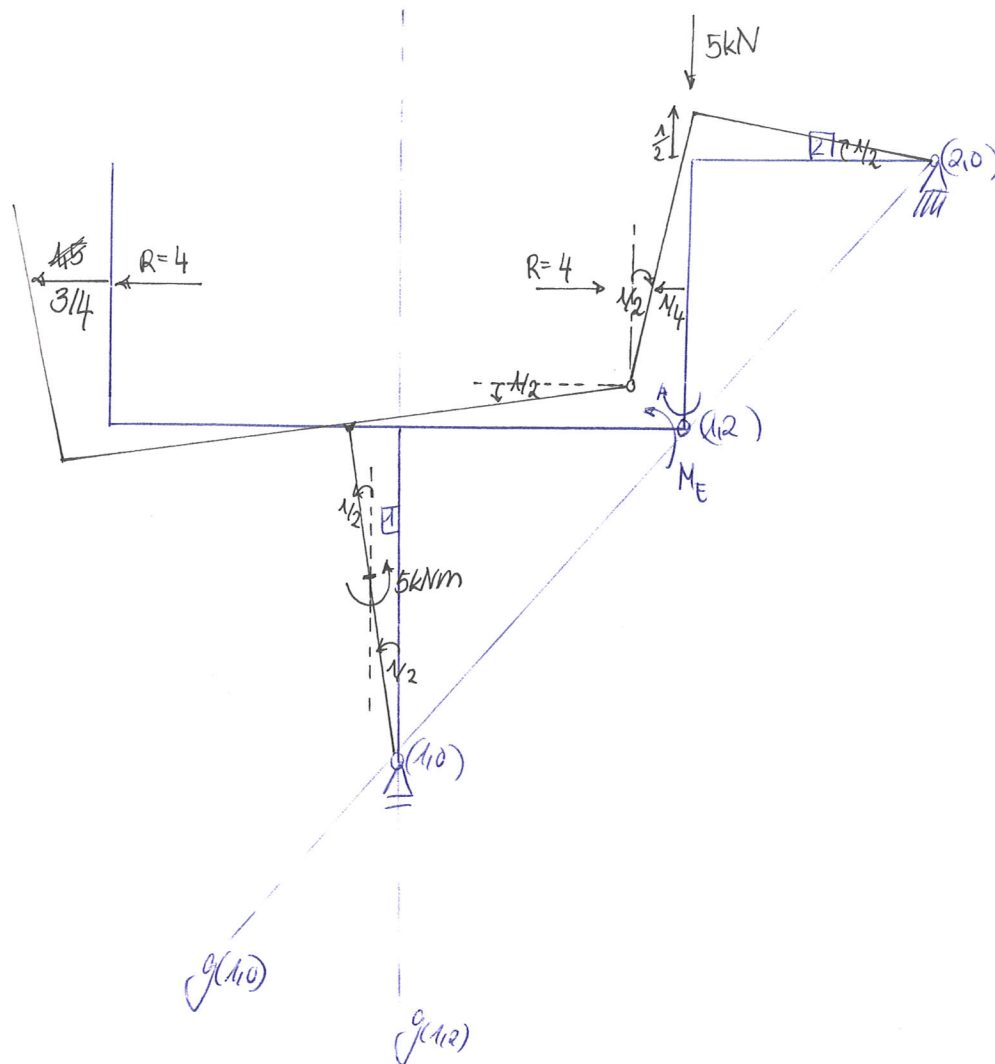
### Fortsetzung Aufgabe 3

Momentenverlauf für die Teilaufgaben c) bis e):



