

Musterlösung

Statik 1

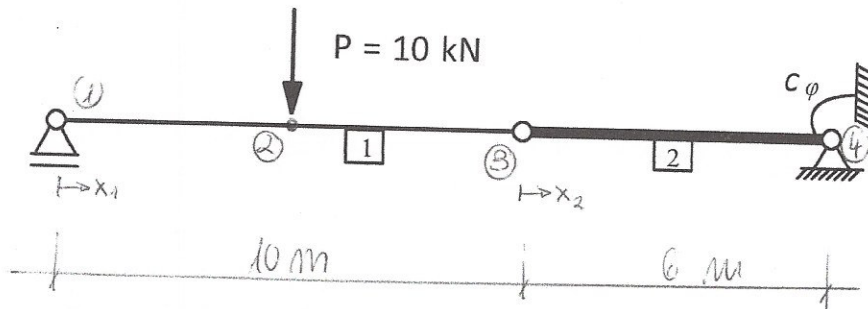
Probeklausur 4

Bearbeitungszeit: 72 Minuten

Aufgabe	Punkte	
	max.	erreicht
1	12	
2	17	
3	20	
4	23	
Σ	72	

Aufgabe 1

(12 Punkte)

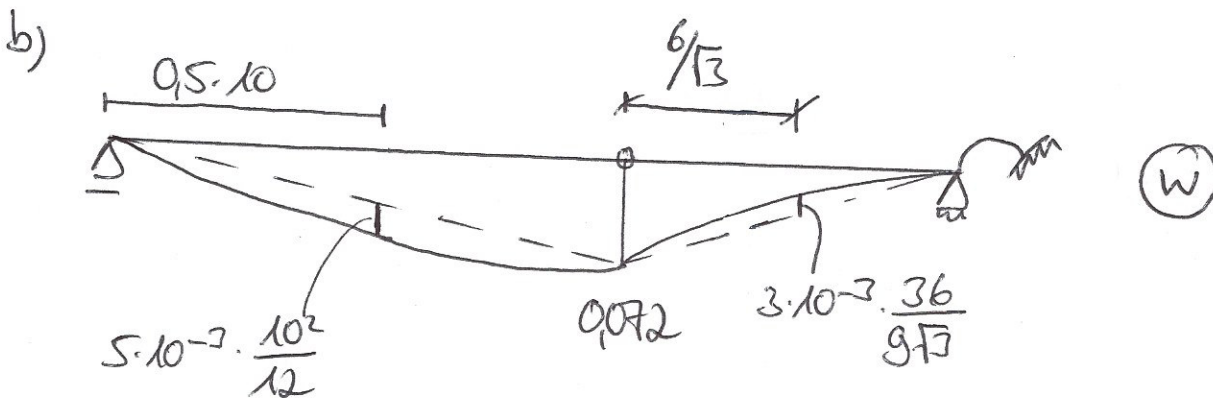


$$EI_1 = 5 \text{ MNm}^2 = 5 \cdot 10^3 \text{ kNm}^2$$

$$EI_2 = 10 \text{ MNm}^2 = 10 \cdot 10^3 \text{ kNm}^2$$

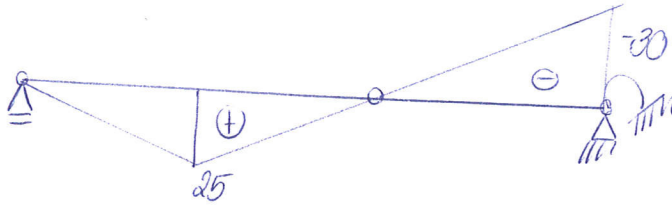
$$c_\varphi = 5 \text{ MNm/rad} = 5 \cdot 10^3 \text{ kNm/rad}$$

- Geben Sie für die Stäbe 1 und 2 den Funktionsverlauf für die jeweilige Biegelinie an ($w(x_1)$, $w(x_2)$). Nutzen hierfür die Mohrsche Analogie.
- Zeichnen Sie den qualitativen Verlauf der Biegelinie für das System unter Angabe der charakteristischen Werte.
- Geben Sie für den Stab 1 den Funktionsverlauf für die Verdrehung φ an ($\varphi(x_1)$)

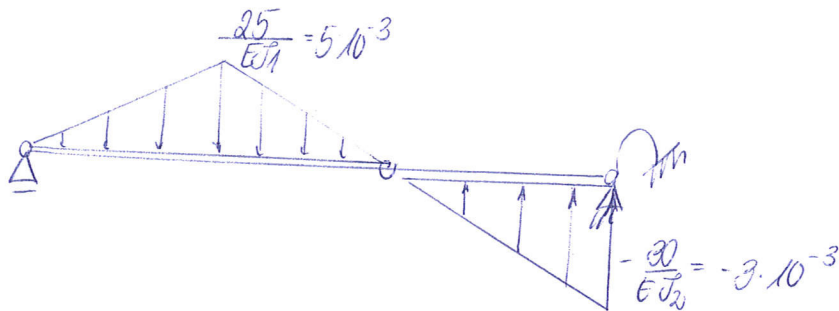


Aufgabe 1

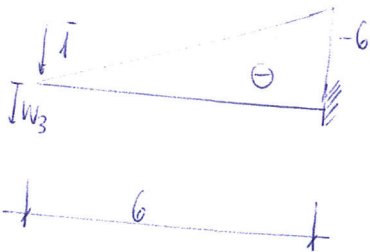
a) (M)



(q*)



→ Ermittlung von w_3 :



$$I \cdot w_3 = \frac{1}{3} \cdot (-6) \cdot (-30) \cdot \frac{6}{EI_2} + (-30) \cdot (-6) \cdot \frac{1}{EI_1}$$

$$w_3 = 0,072 \text{ m}$$

Stab 1:

$$w_1 = 0$$

$$w_3 = \cancel{0,072m} 0,072m$$

$$\begin{aligned} w(x_1) &= 0,072m \cdot \frac{x_1}{10} + w_{\text{Biegung}}(x_1) \\ &= 0,0072 \cdot x_1 + 5 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{10^2}{12} \cdot w_D'' \\ &= 0,0072 \cdot x_1 + 0,0417 \cdot \left(3 \cdot \frac{x_1}{10} - 4 \cdot \left(\frac{x_1}{10} \right)^3 \right) \end{aligned}$$

