

Statik 2

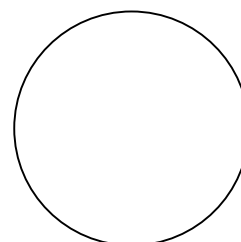
18.08.2022

Rechenteil

Bearbeitungszeit: 135 Minuten

Aufgabe	Punkte	
	max.	erreicht
AF	45	
1	25	
2	25	
3	26	
4	25	
5	20	
6	14	
Σ	180	

Note:



Bitte keine grünen Farbstifte verwenden.
Der Lösungsweg muss lückenlos nachvollziehbar sein.

Aufgabe 1

(..... / 25 Punkte)

Gegeben ist das statische Modell eines Vordachs. Für die Bemessung der Konstruktion werden insbesondere die vertikale Durchbiegung und die Verdrehung am rechten Knoten (Knoten 3) von Element 3 benötigt. Es sind folgende Teilaufgaben zu bearbeiten:

- Berechnen Sie das gegebene Tragwerk mit dem **Verschiebungsgrößenverfahren**.
- Skizzieren Sie die Verformung des Systems. Tragen Sie die in Teilaufgabe a) berechneten Ergebnisse in die Skizze ein.
- Skizzieren Sie unter Angabe von charakteristischen Werten den Normalkraft-, Querkraft- und Momentenverlauf.

gegeben:

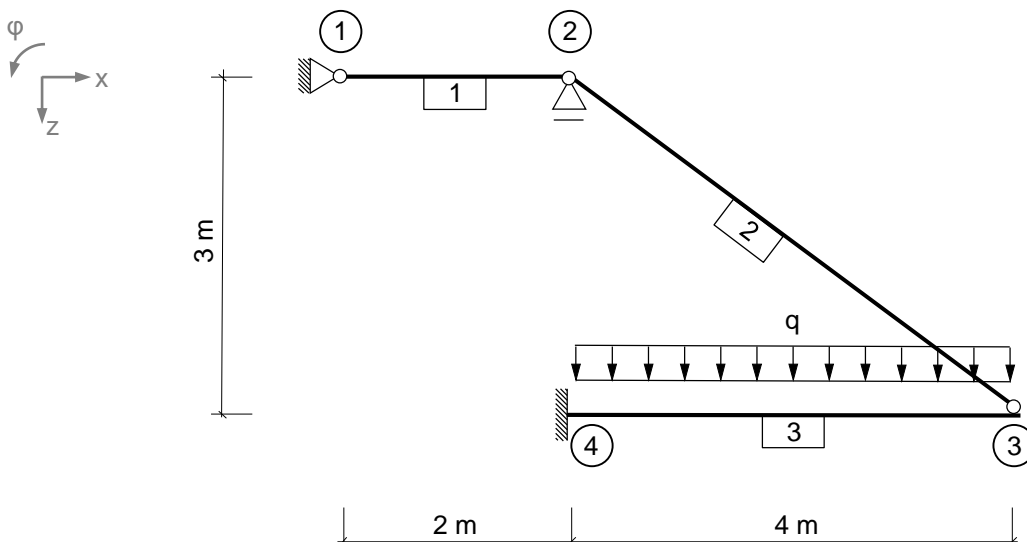
$$q = 1,5 \text{ kN/m}$$

$$EA_{1,2} = 250 \text{ kN}$$

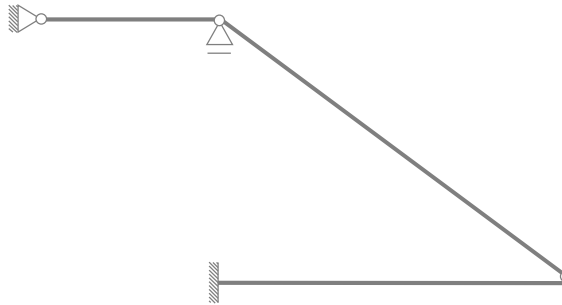
$$EI_{1,2} = 50 \text{ kNm}^2$$

$$EA_3 \rightarrow \infty$$

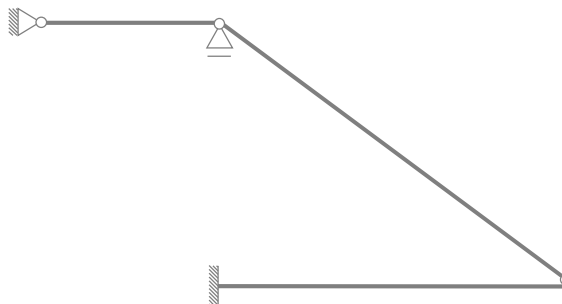
$$EI_3 = 750 \text{ kNm}^2$$



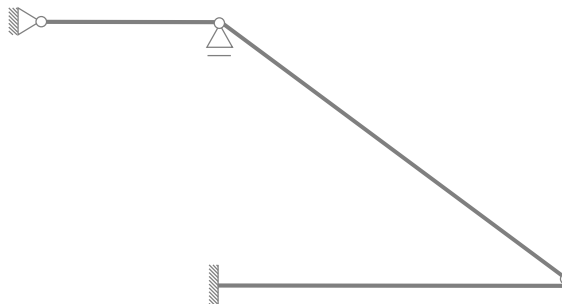
Verformung



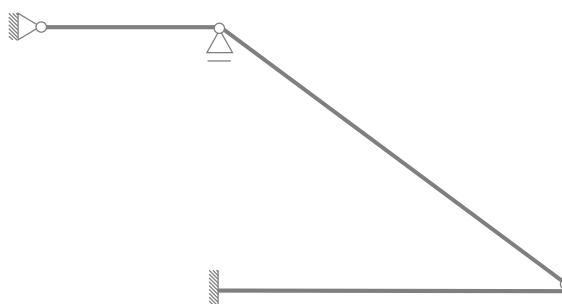
Normalkraftverlauf

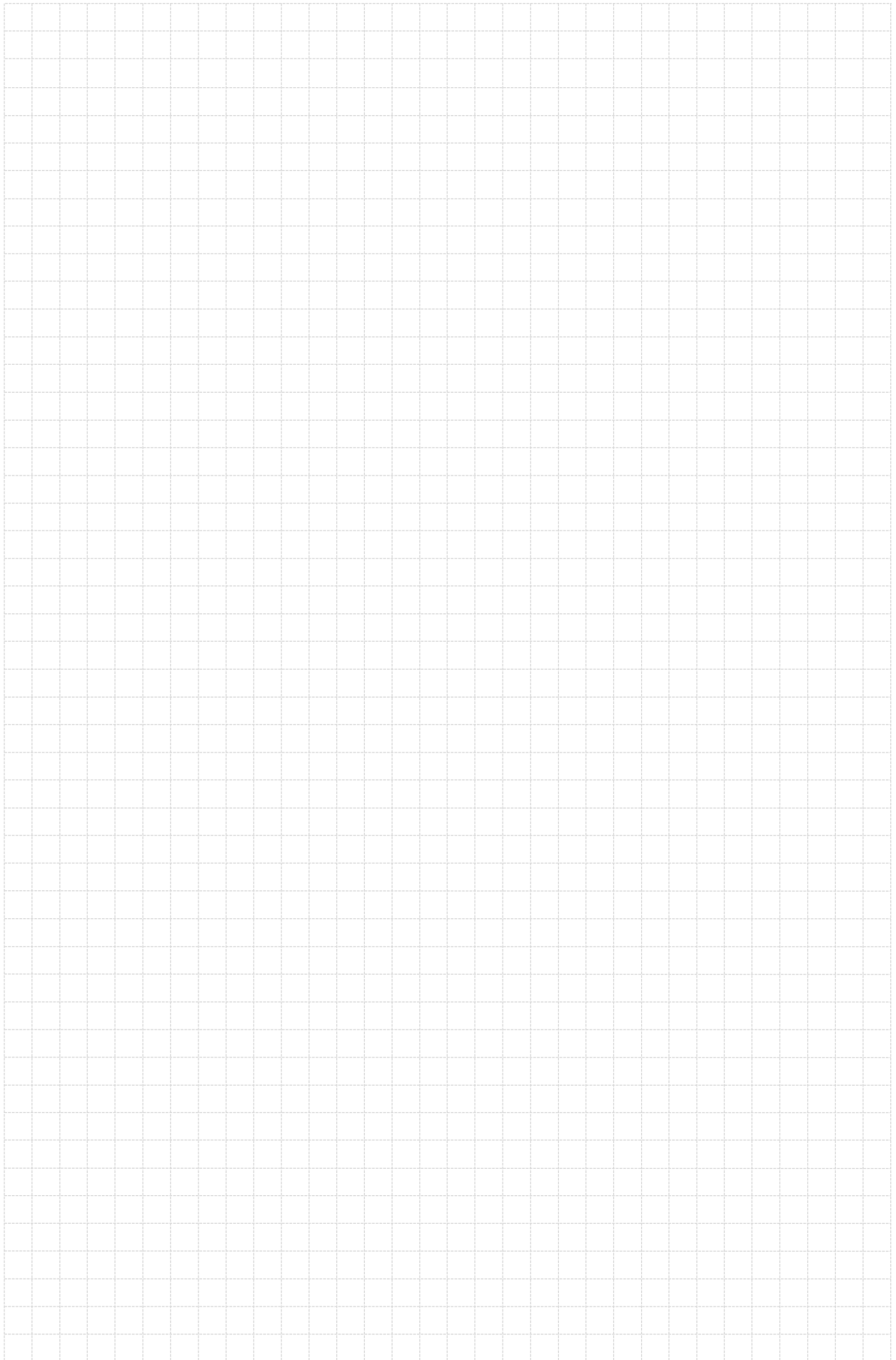


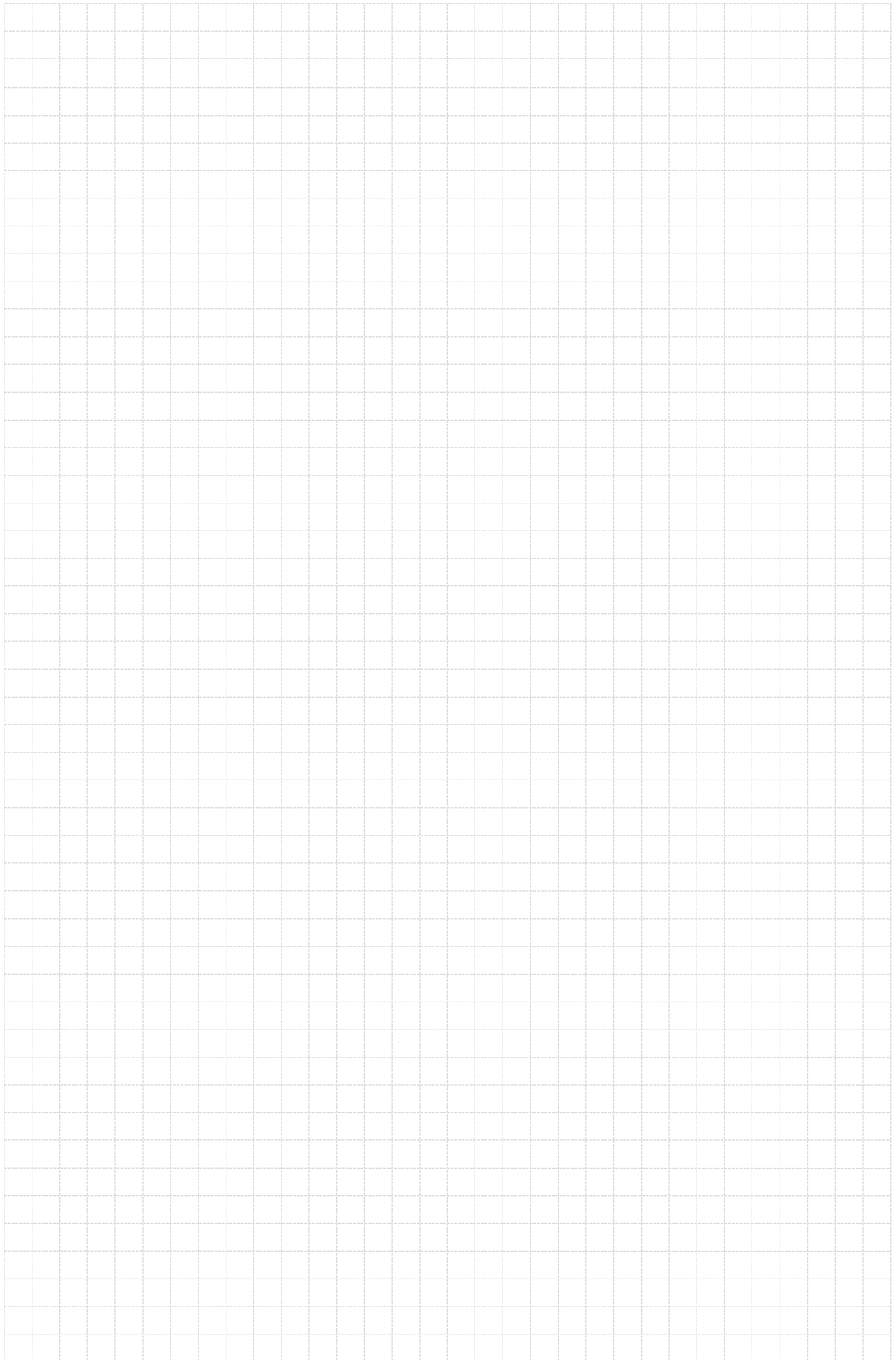
Querkraftverlauf

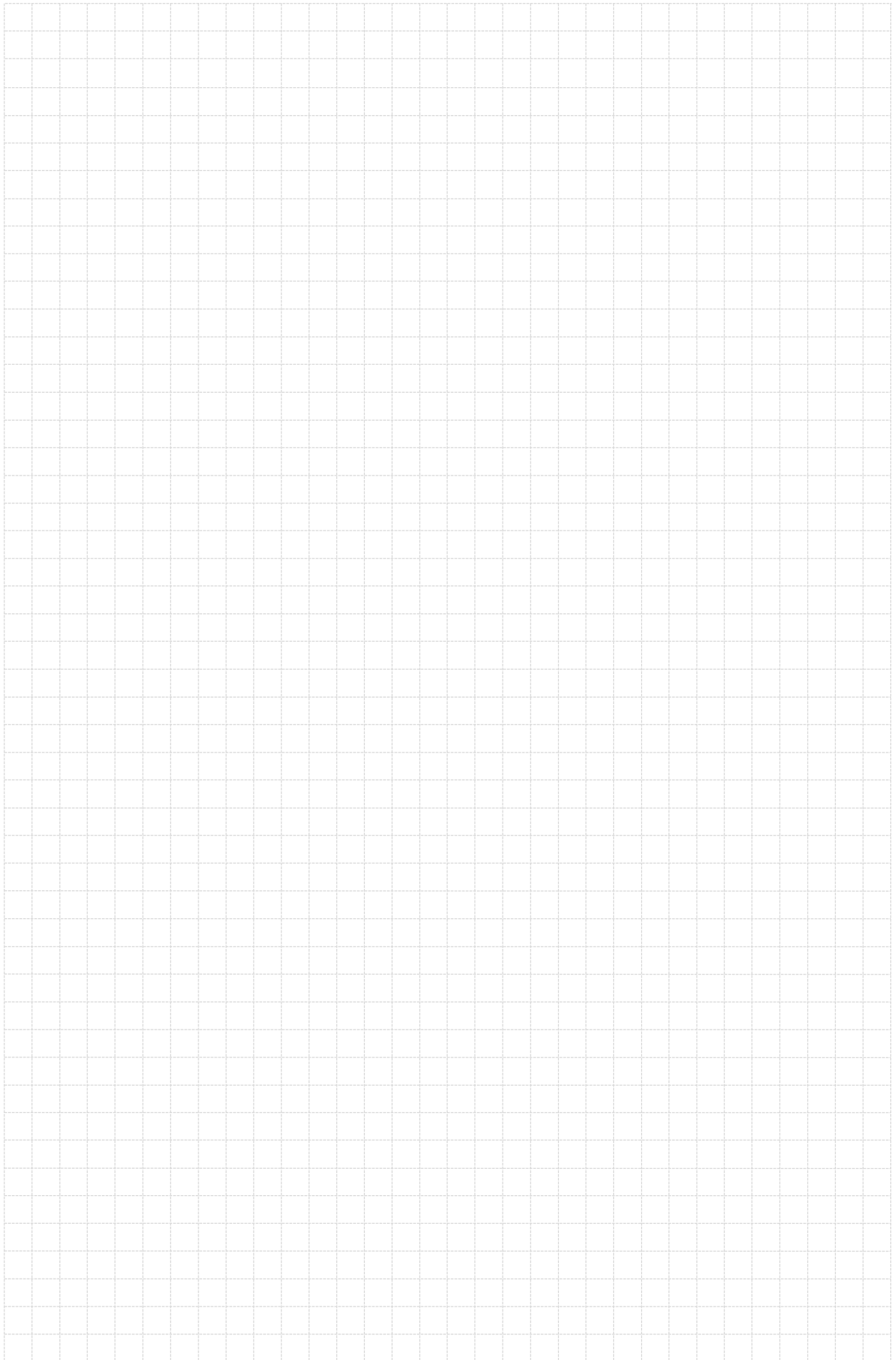


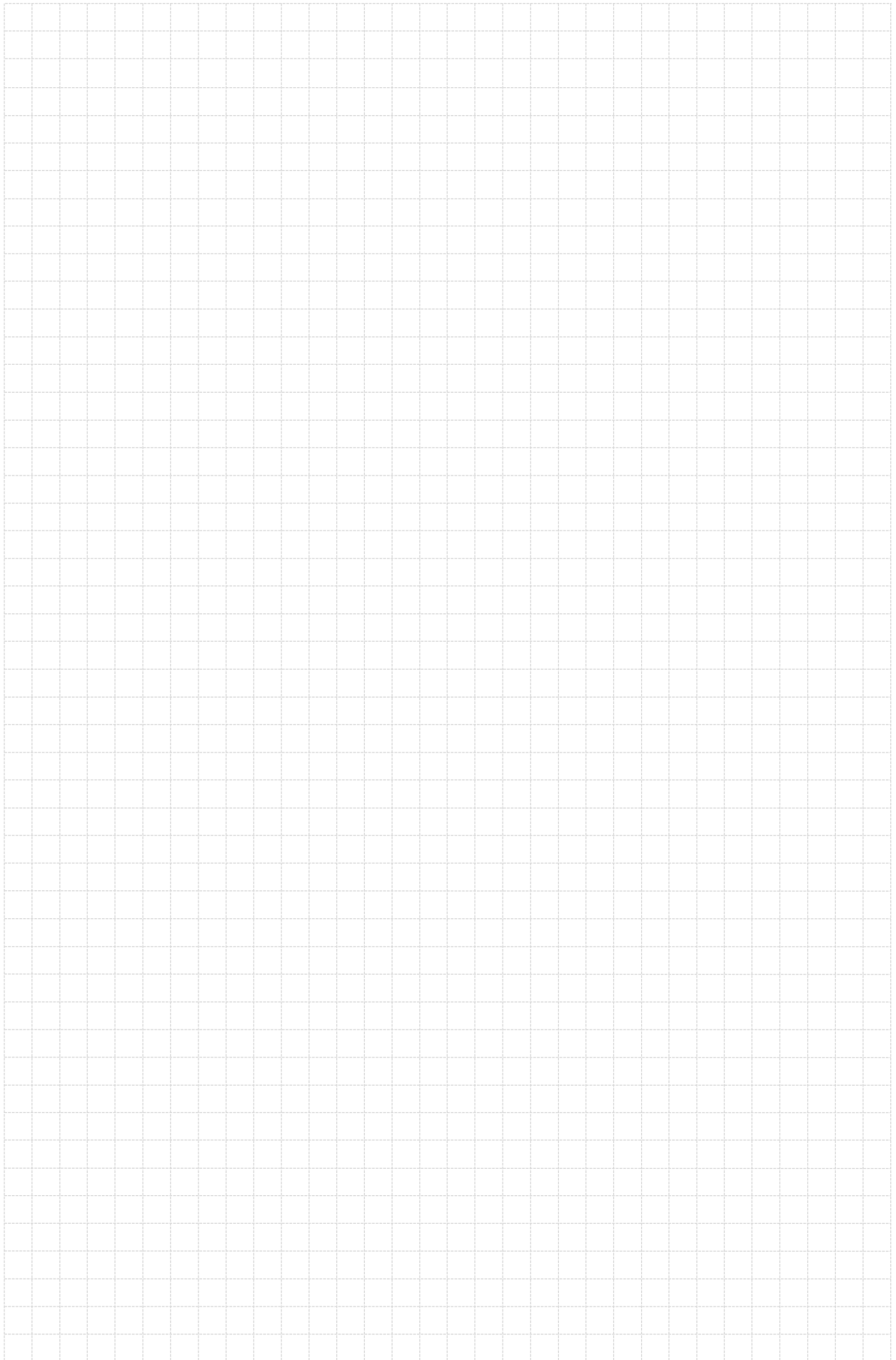
Momentenverlauf









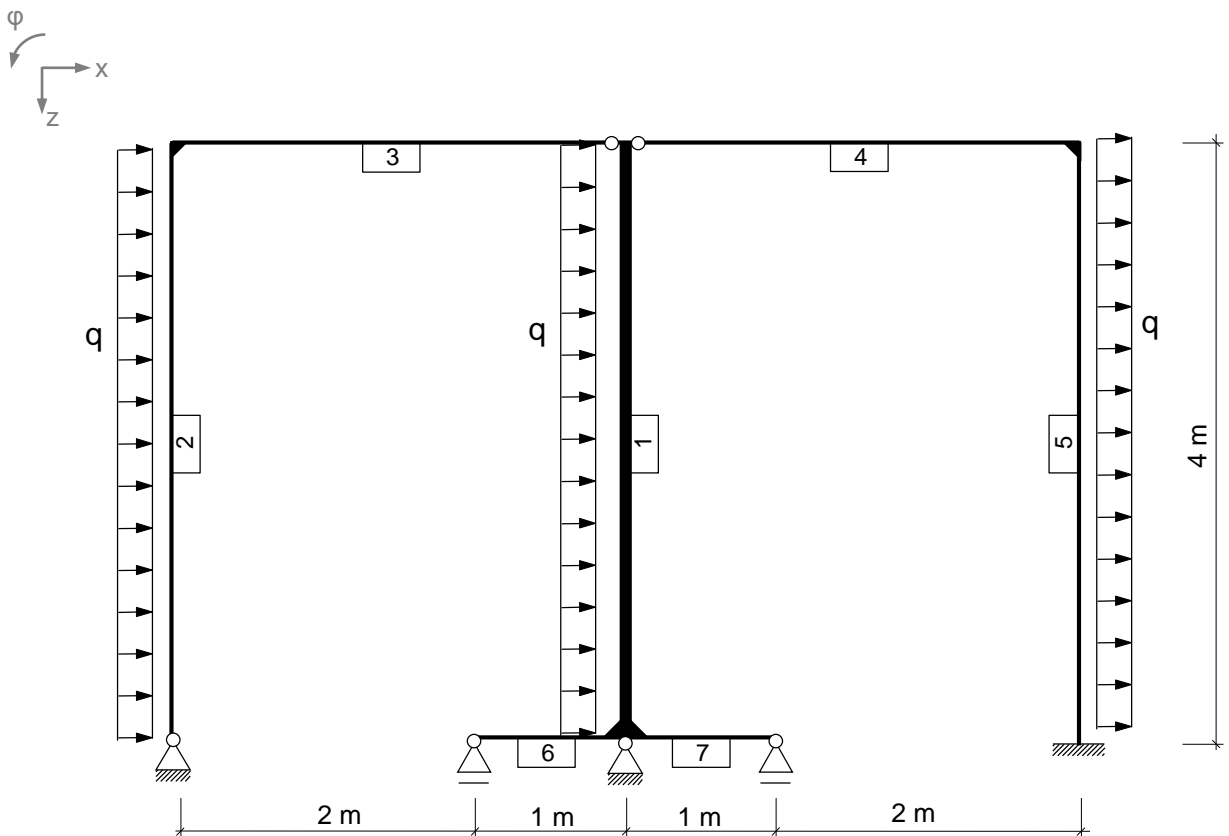


Aufgabe 2

(..... / 25 Punkte)

- Bestimmen Sie die geometrische Unbestimmtheit des Systems und legen Sie die Freiheitsgrade fest. Sämtliche eventuell vorhandenen kinematischen Kopplungen sind explizit anzugeben.
- Berechnen Sie die zu den gewählten Freiheitsgraden gehörenden Knotenverschiebungen mit dem **Verschiebungsgrößenverfahren**. Für alle Einheits- und Lastzustände sind aussagekräftige Skizzen anzufertigen.

