Anmerkungen:

- 2 Pendelstabe $\rightarrow M=0; V=0$
- M -Verlauf Stab 3-4 \approx Einfeldträger $\left(\frac{q \cdot l^2}{8}\right)$
- Auflagerkraft in 1 und 2 = Normalkraft

Vorzeichen definition:



\Rightarrow hier: N_{12} und N_{23} sind bei positivem Vorzeichen aus dem GKW als Druckkraft definiert!

Gleichgewicht am Gesamtsystem:

$$\sum V: 0 = N_{13} \cdot \sin \alpha + N_{23} \cdot \sin \beta - q \cdot 3\sqrt{2} \cdot \sin \alpha$$

$$\Rightarrow N_{13} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + N_{23} \cdot \sin 26,57^\circ = 10 \text{ kN/m} \cdot 3\sqrt{2} \text{ m} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

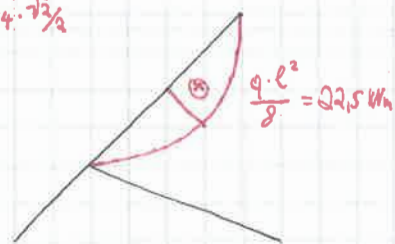
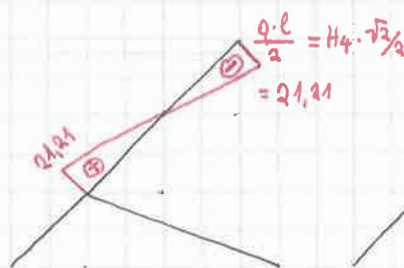
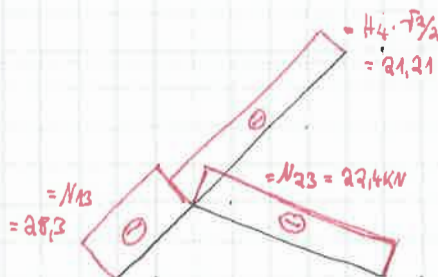
$$\sum H: 0 = N_{13} \cdot \cos \alpha - N_{23} \cdot \cos \beta + q \cdot 3\sqrt{2} \cdot \cos \alpha - H_4$$

$$\Rightarrow N_{13} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{23} \cdot \cos 26,57^\circ - H_4 = -10 \text{ kN/m} \cdot 3\sqrt{2} \text{ m} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sum M_1: 0 = H_4 \cdot 5 \text{ m} + N_{23} \cdot \sin \beta \cdot 6 \text{ m} - q \cdot 3\sqrt{2} \cdot 3,5\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow N_{23} \cdot \sin 26,57^\circ \cdot 6 \text{ m} + H_4 \cdot 5 \text{ m} = \underbrace{10 \text{ kN/m} \cdot 3\sqrt{2} \text{ m} \cdot 3,5\sqrt{2} \text{ m}}_{\text{Resultierende Hebelarm}}$$

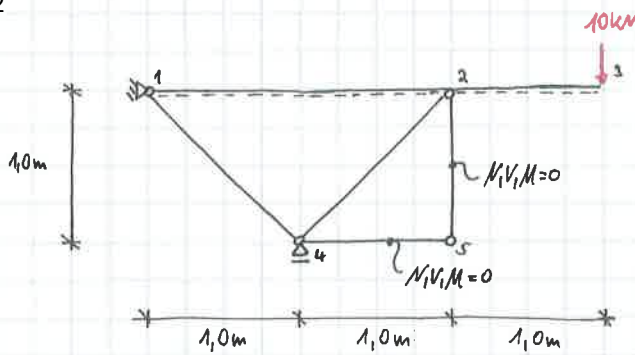
Lösung des GLS: $N_{13} = 29,3 \text{ kN}$; $N_{23} = 27,4 \text{ kN}$; $H_4 = 30,0 \text{ kN}$

 \rightarrow Druck \rightarrow Druck

N
[kN]

V
[kN]

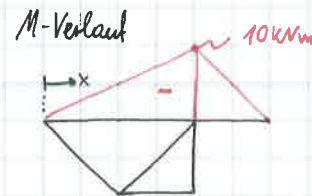
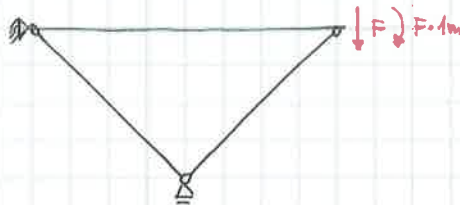
M
[kNm]