Stab 2:

$$w_3 = 0,072m$$

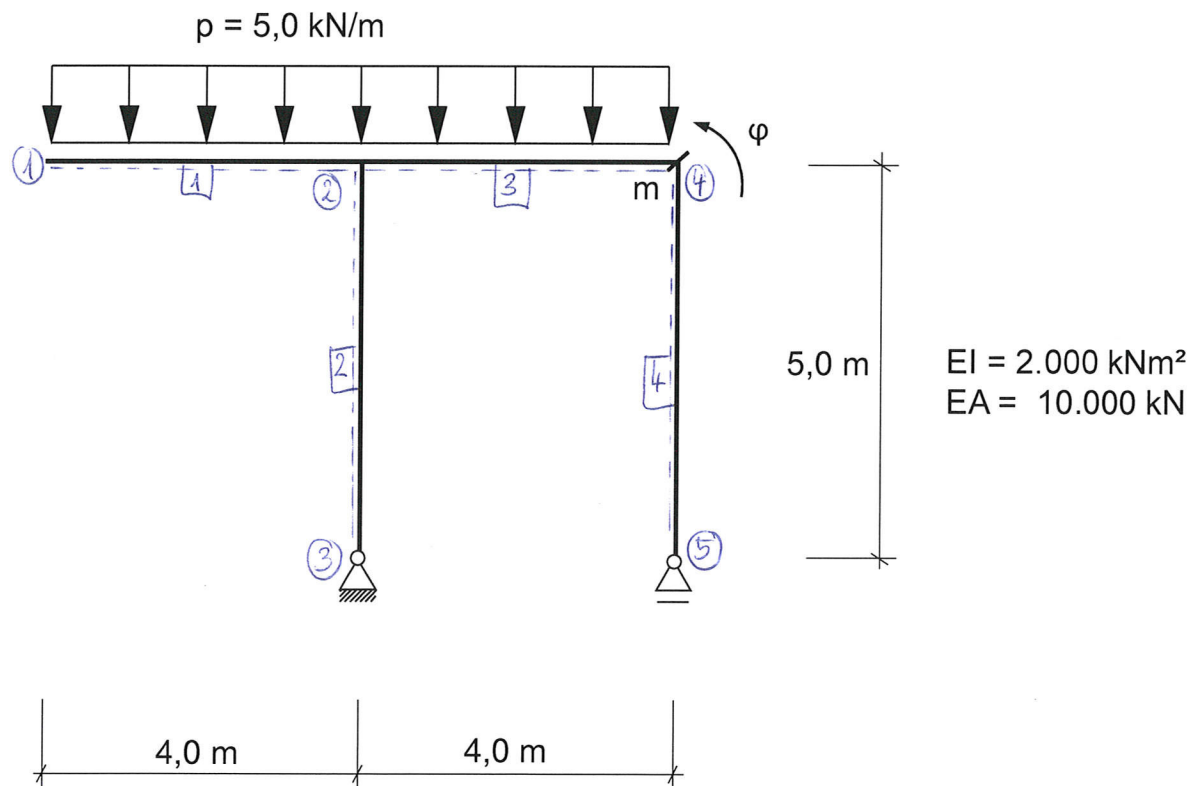
$$w_4 = 0$$

$$\begin{aligned} w(x_2) &= 0,072 \left(1 - \frac{x_2}{6} \right) + w_{\text{Biegung}}(x_2) \\ &= 0,072 \left(1 - \frac{x_2}{6} \right) - 3 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{36}{6} w_D \right) \\ &= 0,072 \cdot \left(1 - \frac{x_2}{6} \right) - 0,018 \cdot \left(\frac{x_2}{6} - \left(\frac{x_2}{6} \right)^3 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) \quad q(x_1) &= - \frac{\partial w(x_1)}{\partial x_1} = 0,0072 + 0,0417 \left(0,3 - 4 \cdot \frac{1}{1000} \cdot 3 \cdot x_1^2 \right) \\ &= 0,0072 + 0,01251 - 5,004 \cdot 10^{-4} x_1^2 \\ &= 0,01971 - 5,004 \cdot 10^{-4} \cdot x_1^2 \end{aligned}$$

Aufgabe 2

(17 Punkte)

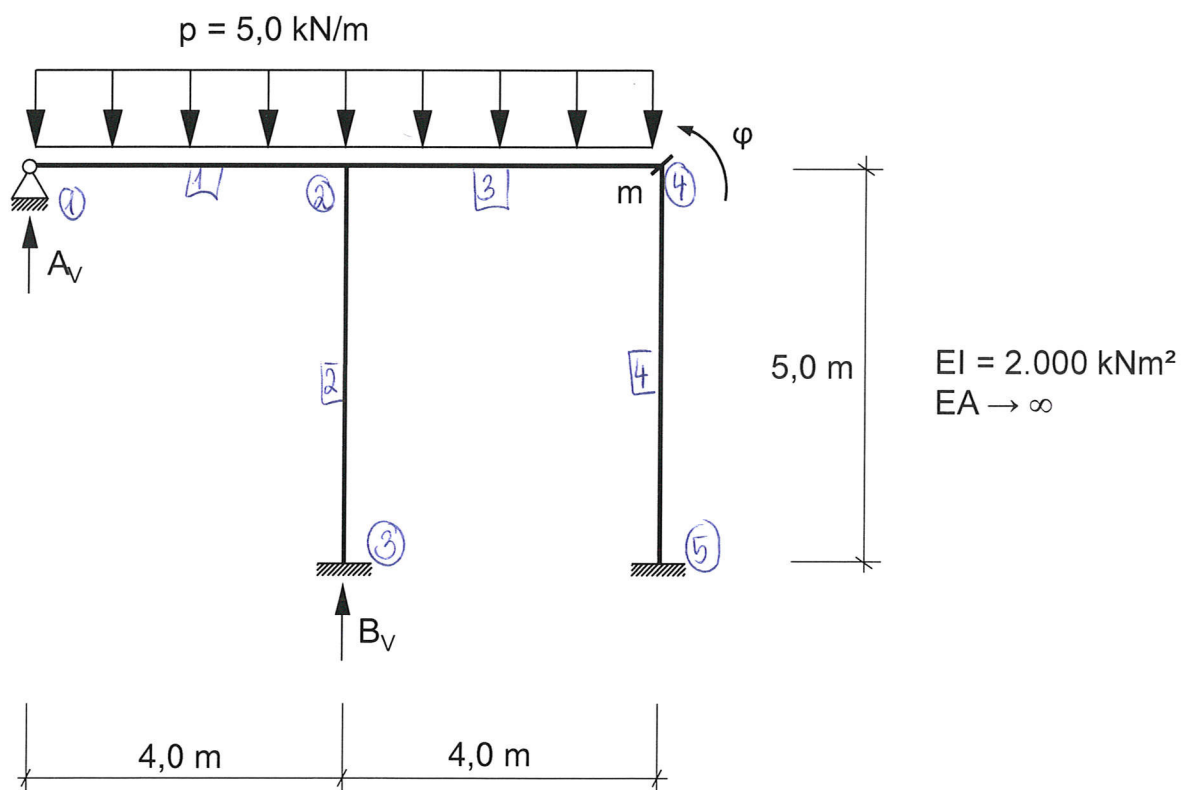


- a) Berechnen sie für das vorliegende System die Verdrehung φ an der Stelle m unter Verwendung des **Prinzips der virtuellen Kräfte** (PvK).