System und Belastung:



gegeben:

Steifigkeiten:

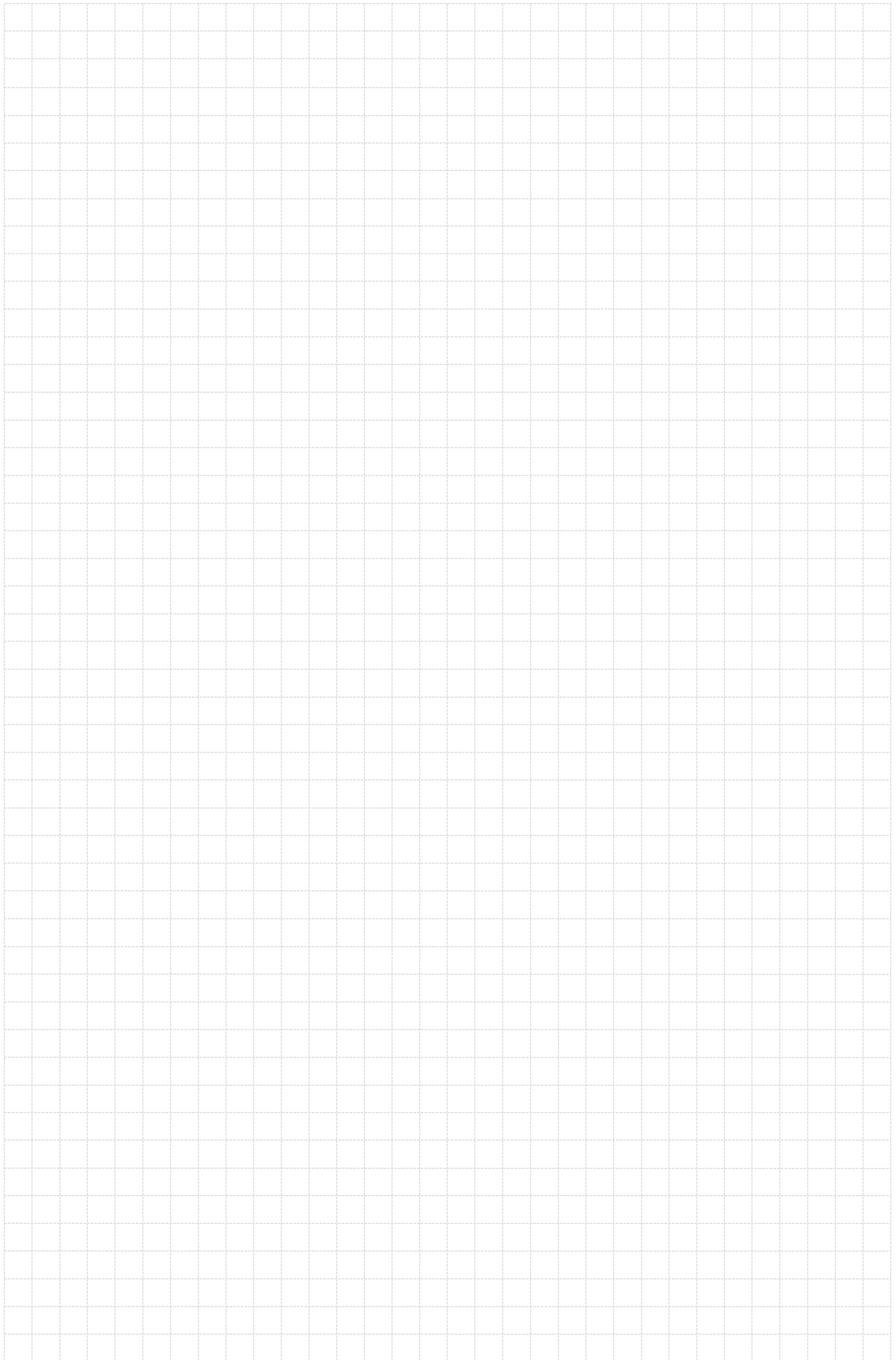
$$EI_1 \rightarrow \infty$$

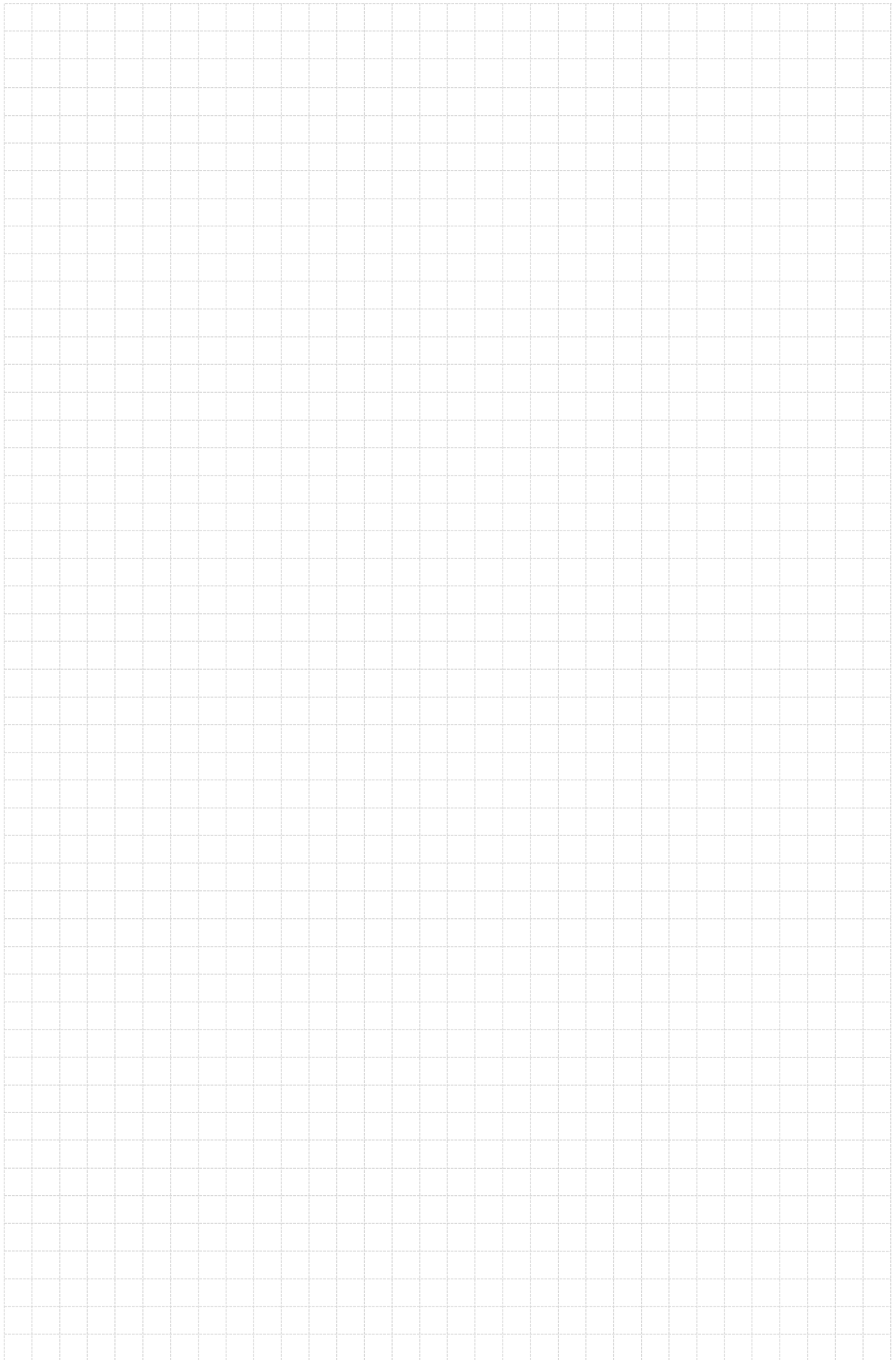
$$EI_{2-7} = 10\,000 \text{ kNm}^2$$

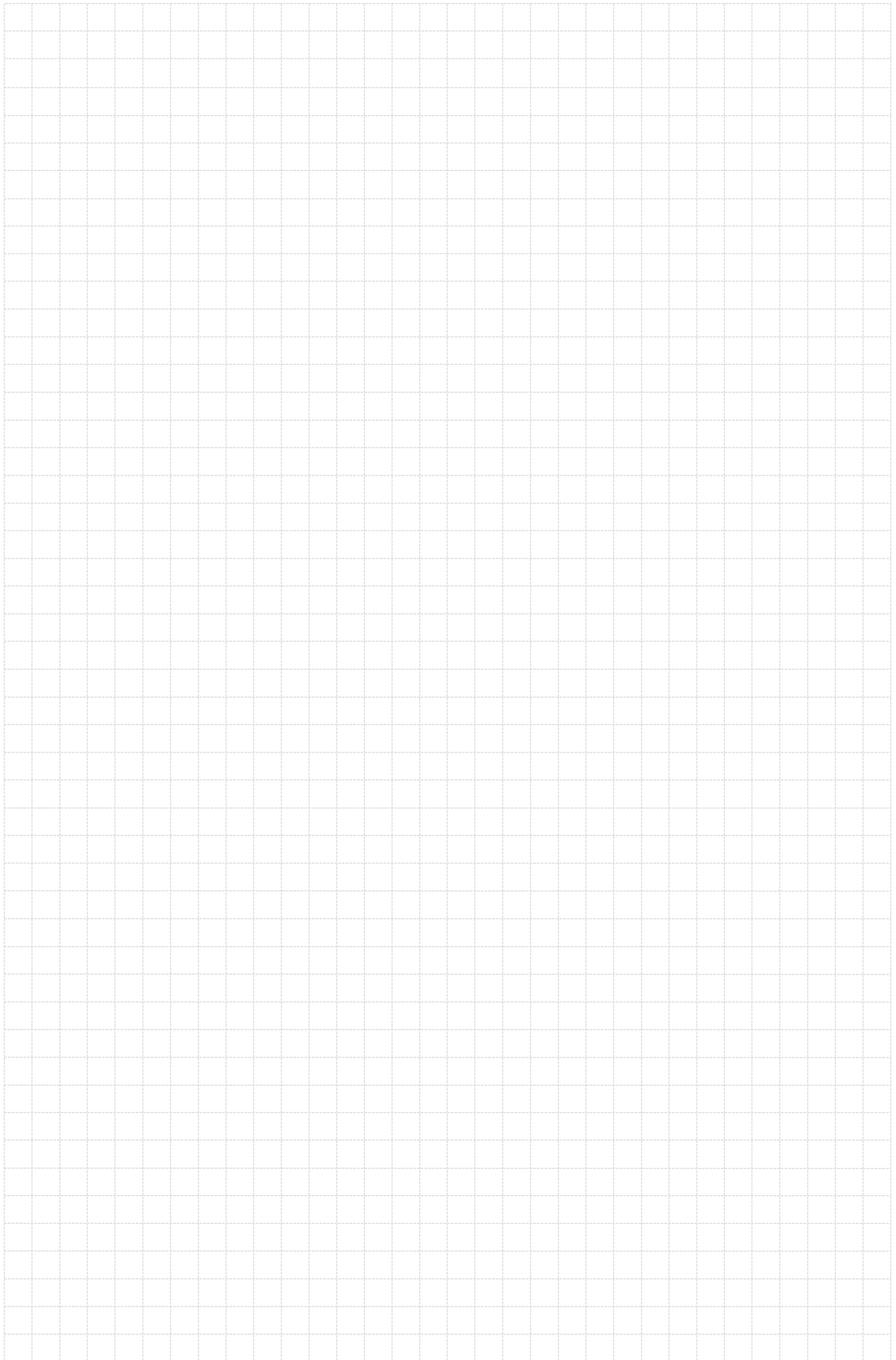
$$EA \rightarrow \infty$$

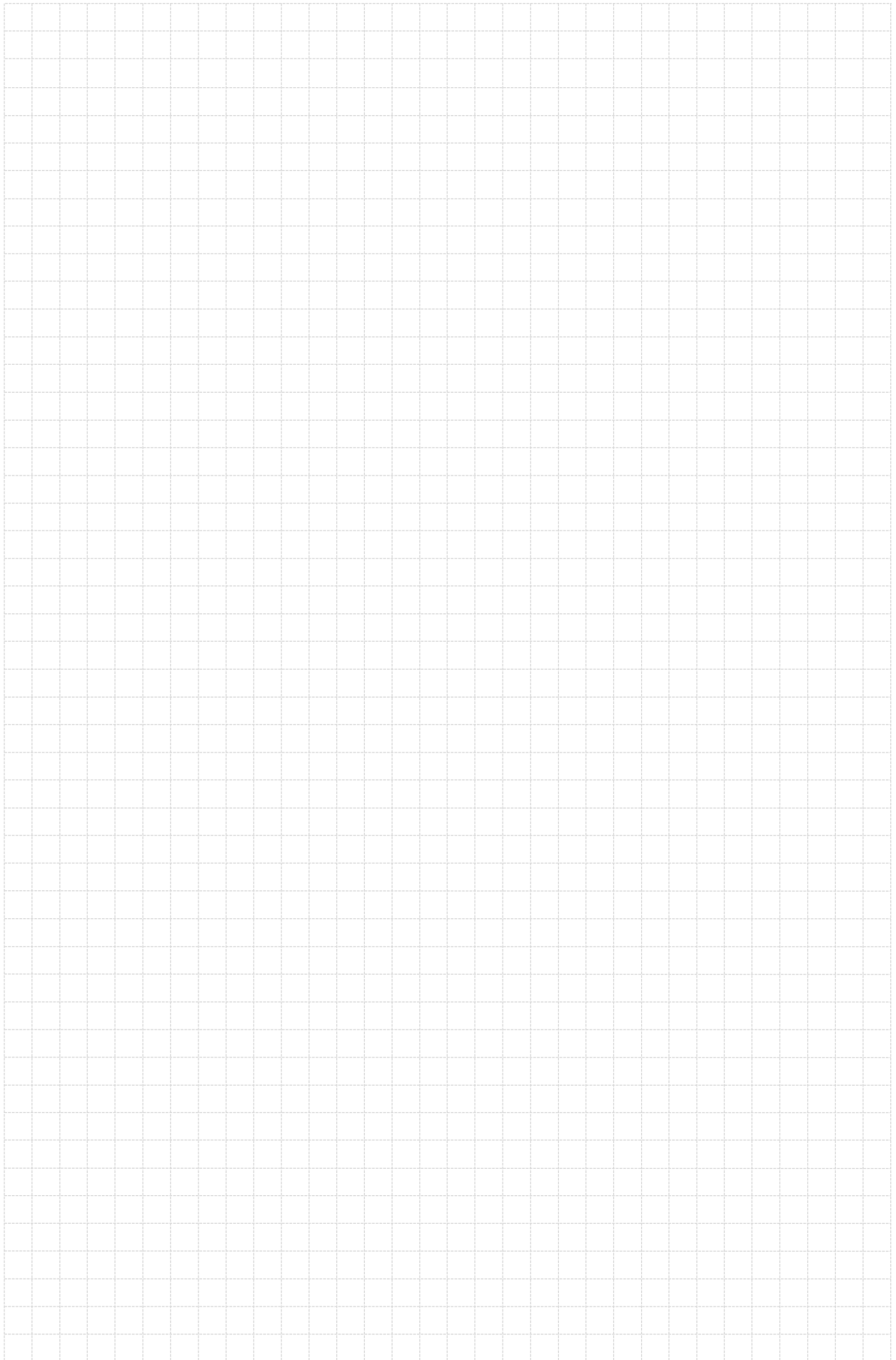
Belastung:

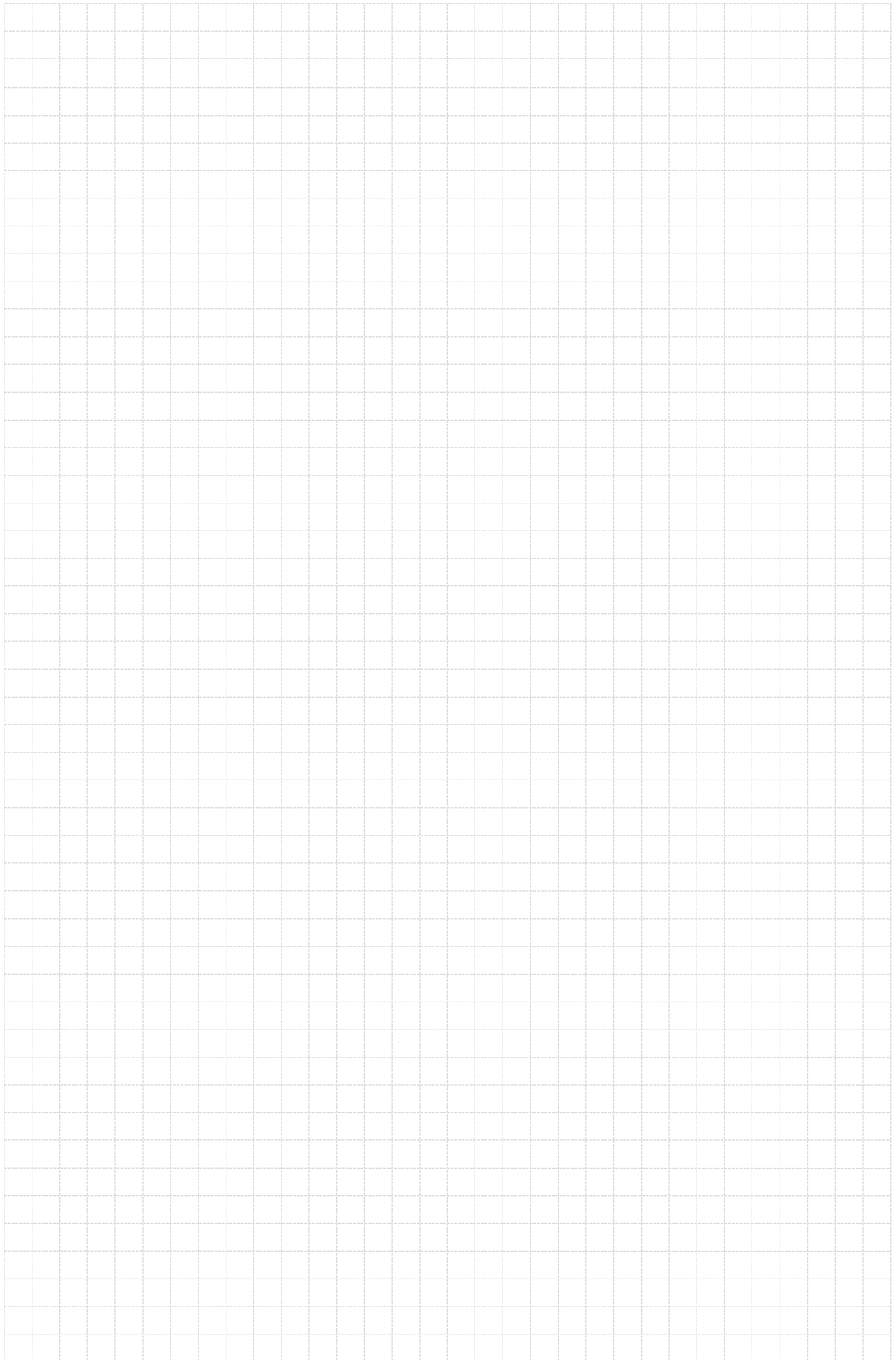
$$q = 5 \text{ kN/m}$$









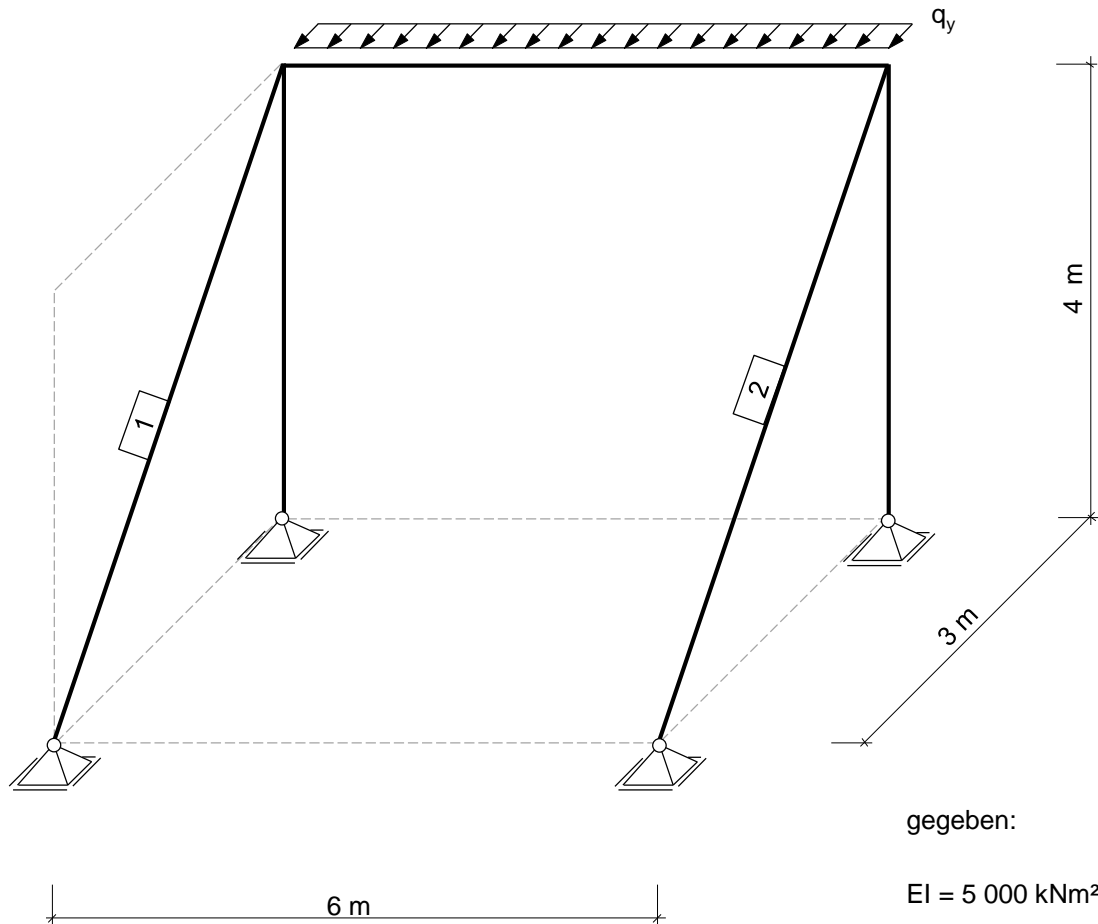


Aufgabe 3

(..... / 26 Punkte)

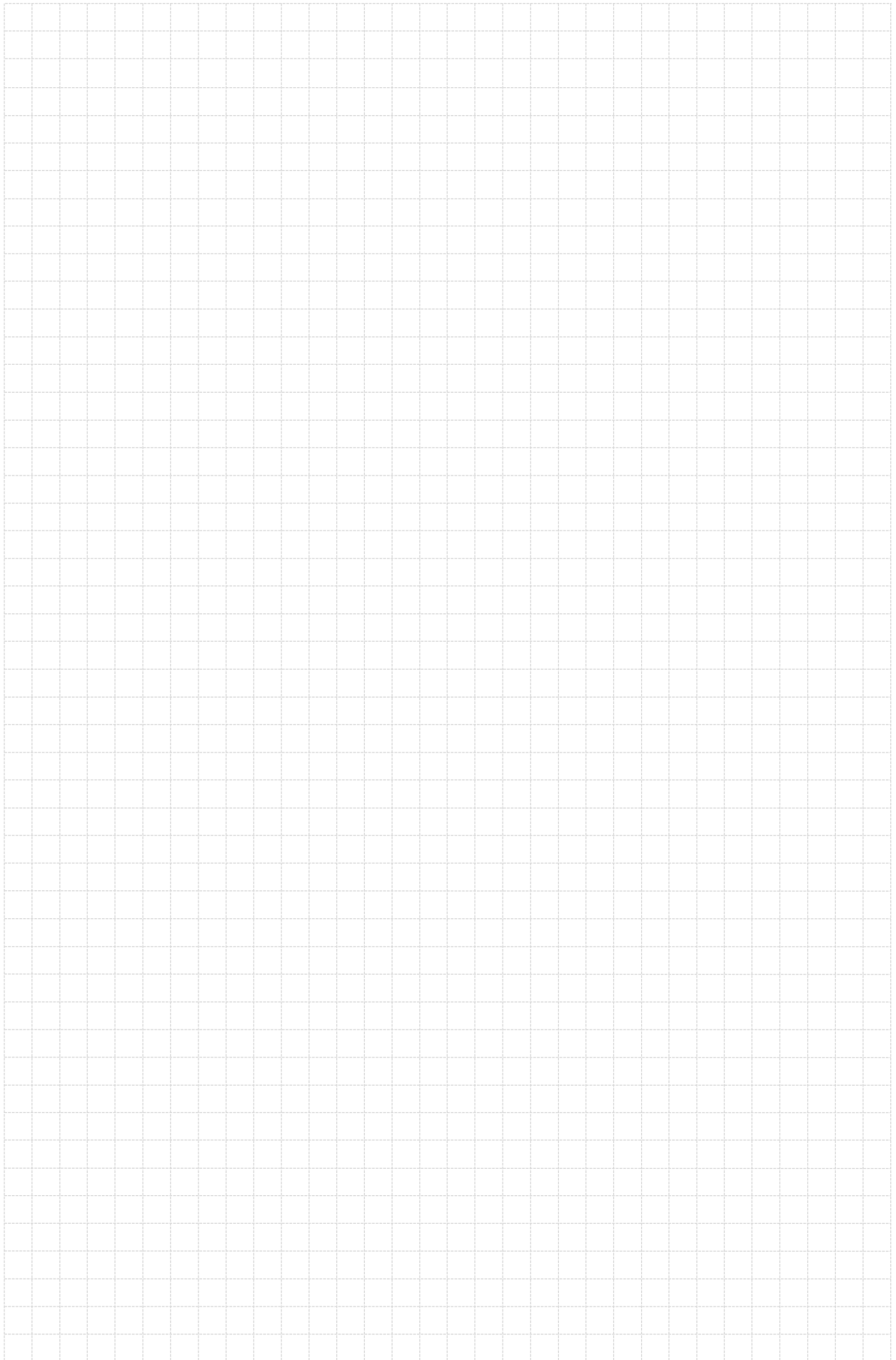
Berechnen Sie für das gegebene System die charakteristischen Knotenverformungen mit Hilfe des **Verschiebungsgrößenverfahrens**.