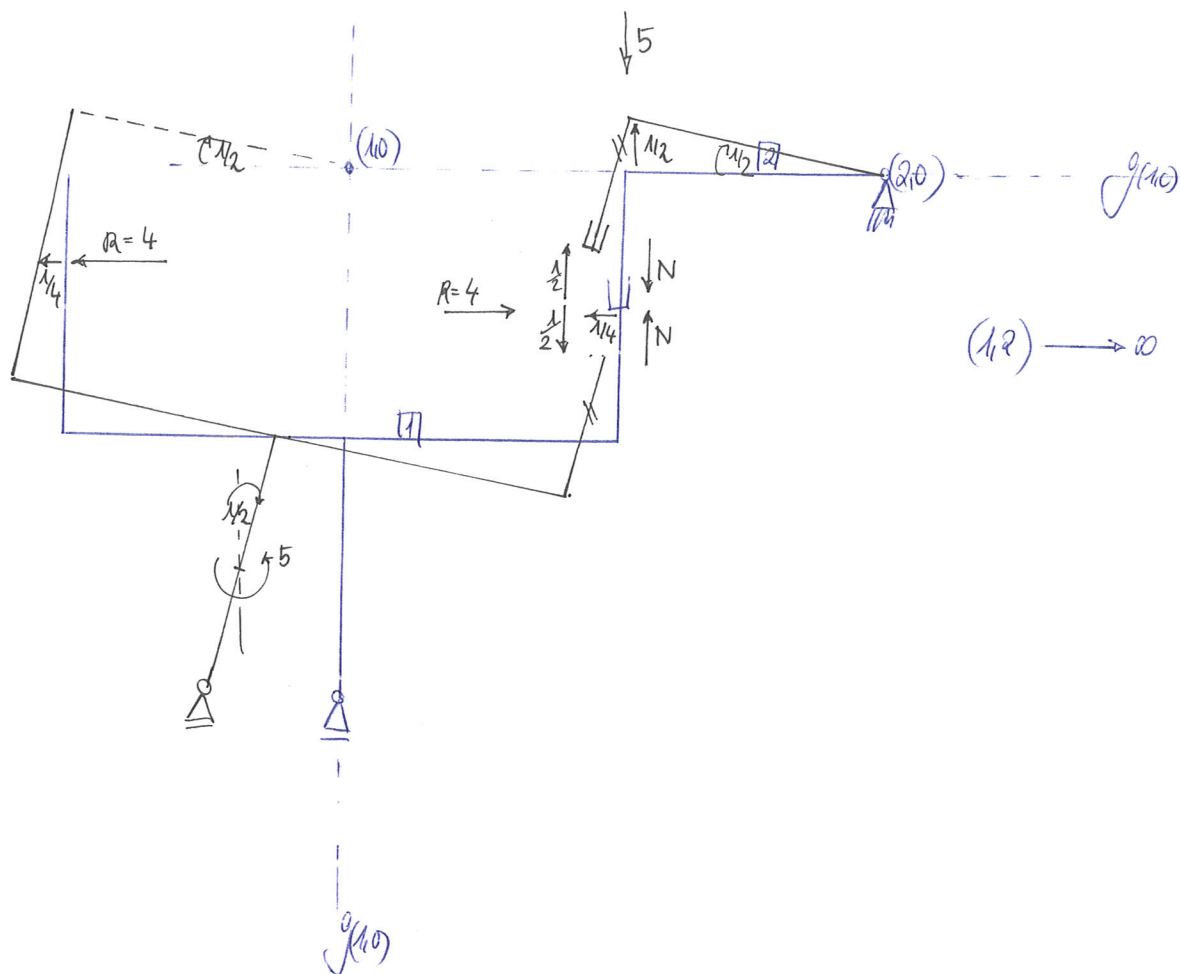
# Aufgabe 3

a)