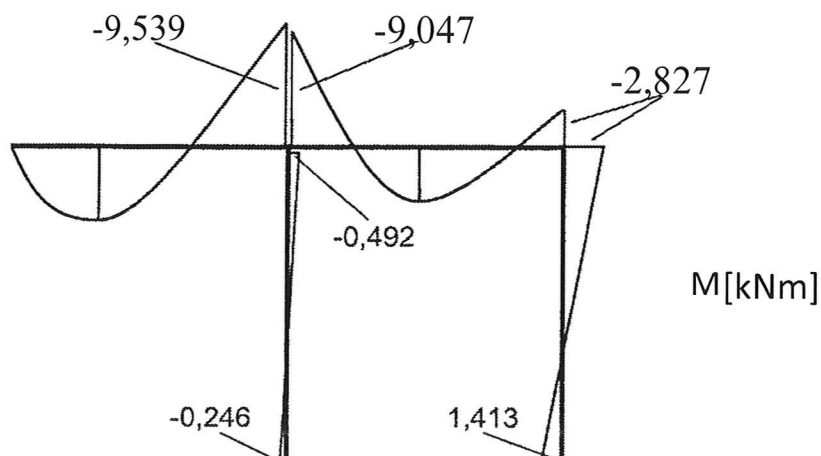
Fortsetzung Aufgabe 2

Das System aus a) ist nun neu ~~andere~~ gelagert und besteht ausschließlich aus dehnstarrten Stäben. Bearbeiten Sie folgende Teilaufgaben unter Verwendung des neuen statischen Systems und des beigefügten Momentenverlaufs:

- b) Berechnen Sie die vertikalen Auflagerkräften A_V und B_V unter Berücksichtigung des gegebenen Momentenverlaufs.
- c) Berechnen Sie die Verdrehung φ an der Stelle m.
(Hinweis: Verwenden Sie ein geeignetes Ersatzsystem für den virtuellen Kraftzustand.)



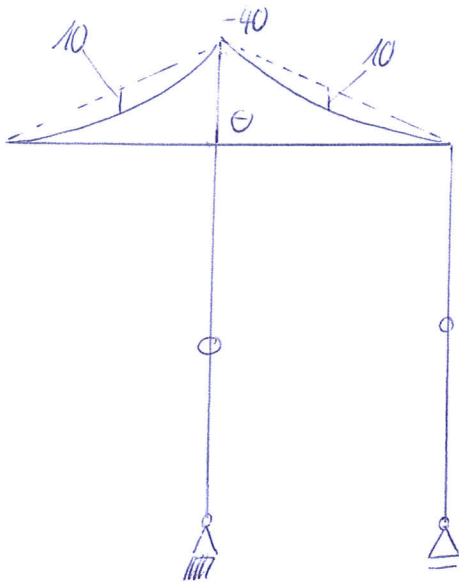
Momentenverlauf unter gegebener Belastung p:



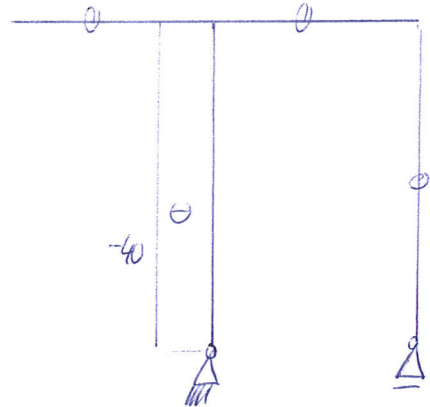
Aufgabe 2

a)

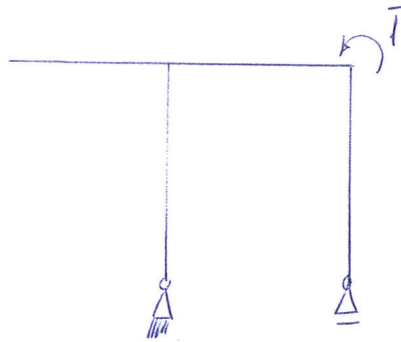
(M)



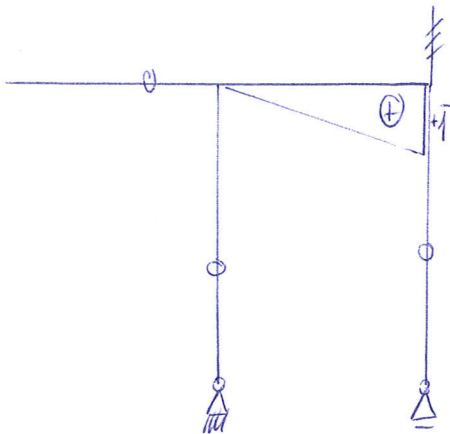
(N)



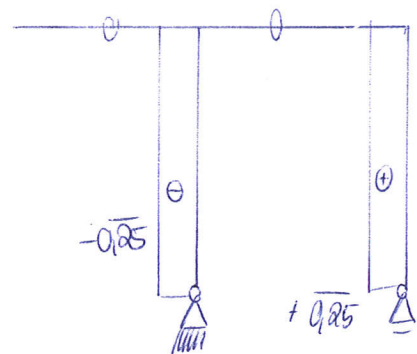
Virtuelle Belastung:



(M)



(N)



$$\bar{I} \cdot \varphi = \frac{1}{6} \cdot \bar{I} \cdot (-40) \cdot \frac{4}{EJ} + \frac{1}{3} \cdot \bar{I} \cdot 10 \cdot \frac{4}{EJ} + (-40) \cdot (-0.25) \cdot \frac{5}{EA}$$

$$\varphi = -0.00167 \text{ rad} = \underline{\underline{-1.67 \text{ mrad}}}$$

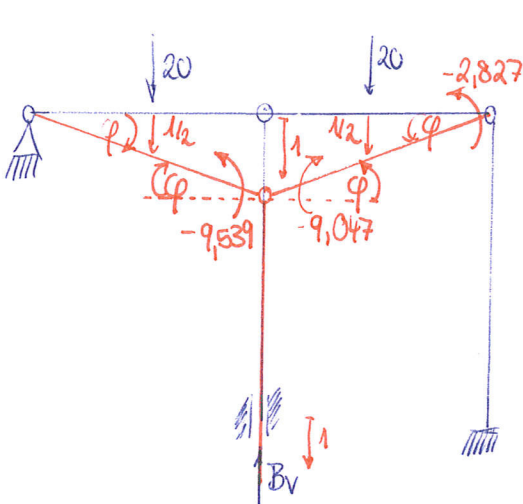
b) Ermittlung von A_v :