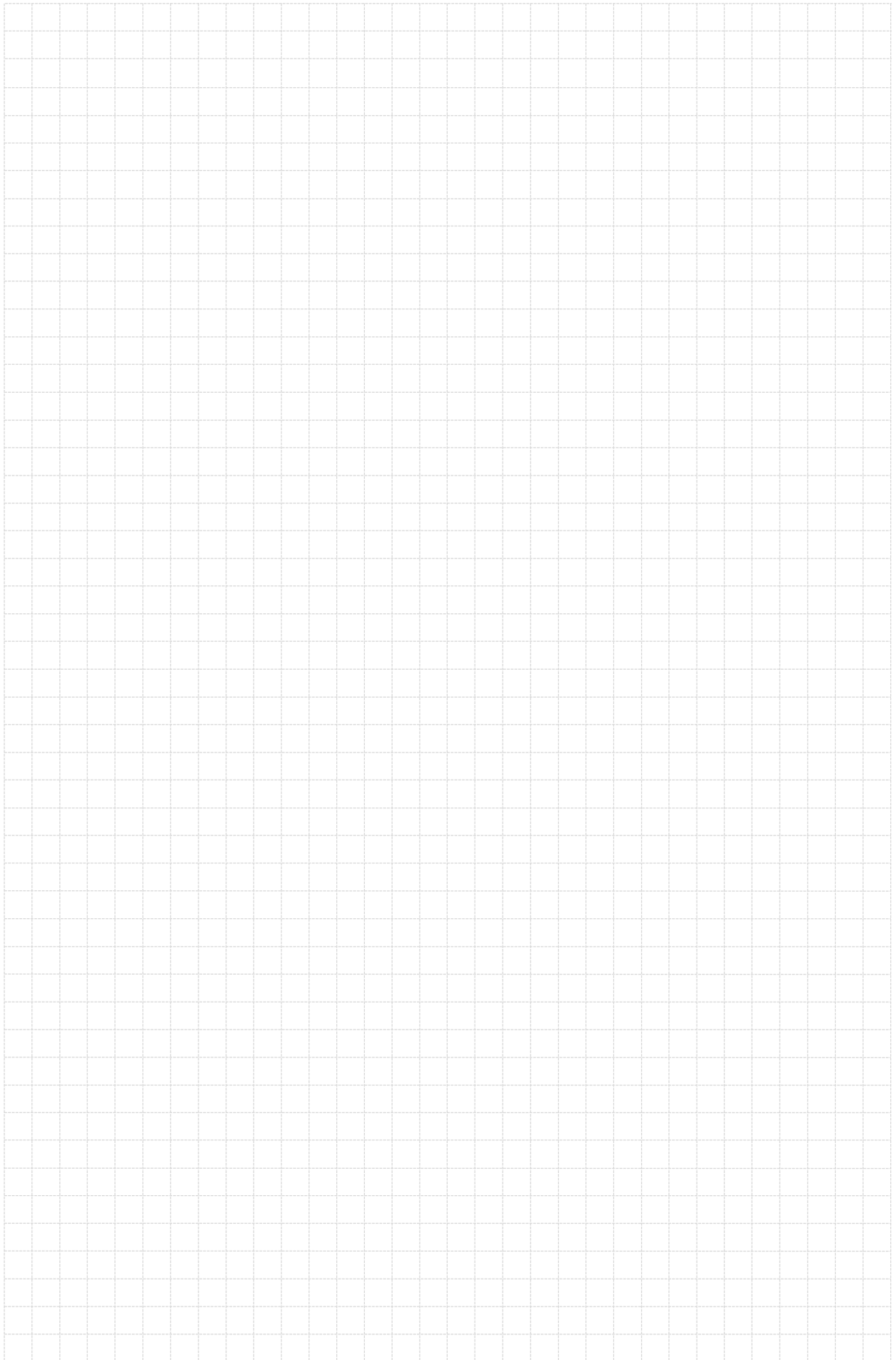
Hinweis: Zeichnung nicht maßstabsgetreu.

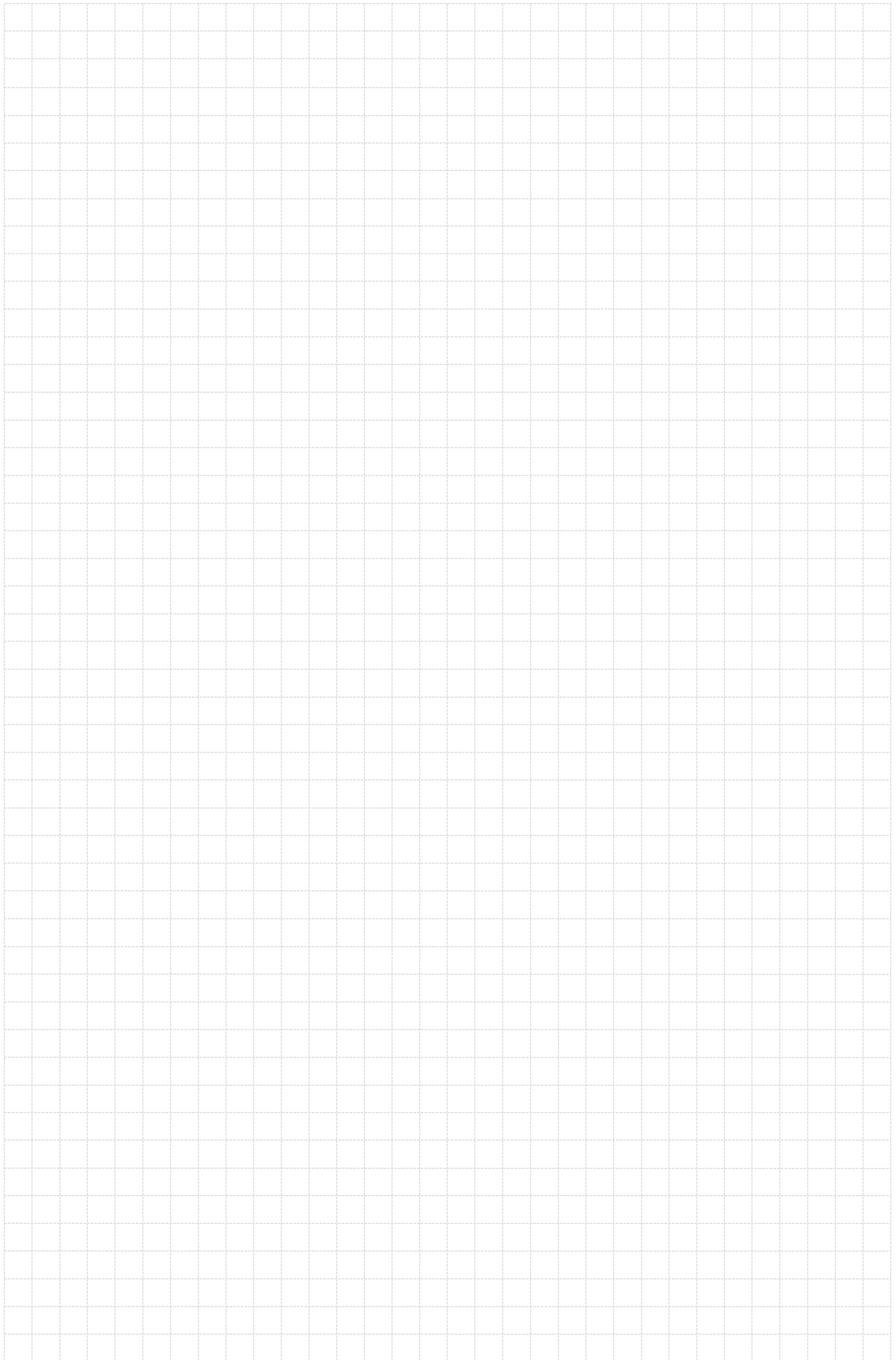


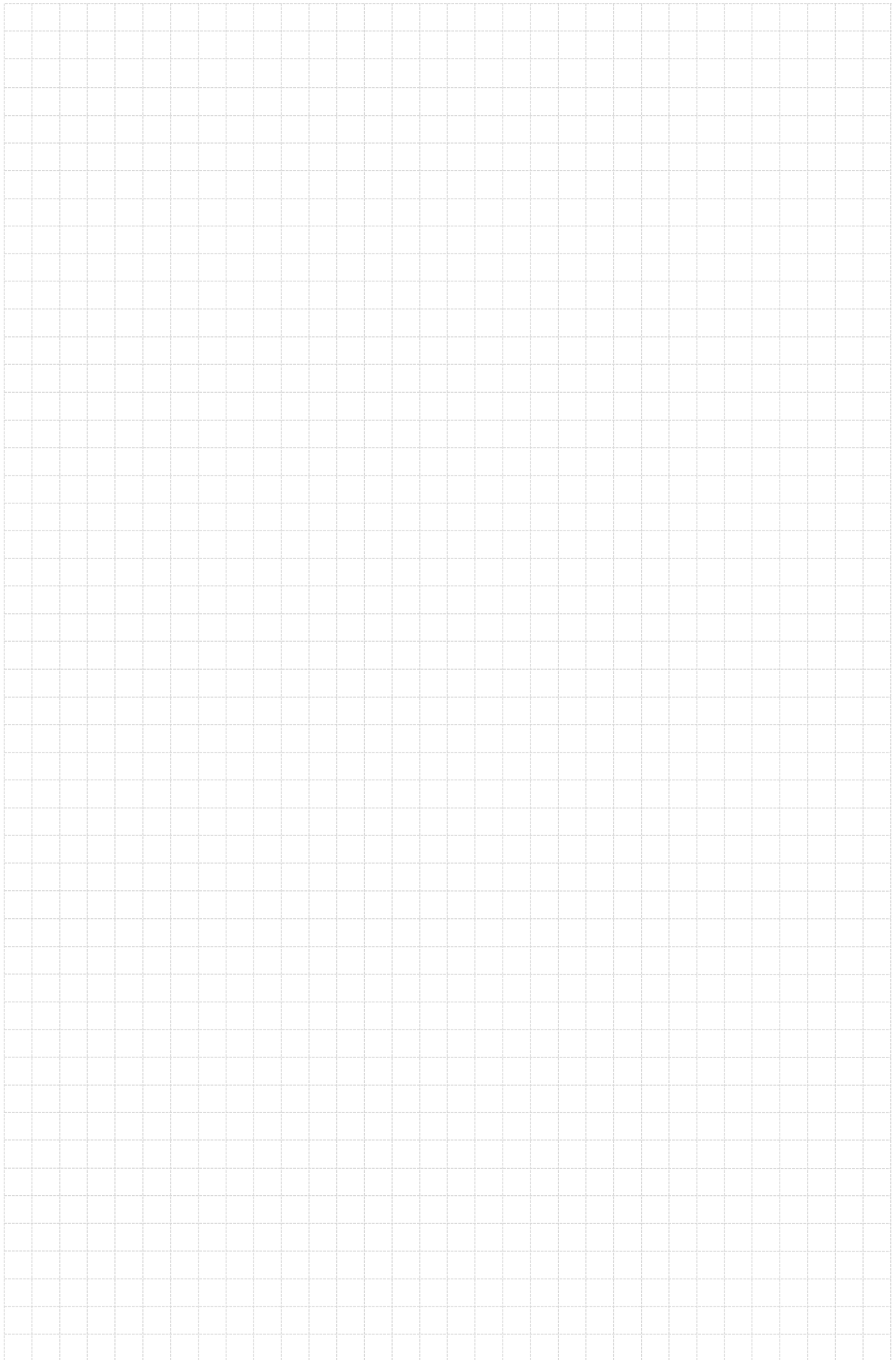
gegeben:

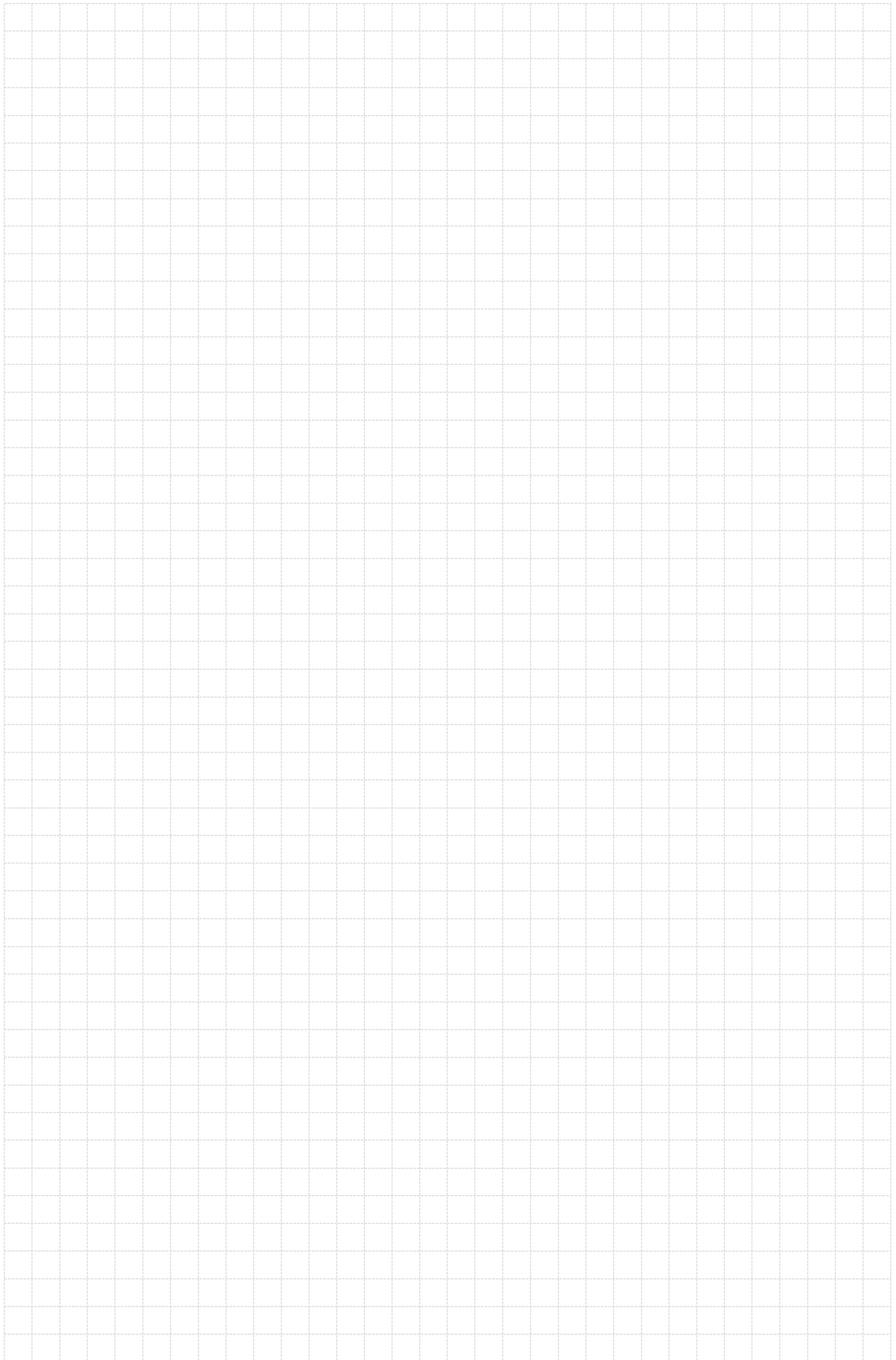
- $EI = 5\,000 \text{ kNm}^2$
- $GI_T = 5\,000 \text{ kNm}^2$
- $EA_{1-2} = 4\,000 \text{ kN}$
- $EA_{\text{Rest}} \rightarrow \infty$
- $q_y = 1 \text{ kN/m}$







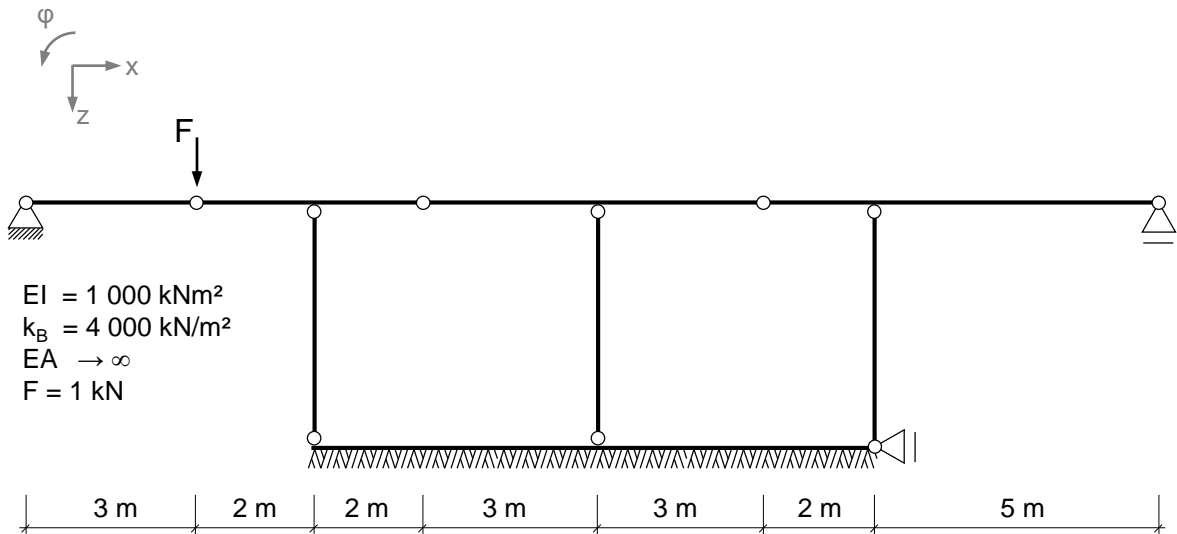




Aufgabe 4

(..... / 25 Punkte)

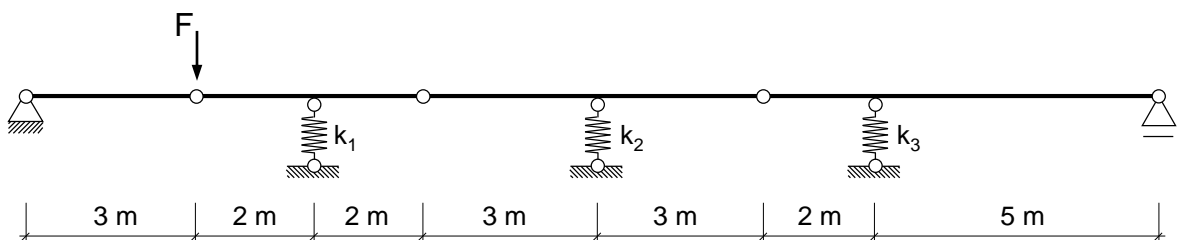
Gegeben ist folgendes statisches System.



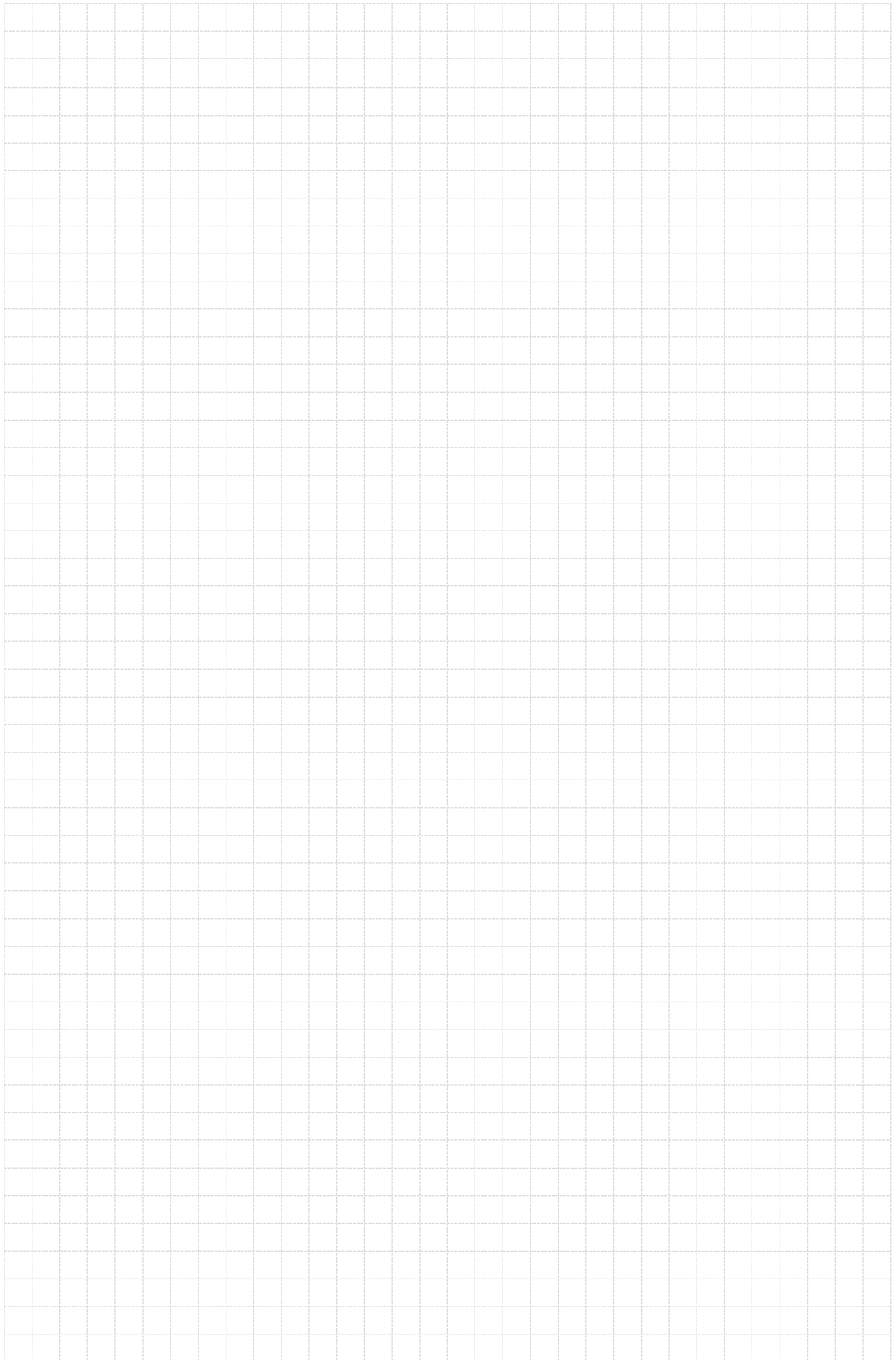
- a) Berechnen Sie für das dargestellte System die charakteristischen Knotenverformungen des gebetteten Balkens mit Hilfe des **Verschiebungsgrößenverfahrens**.