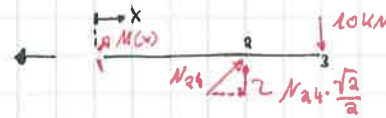
Anmerkungen:

- Fachwerkregel: \rightarrow 2 Nullstäbe
- Symmetrie: $N_{14} = N_{24}$
- Einzellast $\hat{=}$ linearer M-Verlauf

• Systemreduzierung



Es gilt: $M(x=0) = 0 = -10 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} + N_{24} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2 \text{ m}$
 $\Rightarrow N_{24} = N_{14} = 15\sqrt{2} \text{ kN}$ (Druck)



\rightarrow Auflagerkraft in 4: Vertikalkomponenten von N_{24} & N_{14} :

$V_{14} = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 15 \text{ kN} = 30 \text{ kN}$

\rightarrow Normalkraft in 1-2: Horizontalkomponente von N_{14}

$N_{12} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 15 \cdot \sqrt{2} \text{ kN} = 15 \text{ kN}$ (Zug)

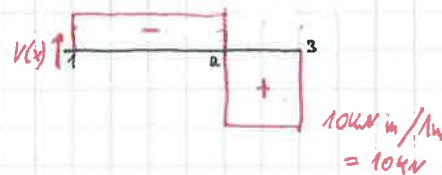


\rightarrow Der Querkraftverlauf des Stabes 1-2-3 kann aus

der Ableitung des Moments bestimmt werden:

lineares Moment \rightarrow konstante Querkraft

$10 \text{ kNm/m} = 5 \text{ kN}$



Aus dem Querkraftverlauf lässt sich auch die

Auflagerkraft V_1 bestimmen:

$\Rightarrow V(x=0) = -5 \text{ kN} = V_1 + N_{14} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

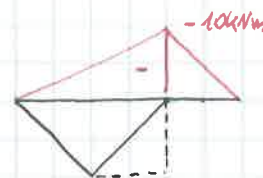
$V_1 = -20 \text{ kN}$



N
[kN]

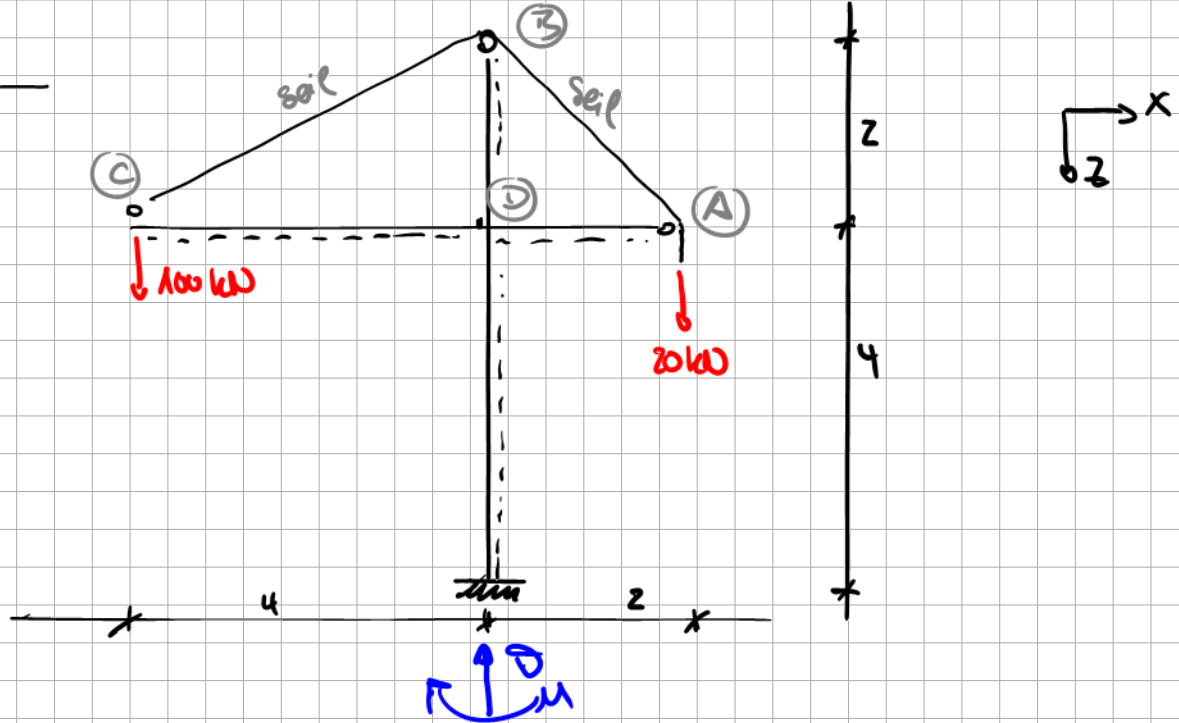


V
[kN]