$$\sum M_0 = 0: A_v \cdot 4 - p \cdot 4 \cdot 2 = M_c$$

$$\Rightarrow A_v = \frac{1}{4} M_c + 2p$$

$$= \frac{1}{4}(-9,539) + 2 \cdot 5 = \underline{\underline{7,62 \text{ kN}}}$$

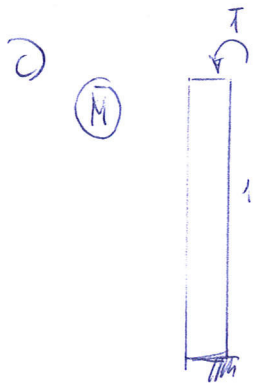
Ermittlung von B_v (PrV):



$$\varphi = 1/4$$

$$B_v \cdot 1 = -(-9,539) \cdot \frac{1}{4} - (-9,047) \cdot \frac{1}{4} + (-2,827) \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot 20 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow B_v = 23,94 \text{ kN}$$

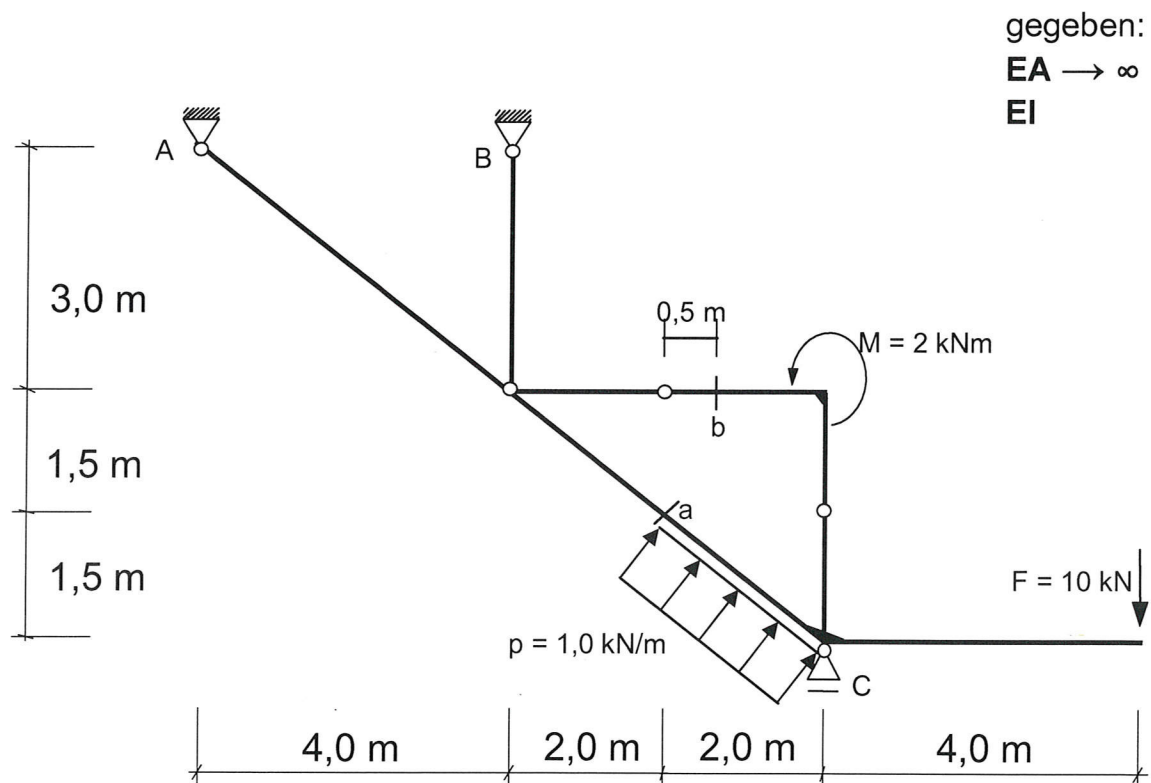


$$\varphi = \frac{1}{20000} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 2,827 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 1143 \cdot 5 \right) = \underline{\underline{0,001768 \text{ rad}}}$$

Aufgabe 3

(20 Punkte)

Gegeben ist folgendes System:

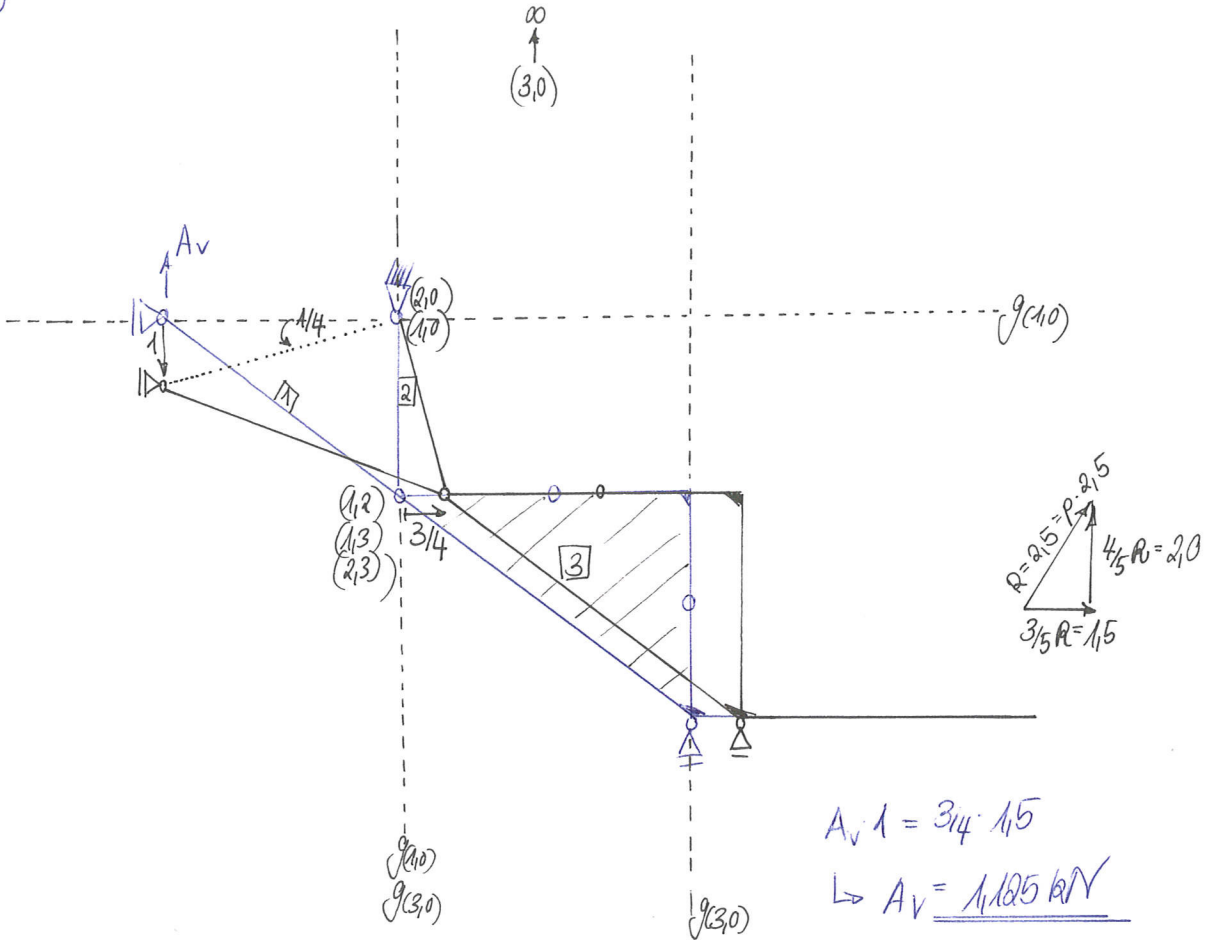


Bestimmen Sie mittels dem **Prinzip der virtuellen Verschiebungen** (PvV):

- Die vertikale Auflagerkraft am Lager A
- Die Querkraft im Schnitt a
- Das Moment im Schnitt ~~a~~ **a**
- Die Normalkraft im Schnitt b

Aufgabe 3

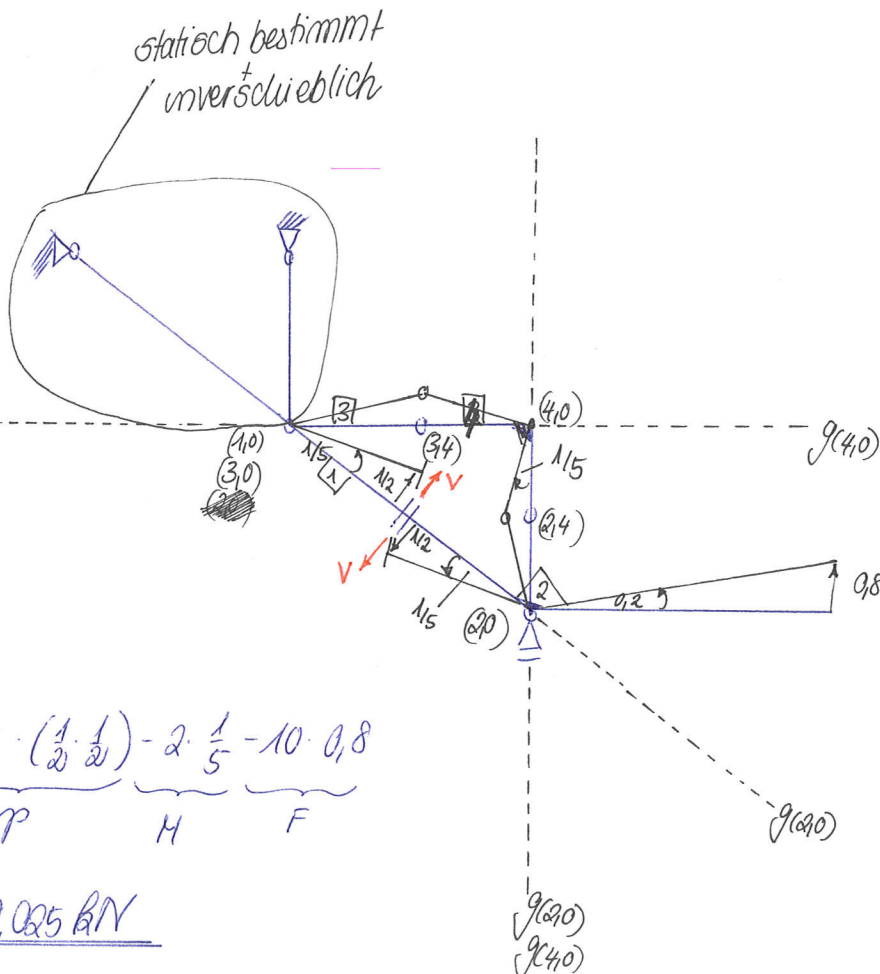
a)



$$A_V \cdot 1 = 3/4 \cdot 1,5$$

$$\rightarrow A_V = \underline{\underline{1,125 \text{ kN}}}$$

b)

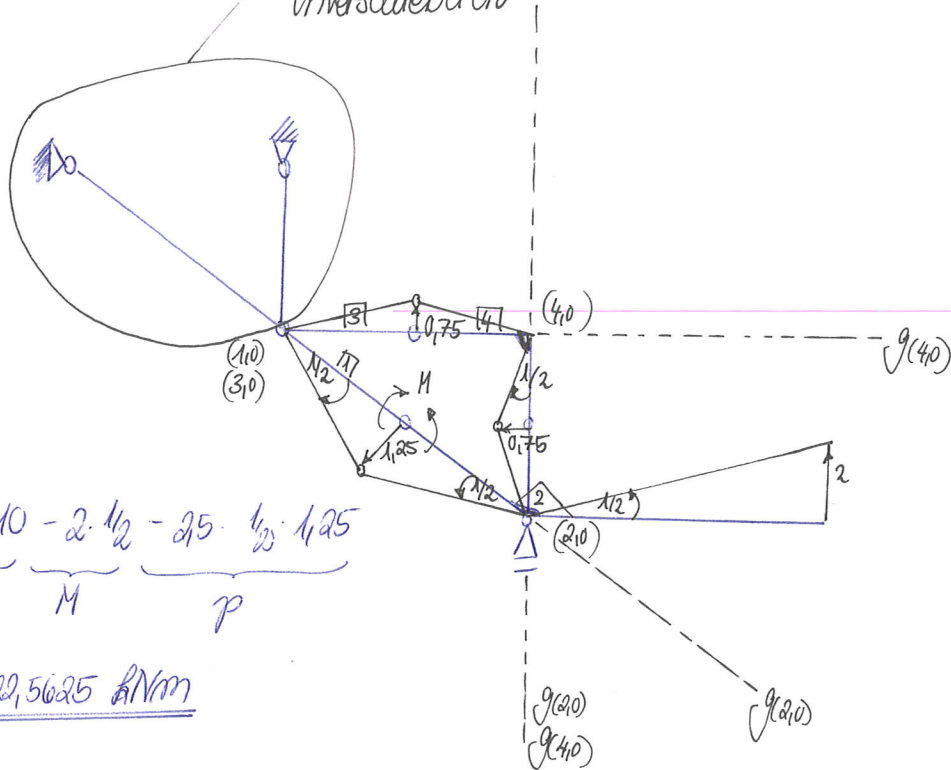


$$1 \cdot V = \underbrace{-2,5 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right)}_P - \underbrace{2 \cdot \frac{1}{5}}_M - \underbrace{10 \cdot 0,8}_F$$