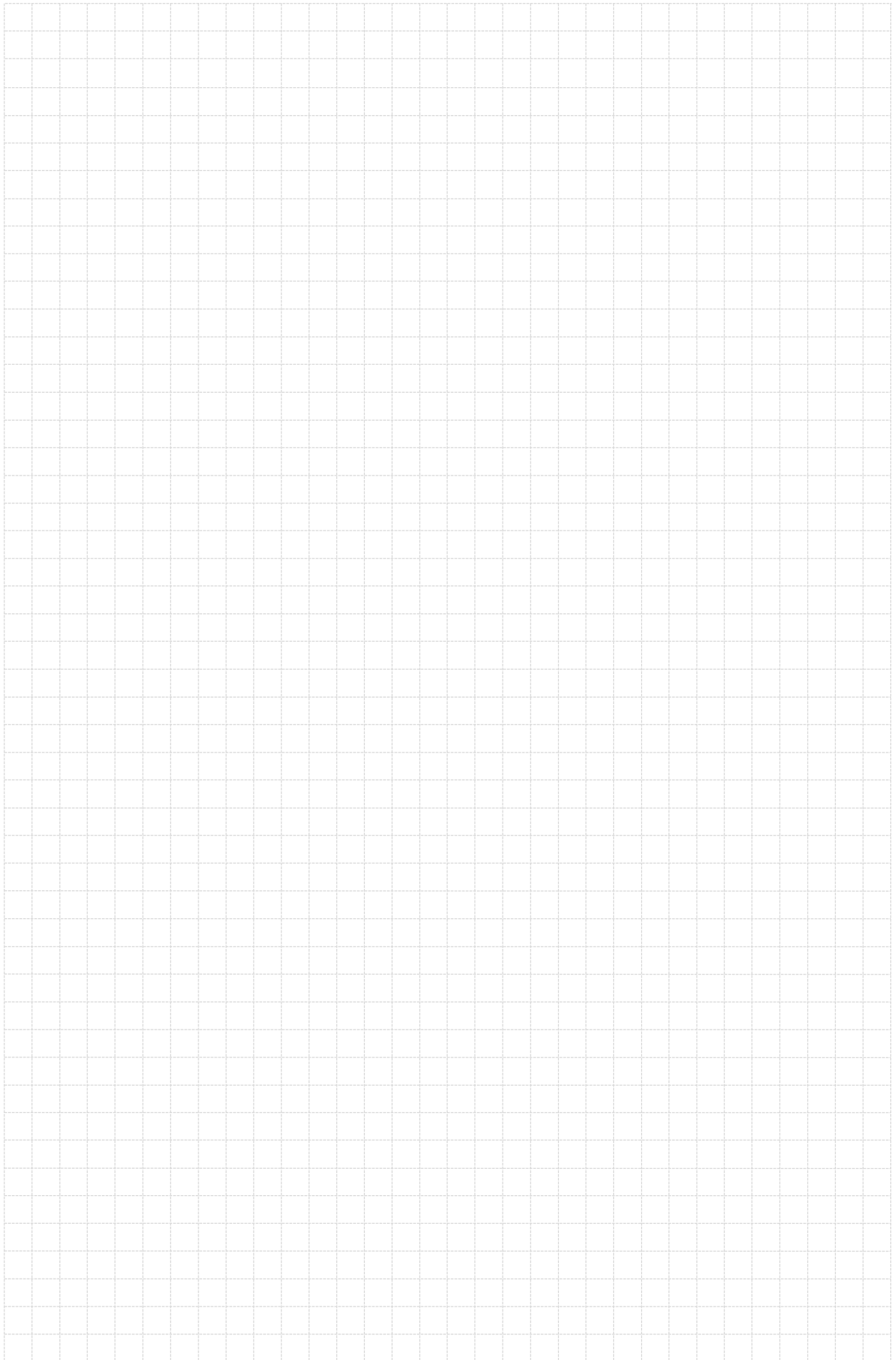
Hinweis: Tangentiale Bettung ist **nicht** zu beachten.

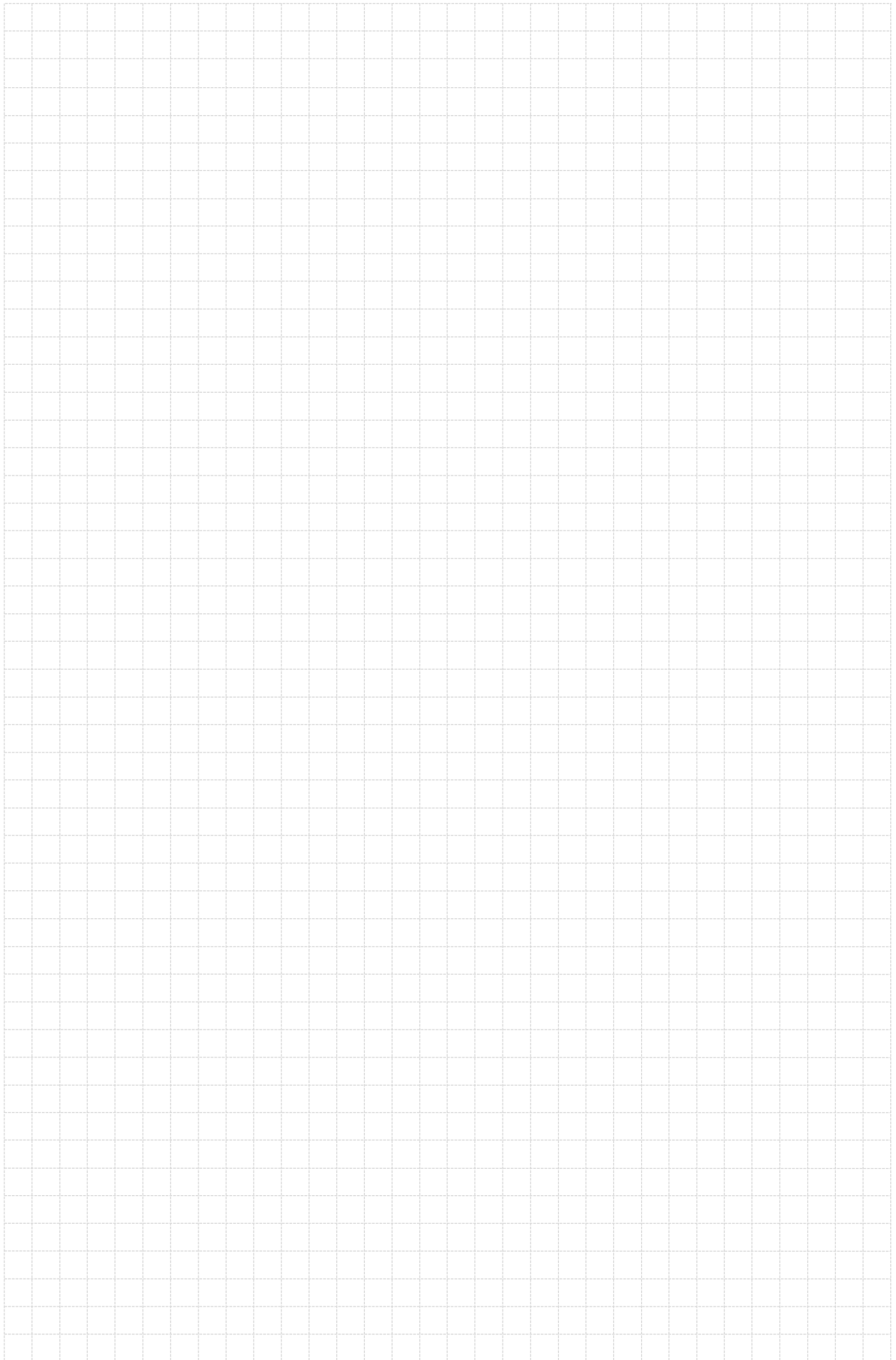
- b) Sie möchten das oben gegebene statische System mit folgendem Ersatzsystem modellieren.

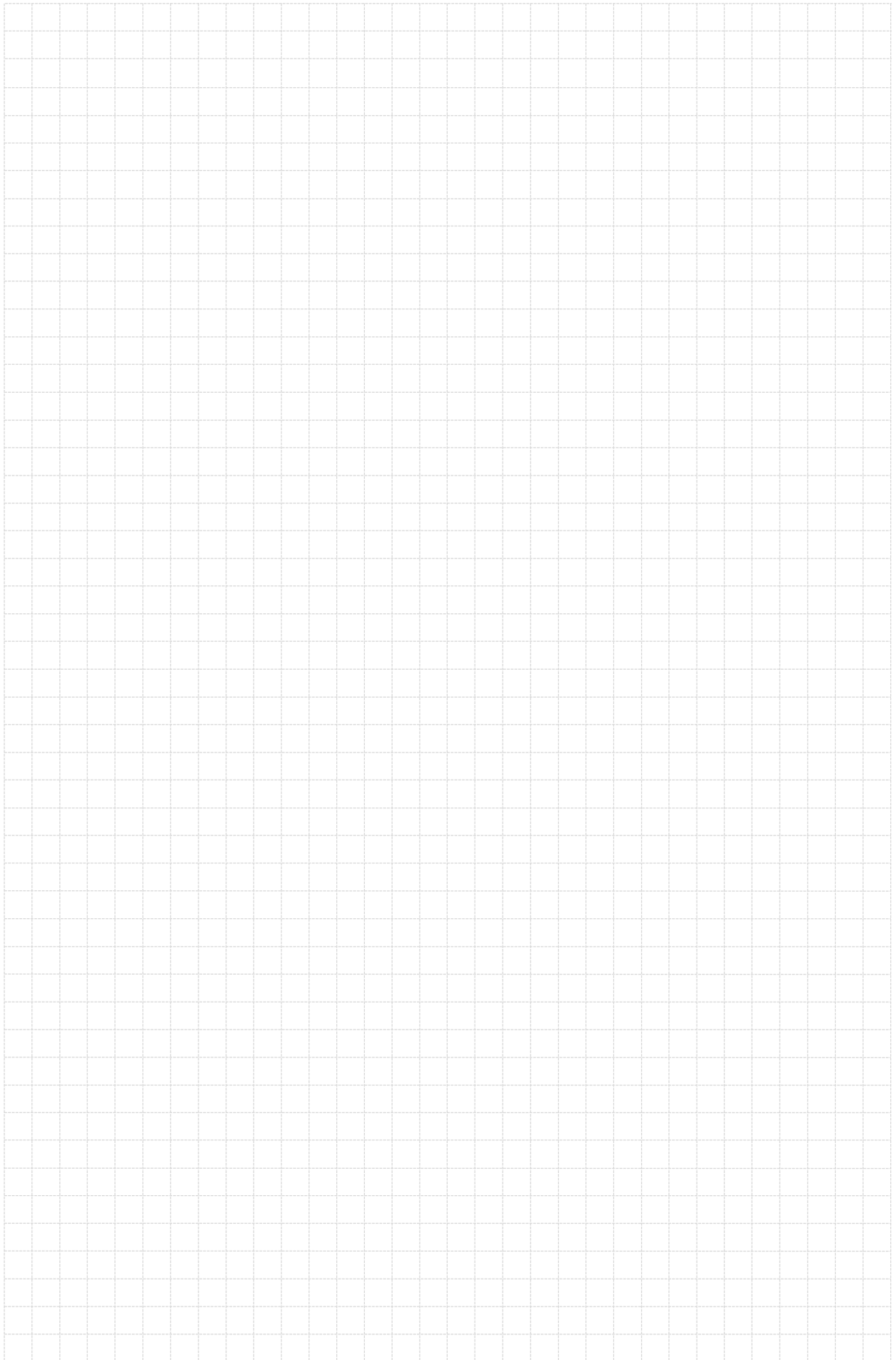


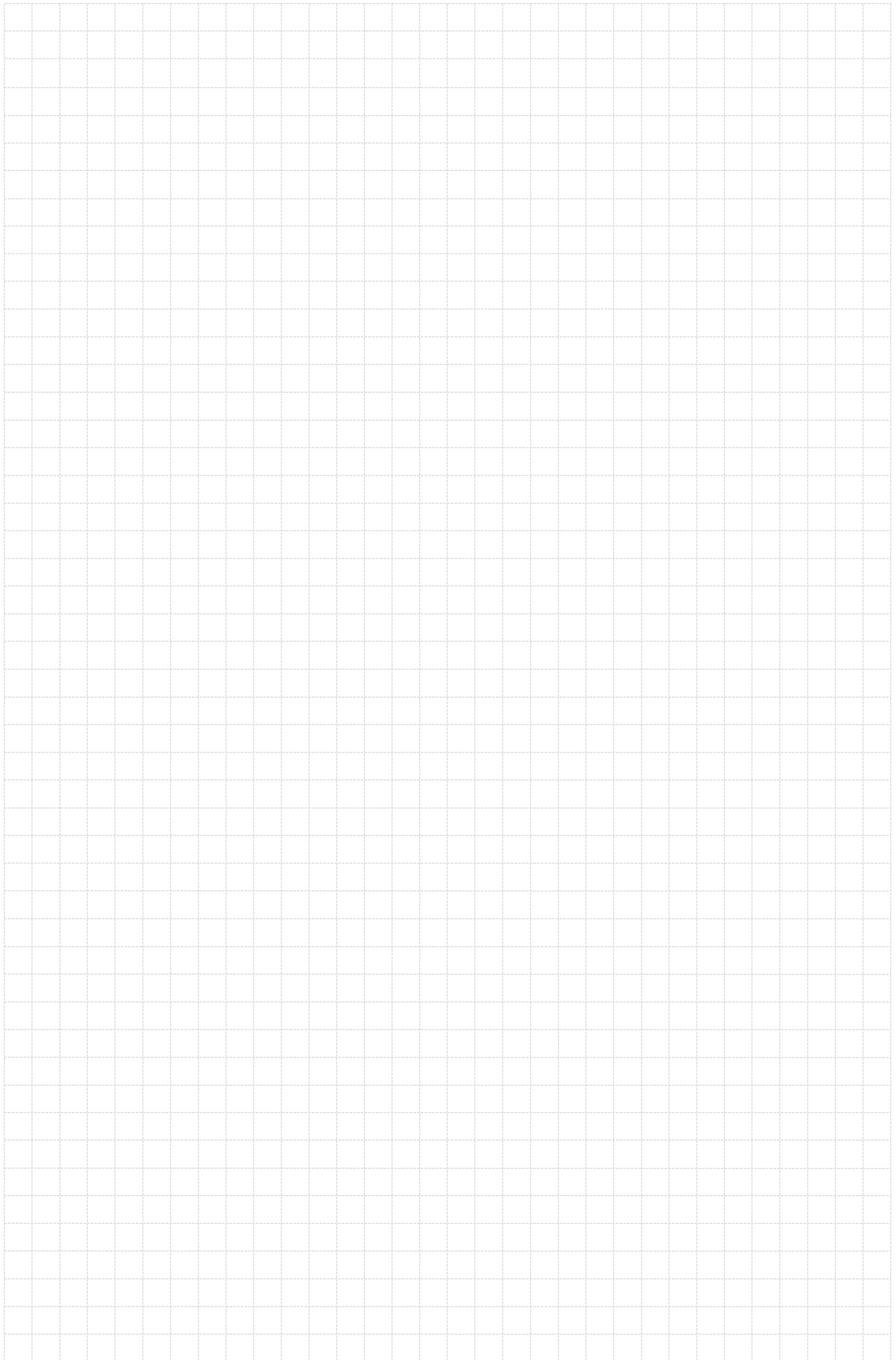
Berechnen Sie die unbekannten Federsteifigkeiten k_{1-3} . Verwenden Sie hierzu Ihre Ergebnisse aus Teilaufgabe a).