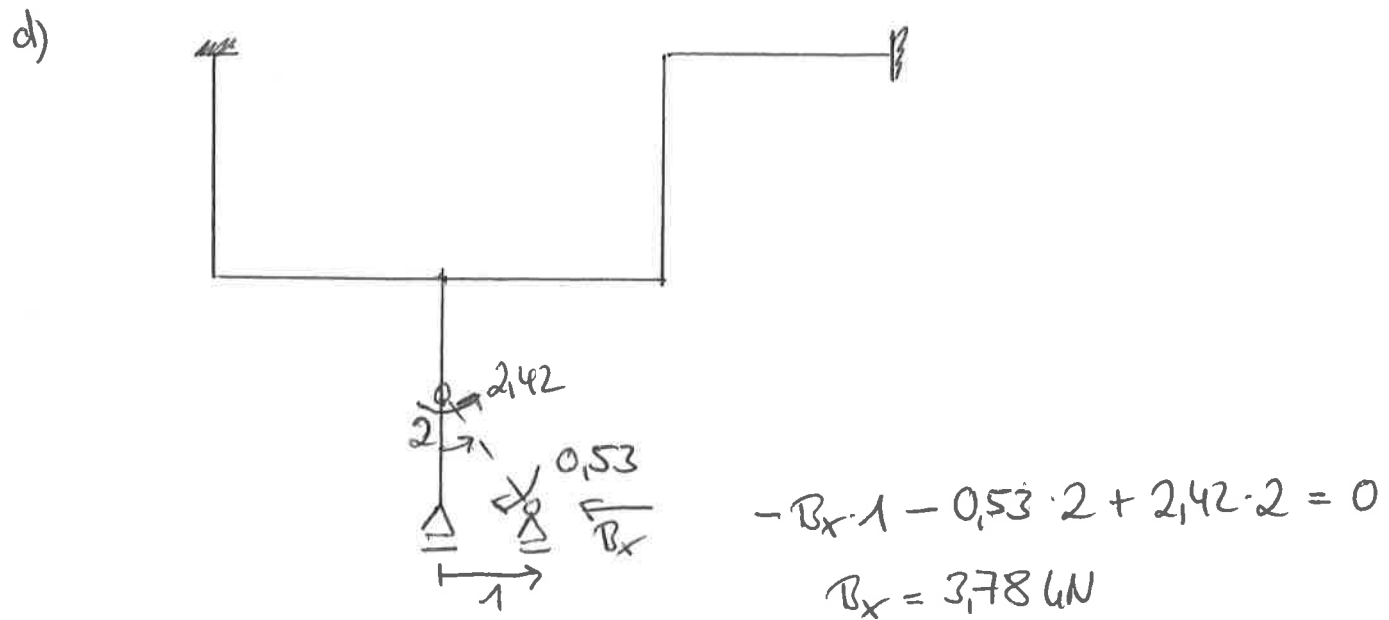
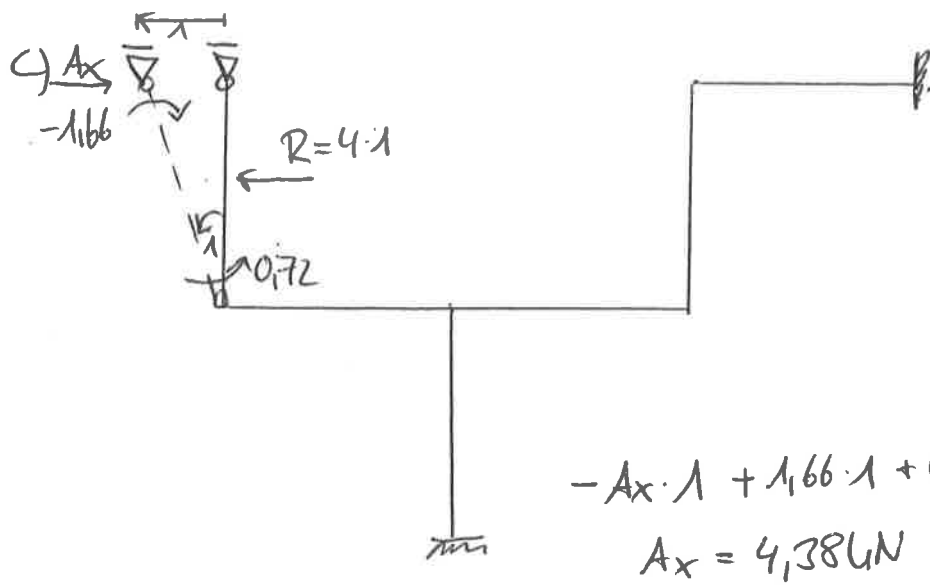


$$M_E \cdot 1 - 5 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{3}{4} - 4 \cdot \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow M_E = \underline{\underline{-2\text{kNm}}}$$

b)



$$-N \cdot 1 - 5 \cdot 1/2 - 5 \cdot 1/2 + 4 \cdot 1/4 - 4 \cdot 1/4 = 0 \Rightarrow \underline{N = -5 \text{ kN}}$$