$$\rightarrow V = \underline{\underline{-9,025 \text{ kN}}}$$

c)

statisch bestimmt
+
unverschieblich

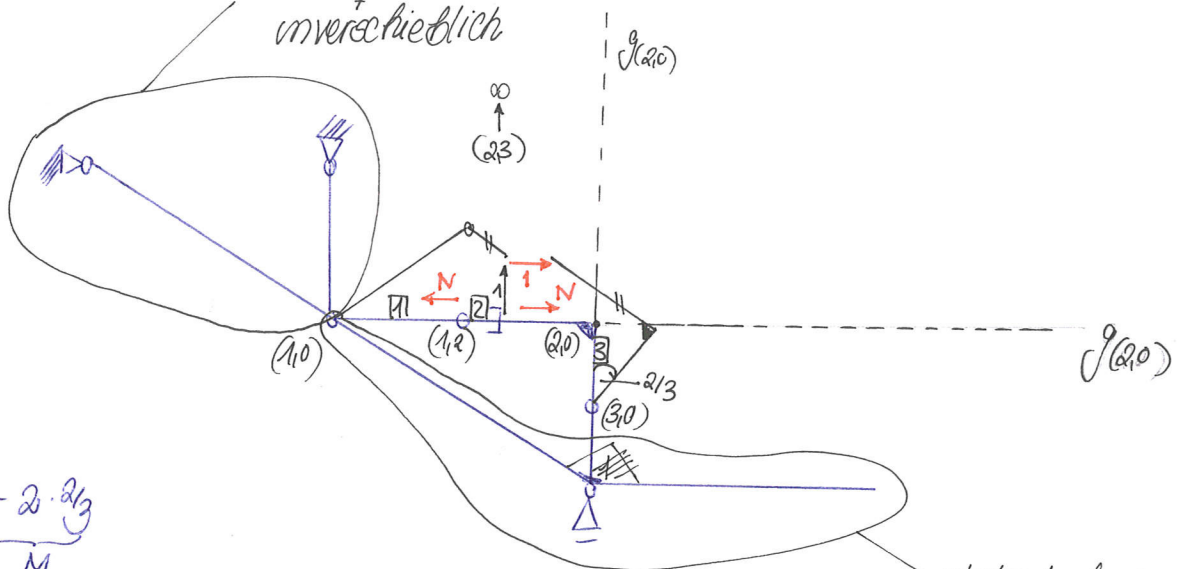


$$M_{\cdot 1} = \underbrace{-2 \cdot 10}_F - \underbrace{2 \cdot \frac{1}{2}}_M - \underbrace{25 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1.25}_P$$

$$\rightarrow M = \underline{\underline{-22.5625 \text{ kNm}}}$$

d)

statisch bestimmt
+
unverschieblich



$$1 \cdot N = \underbrace{-2 \cdot \frac{2}{3}}_M$$

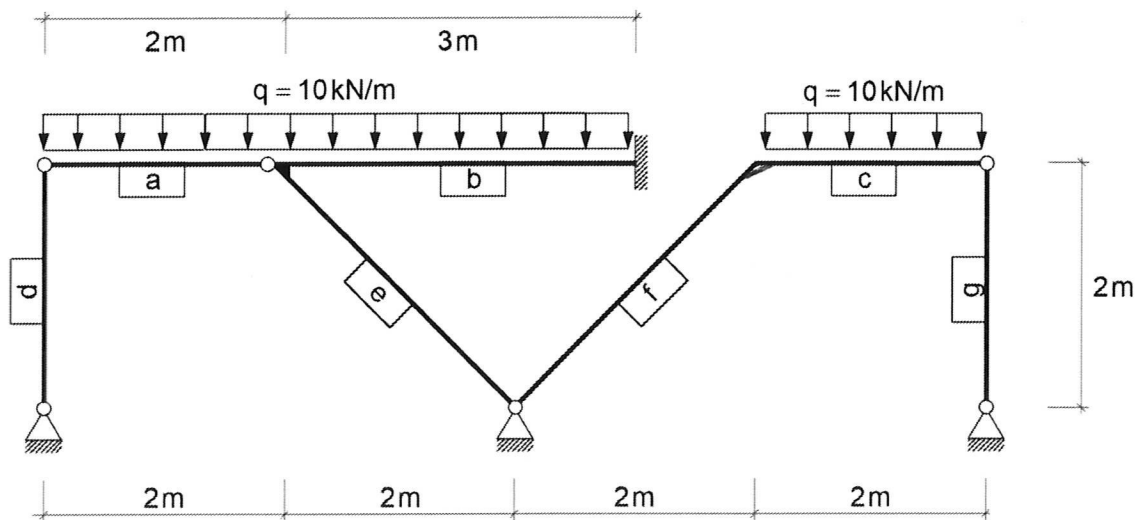
$$\rightarrow N = \underline{\underline{-1.3 \text{ kN}}}$$

statisch bestimmt
+
unverschieblich

Aufgabe 4

(23 Punkte)

Das im Folgenden dargestellte statische System ist mit einer Gleichstreckenlast belastet.



Gegeben:

Alle Stäbe:

$EA \rightarrow \infty$

$EI = 100 \text{ kNm}^2$

$\alpha_T = 10^{-4} \text{ 1/K}$

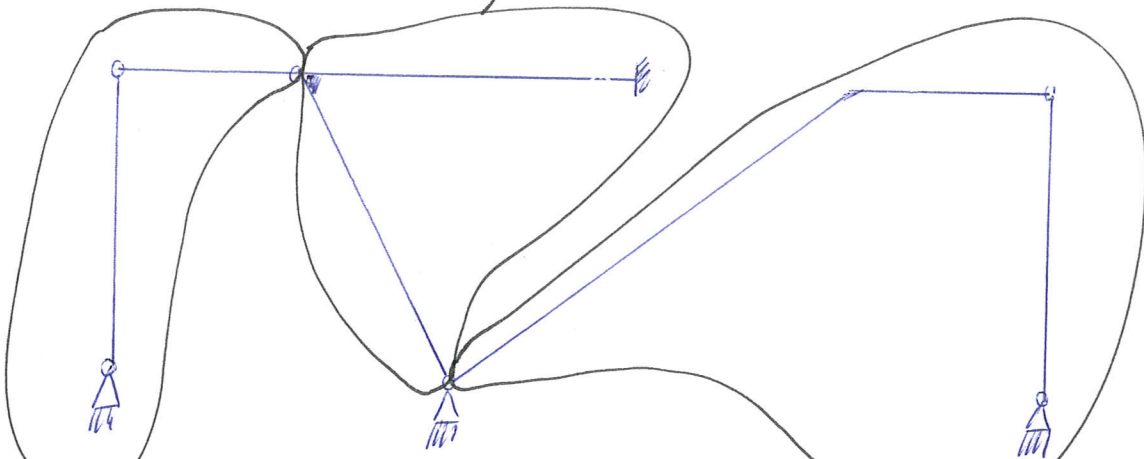
$h = 0,5 \text{ m}$

- Überprüfen Sie die statische Bestimmtheit und Brauchbarkeit mit dem Aufbaukriterium.
- Berechnen Sie den Momentenverlauf für das gegebene System mit dem **Kraftgrößenverfahren**. Stellen Sie den Momentenverlauf grafisch dar und geben Sie charakteristische Werte an.
- Berechnen Sie den Momentenverlauf für den Fall, dass die Elemente a, b und c zusätzlich durch einen Temperaturunterschied $\Delta T = T_U - T_O = -30 \text{ K}$ beansprucht werden. Stellen Sie den Momentenverlauf grafisch dar und geben Sie charakteristische Werte an.
- Wie verändert sich der Momentenverlauf, wenn sich der Temperaturunterschied in Element „a“ verdoppelt? Begründen Sie ihre Antwort.
- Wie verändert sich der Momentenverlauf, wenn die Belastung auf Element „c“ verdoppelt wird? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 4

a)

2-fach unbestimmter
Einfeldträger
↳ brauchbar

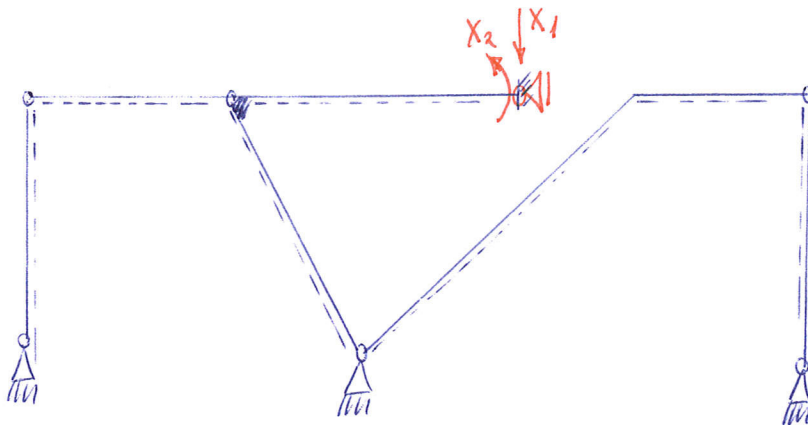


Dreigelenkrahn
↳ statisch bestimmt
+
brauchbar

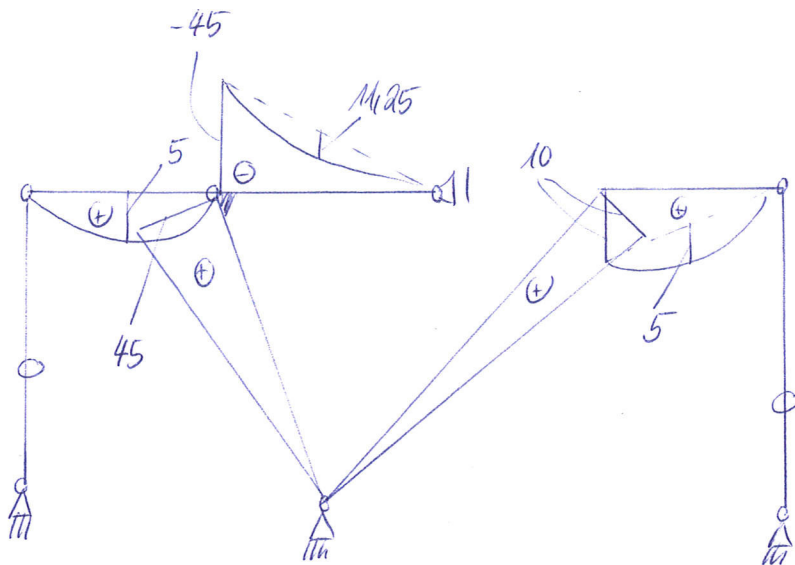
Dreigelenkrahn
↳ statisch bestimmt
+
brauchbar

insgesamt: 2-fach statisch unbestimmt!

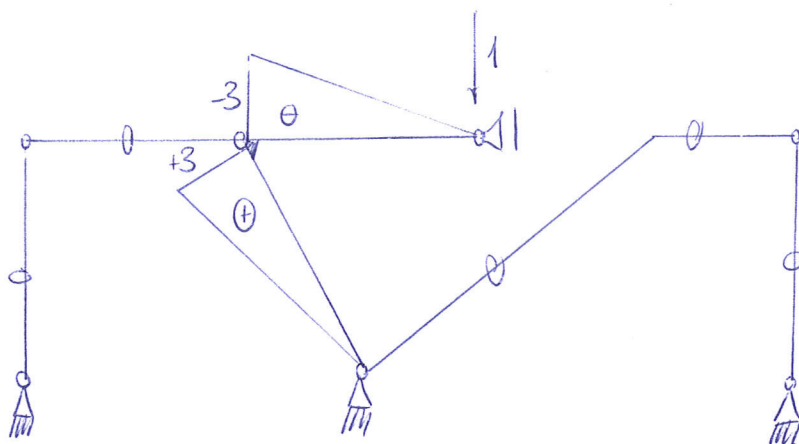
b) Wahl des statisch best. Grundsystems:



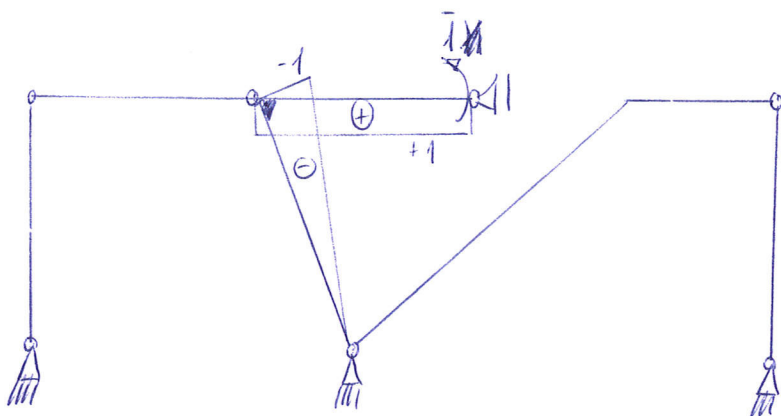
L2: M_0



E2 1: M_1



E2 2: M_2



$$K_{10} = \frac{1}{3} \cdot (-45) \cdot (-3) \cdot \frac{3}{EJ} + \frac{1}{3} \cdot 11,25 \cdot (-3) \cdot \frac{3}{EJ} + \frac{1}{3} \cdot 45 \cdot 3 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{EJ} = 2,285$$

$$K_{20} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (-45) \cdot \frac{3}{EJ} + \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot 11,25 \cdot \frac{3}{EJ} + \frac{1}{3} \cdot (-1) \cdot 45 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{EJ} = -0,874$$

$$K_{11} = \frac{1}{3} \cdot (-3)^2 \cdot \frac{3}{EJ} + \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{EJ} = 0,175$$

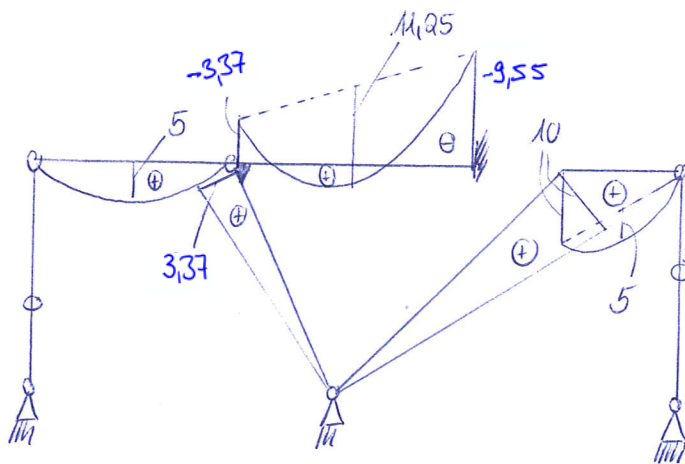
$$K_{12} = K_{21} = \frac{1}{2} \cdot (-3) \cdot 1 \cdot \frac{3}{EJ} + \frac{1}{3} \cdot (-1) \cdot 3 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{EJ} = -0,0733$$

$$K_{22} = 1^2 \cdot \frac{3}{EJ} + \frac{1}{3} \cdot (-1)^2 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{EJ} = 0,0394$$

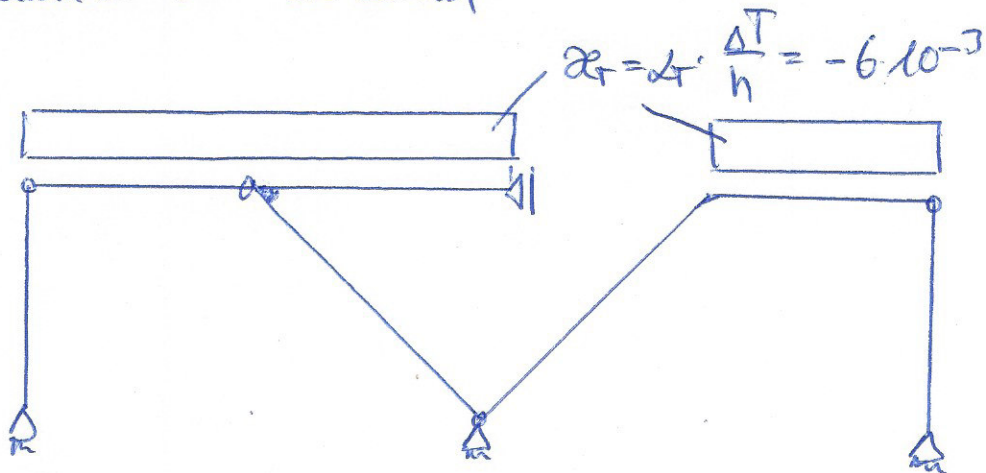
$$\begin{bmatrix} 0,175 & -0,0733 \\ -0,0733 & 0,0394 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,285 \\ 0,874 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{aligned} X_1 &= -17,06 \text{ kN} \\ X_2 &= -9,55 \text{ kN/m} \end{aligned}$$



(M)



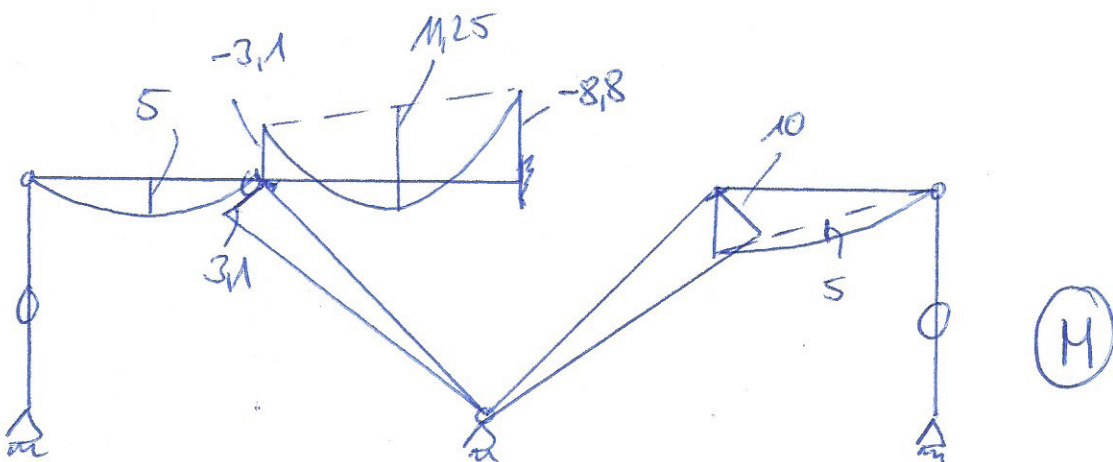
zusätzlicher Lastzustand



$$K_{10} = 2,285 + \frac{1}{2} \cdot (-0,006) \cdot (-3) \cdot 3 = 2,312$$

$$K_{20} = -0,874 + (-0,006) \cdot (1) \cdot 3 = -0,892$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 0,175 & -0,0733 \\ -0,0733 & 0,0394 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,312 \\ 0,892 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} X_1 = -16,9 \\ X_2 = -8,8 \end{matrix}$$



d) + e) Jeweils keine Änderung, da innerlich statisch bestimmt
 ↳ keine Zwangsspannungen aufgrund von ΔT