Aufgabe 5

(..... / 20 Punkte)

Gegeben ist folgendes System:

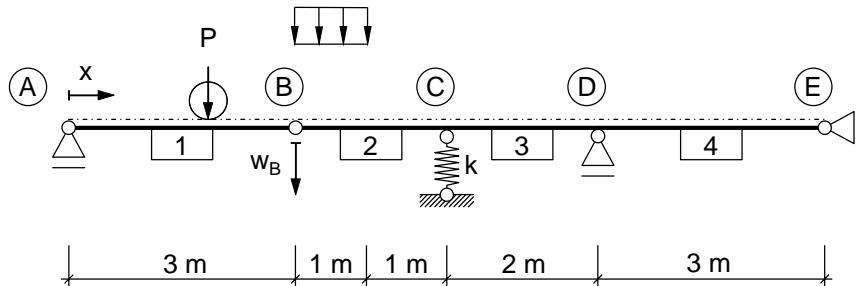
gegeben:

$$EI = 3\,000 \text{ kNm}^2$$

$$EA = 1\,000 \text{ kN}$$

$$k = 200 \text{ kN/m}$$

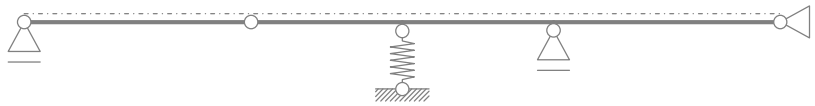
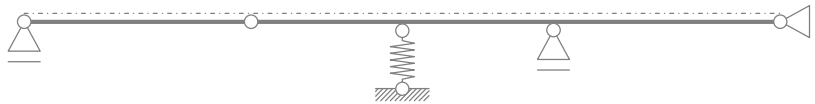
$q = 5 \text{ kN/m}$ (nur in Aufgabe b)



Bestimmen Sie die quantitative Einflusslinie für die Wanderlast P auf dem Lastgurt x für...

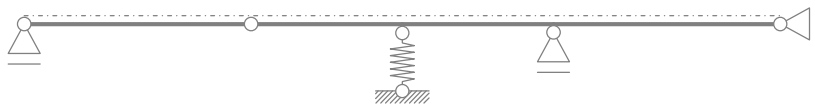
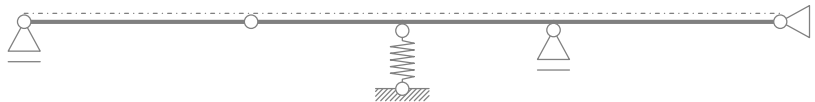
- ...die vertikale Auflagerkraft am Knoten D.
Geben Sie die Formel des Funktionsverlaufs der Einflusslinie $\eta(x)$ an.
- ...das Stützmoment am Knoten C.
Werten Sie die Einflusslinie für die Last q aus.
- ...das Feldmoment in der Mitte von Stab 3.
- ...die vertikale Verschiebung am Knoten B.

a)



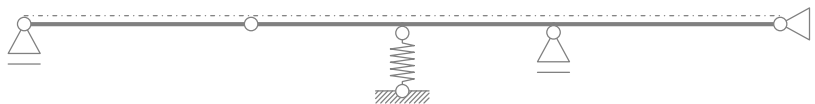
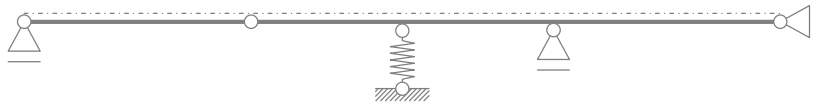
EL-A_D

b)



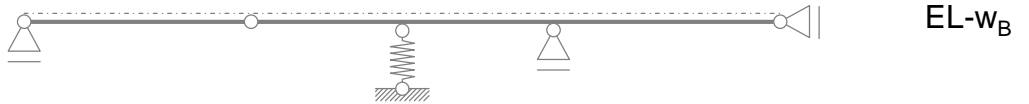
EL-M_C

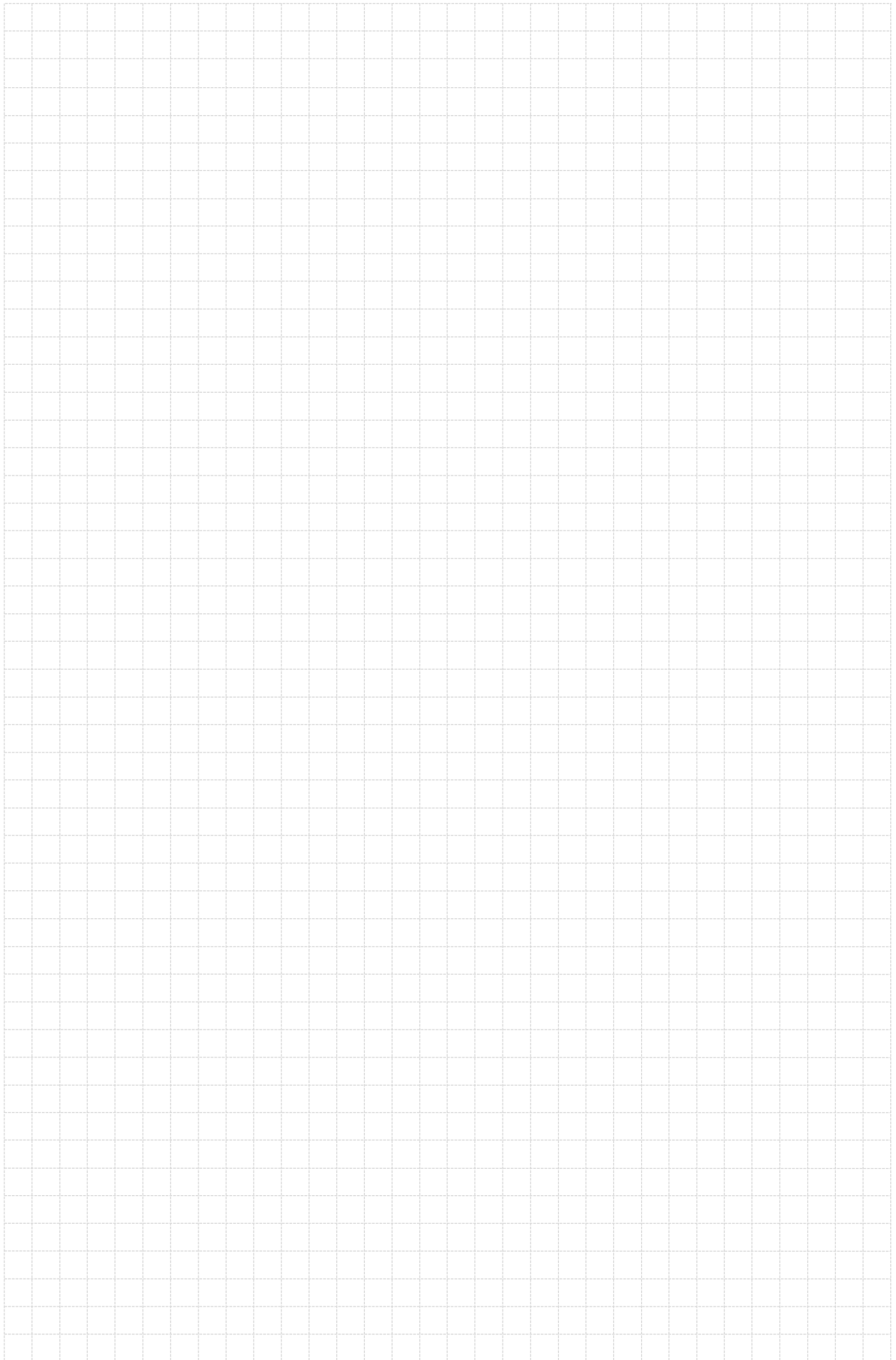
c)



EL-M₃

d)





Aufgabe 6

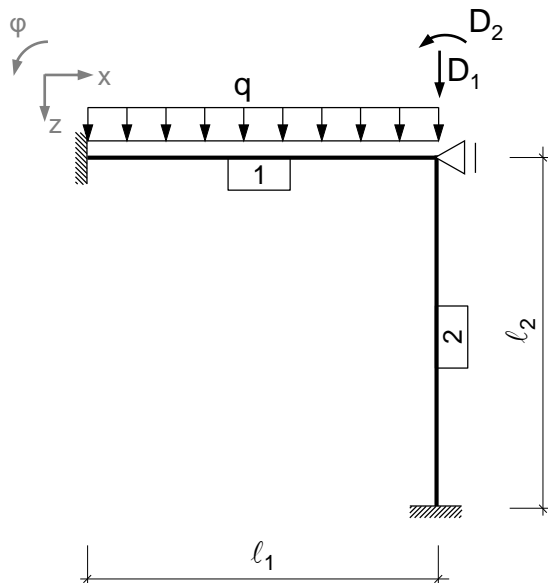
(..... / 14 Punkte)

Mittels Sensitivitätsanalyse soll das Verhalten der vertikalen Verschiebung D_1 bei sich ändernden Steifigkeitswerten untersucht werden. Hierzu sind folgende Schritte zu bearbeiten:

- a) Approximieren Sie die Ableitungen dD_1/dEI und dD_1/dEA mit dem Differenzenquotienten. Nutzen Sie hierfür die gegebene Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} und den gegebenen Lastvektor \mathbf{F} . Verwenden Sie die unten stehenden Referenzwerte, $\Delta EI = 2,0 \text{ MNm}^2$ und $\Delta EA = 10 \text{ MN}$.

Verwenden Sie in der Folge die adjungierte Sensitivitätsanalyse.

- b) Berechnen Sie basierend auf den gegebenen Referenzwerten den Vektor der adjungierten Variablen λ für die Antwortgröße D_1 .
- c) Berechnen Sie basierend auf den gegebenen Referenzwerten die Pseudo-Lasten für die Parameter EI und EA .
- d) Bestimmen Sie nun mit Hilfe der Ergebnisse der Teilaufgaben c) und d) die Sensitivitäten dD_1/dEI und dD_1/dEA .



gegebene Referenzwerte:

$$\begin{aligned} EA &= 100 \text{ MN} \\ EI &= 20 \text{ MNm}^2 \\ l_1 &= 2 \text{ m} \\ l_2 &= 2 \text{ m} \\ q &= 1 \text{ MN/m} \end{aligned}$$

Gleichgewicht: $\mathbf{KU} = \mathbf{F}$ mit

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \left(\frac{12EI}{l_1^3} + \frac{EA}{l_2} \right) & \frac{6EI}{l_1^2} \\ \frac{6EI}{l_1^2} & \left(\frac{4EI}{l_1} + \frac{4EI}{l_2} \right) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{ql_1}{2} \\ \frac{ql_1^2}{12} \end{bmatrix}$$