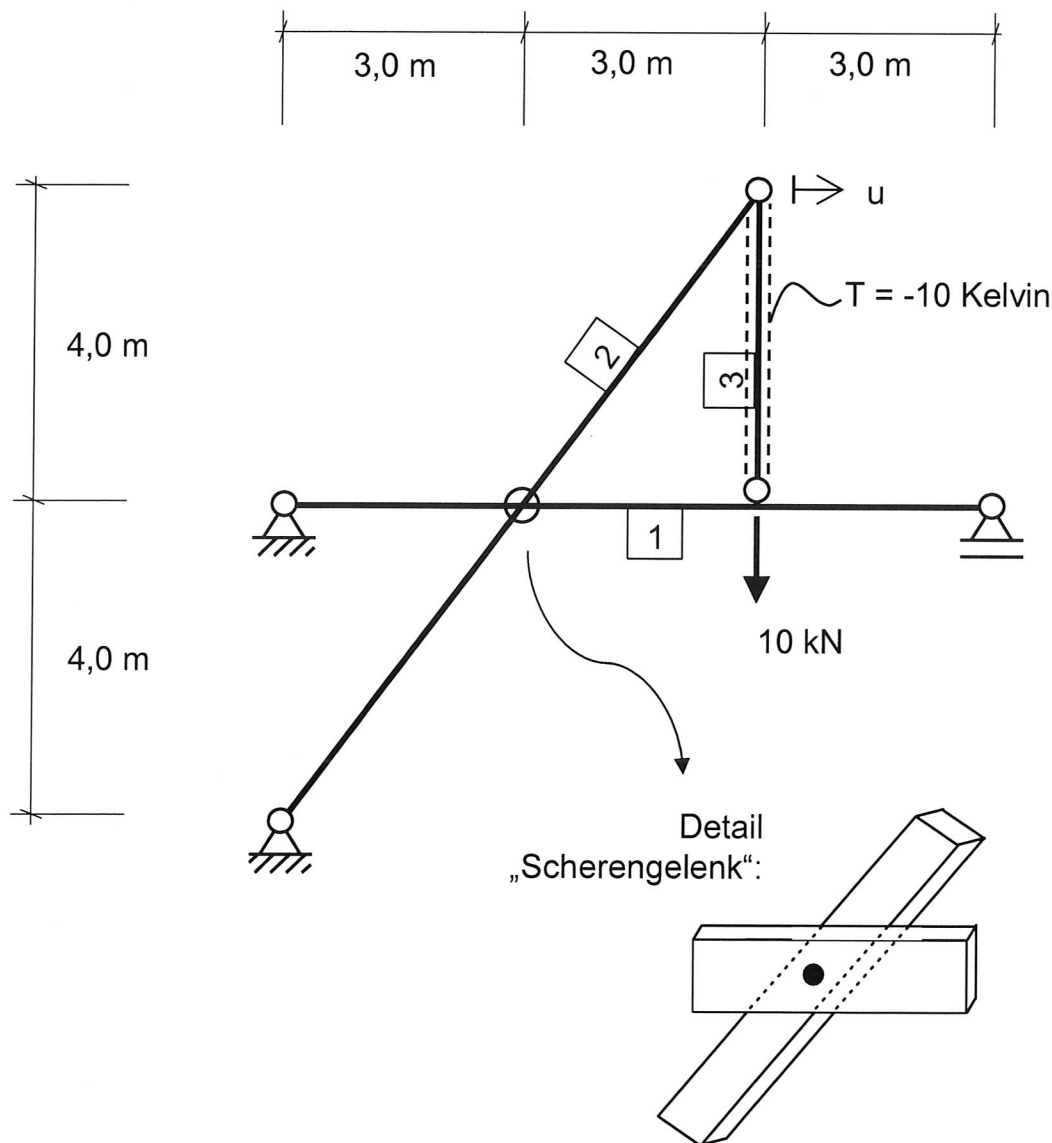
$$\bar{1} \cdot \psi_c = \frac{1}{2} \cdot (-1) \cdot 1,45 \cdot \frac{1}{EI} + \frac{1}{2} \cdot (-1) \cdot (-2,22) \cdot \frac{1}{EI}$$

$$\psi_c = 9,69 \cdot 10^{-5}$$

## Aufgabe 4

(22 Punkte)

Gegeben sei eine dreifeldrige Brücke mit vertikaler Abspannung und schrägem Pylon. Der Pylon (Stab 2) sei „scherenartig“ an den Brückenträger (Stab 1) angeschlossen. Das System ist mit einer Einzellast und einer gleichmäßigen Temperatur (Kühlung) am Stab 3 beansprucht:



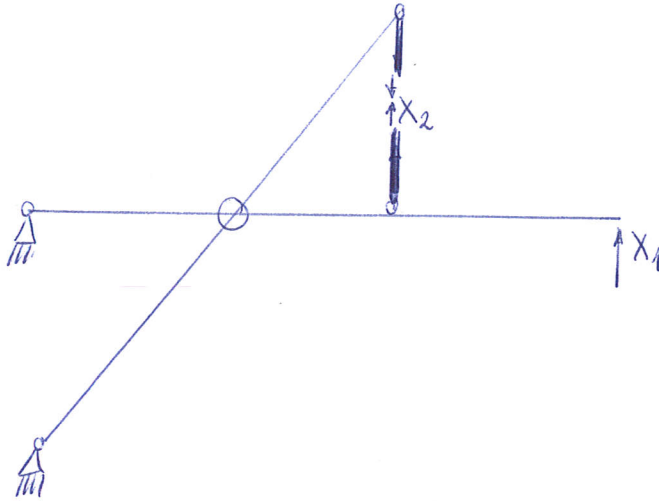
Stab 1 und 2:  $EI = 1.000 \text{ kNm}^2$   $EA \rightarrow \infty$

Stab 3:  $EI = 1.000 \text{ kNm}^2$   $EA = 10.000 \text{ kN}$   $\alpha_T = 1 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$

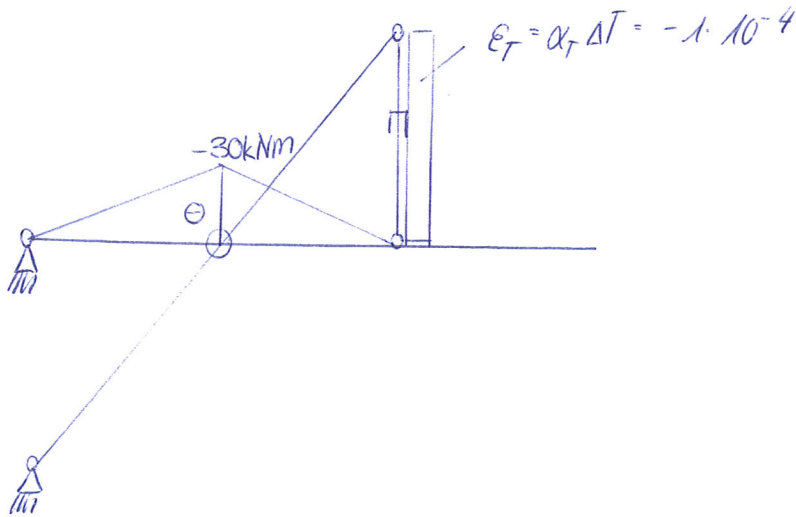
- Bestimmen Sie den Momentenverlauf mit Angabe von charakteristischen Werten mit Hilfe des **Kraftgrößenverfahrens** (KV).
- Berechnen Sie die horizontale Verformung am oberen Ende den Pylons.
- Nennen sie ein Beispiel aus der Praxis, wo man ein Scherengelenk einbaut.

# Aufgabe 4

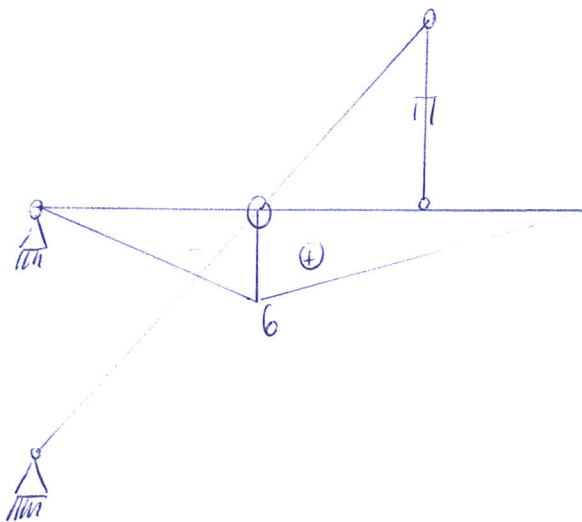
a) statisch bestimmtes Grundsystem:



$I_2: N_0, \varepsilon$

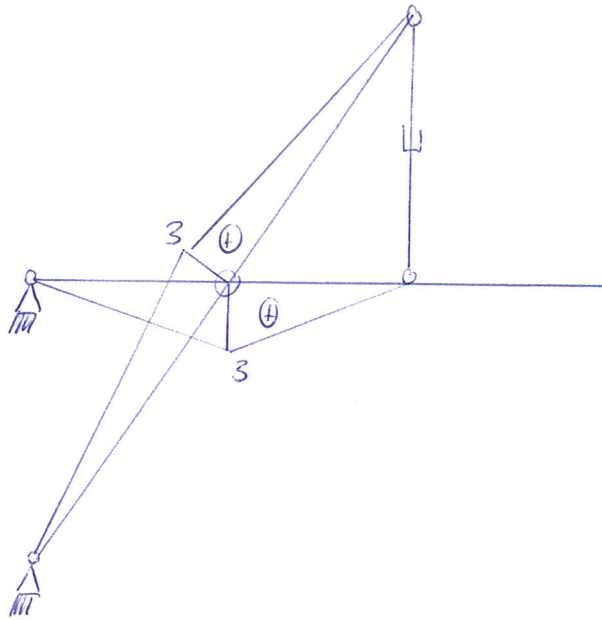


$EI_1: M_1$





E22



$$\delta_{10} = \left[ -\frac{1}{3} \cdot 30 \cdot 6 \cdot 3 - \frac{1}{6} \cdot 30 (2 \cdot 6 + 3) \cdot 3 \right] \cdot 10^{-3} = -0,405$$

$$\delta_{20} = -\frac{1}{3} \cdot 30 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^4 \cdot 1 \cdot 4 = -0,1804$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 9 \cdot 10^{-3} = 0,108$$

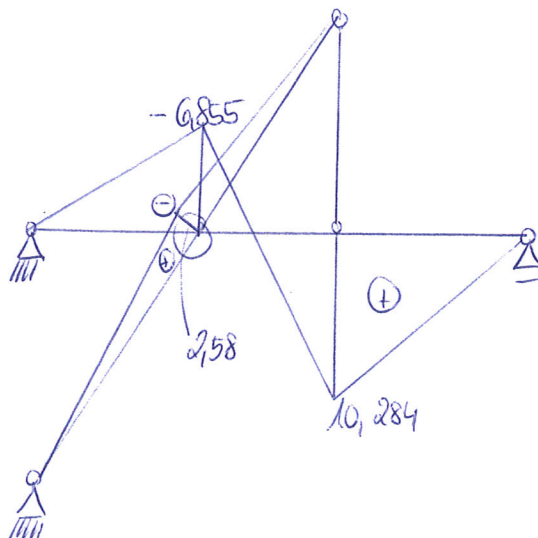
$$\delta_{22} = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot (10 + 6) \cdot 10^{-3} + 1^2 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 0,0484$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \left[ \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 6 \cdot 3 + \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot (2 \cdot 6 + 3) \cdot 3 \right] \cdot 10^{-3} = 0,0405$$

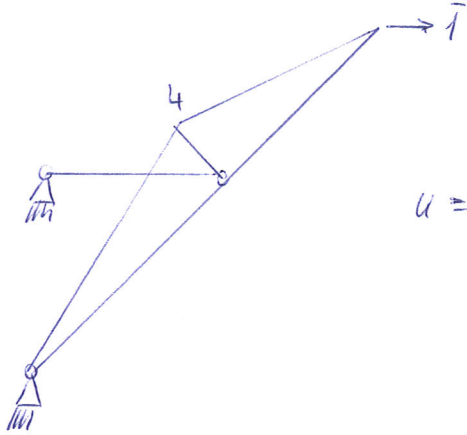
$$\begin{bmatrix} 0,108 & 0,0405 \\ 0,0405 & 0,0484 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,405 \\ 0,1804 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} X_1 &= 3,428 \text{ kN} \\ X_2 &= 0,859 \text{ kN} \end{aligned}$$



(M)



b) Reduktionsatz:



$$u = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 2,58 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 0,034417$$

c) Badspiegel mit Scherengelenk