M
[kNm]

Aufgabe 3



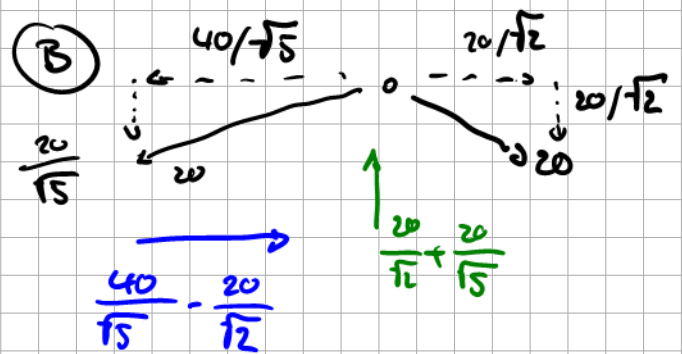
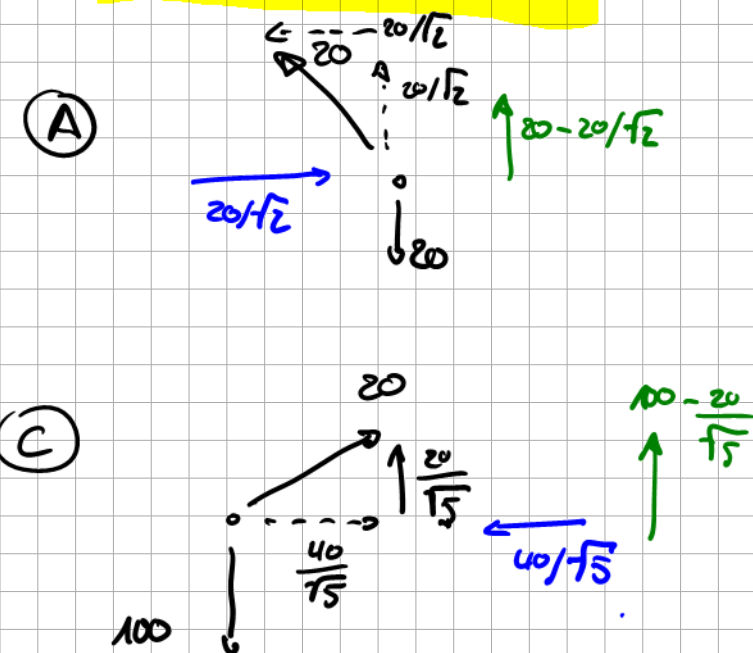
! 1 durchgängiges Seil von A-B-C, über reibungsfreie Rollen!
 → konstante Seilkraft im gesamten Seil!
 hier: 20 kN

1.) Auflager:

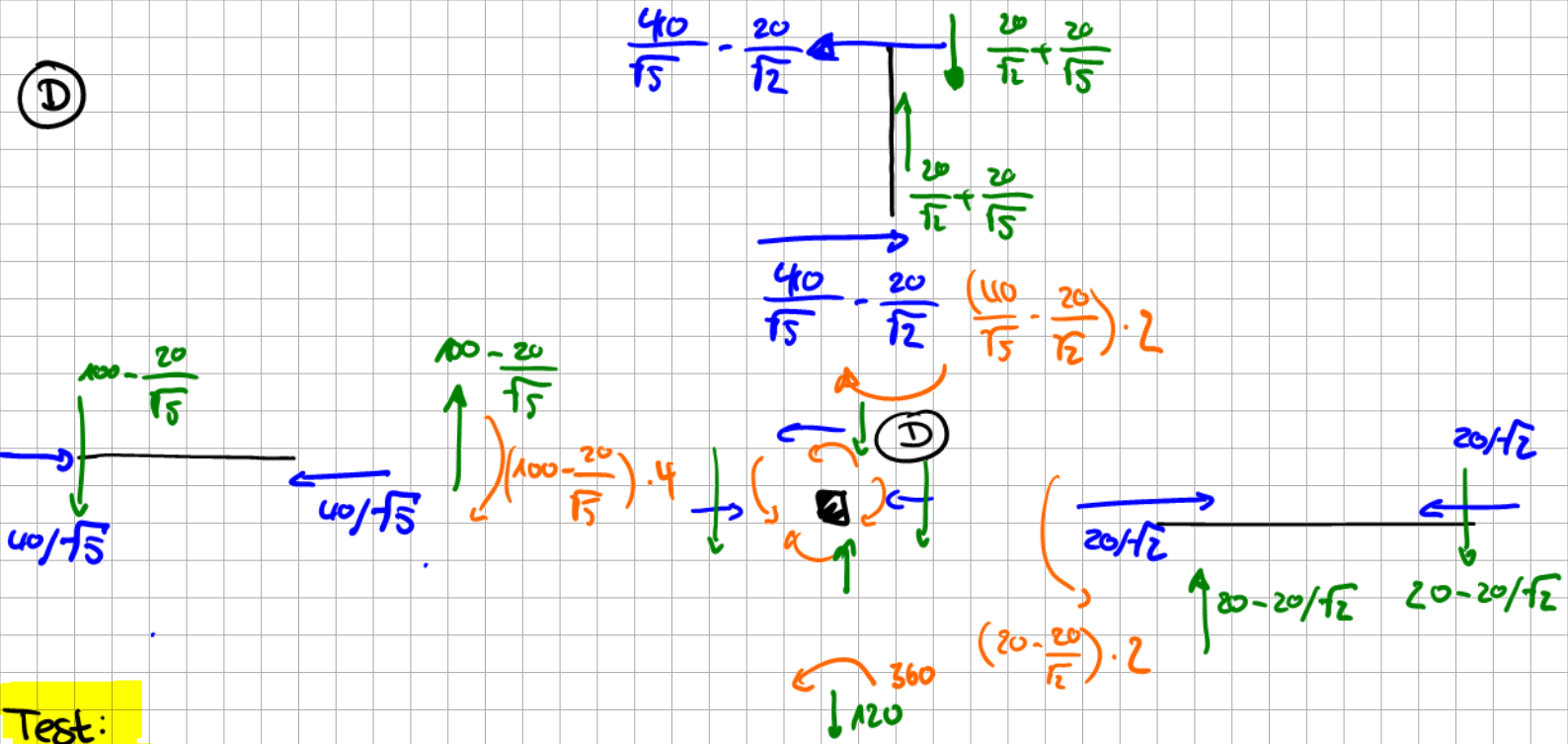
$$\sum F_z = 0 = -100 - 20 + D = 0 \rightarrow D = 120$$

$$\sum M = 0 = M + 20 \cdot 2 - 100 \cdot 4 = 0 \rightarrow M = 360$$

2.) Knoten freischnitten



①



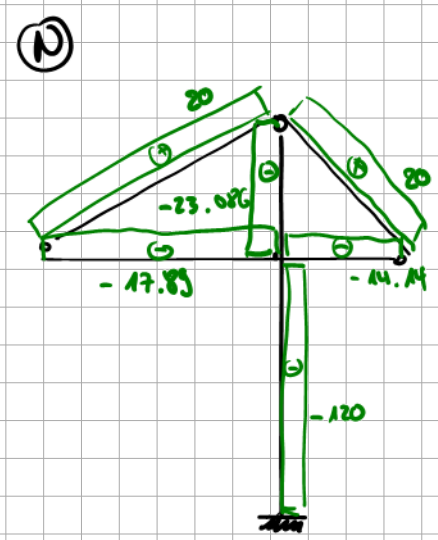
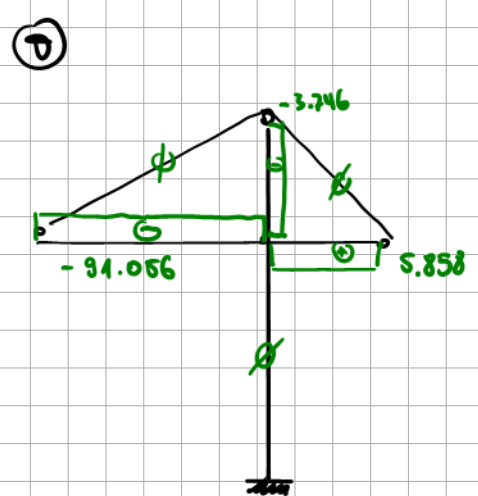
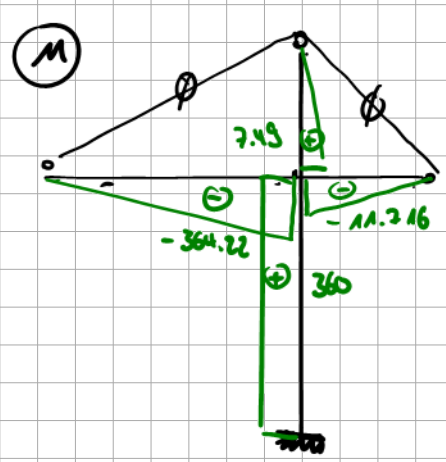
Test:

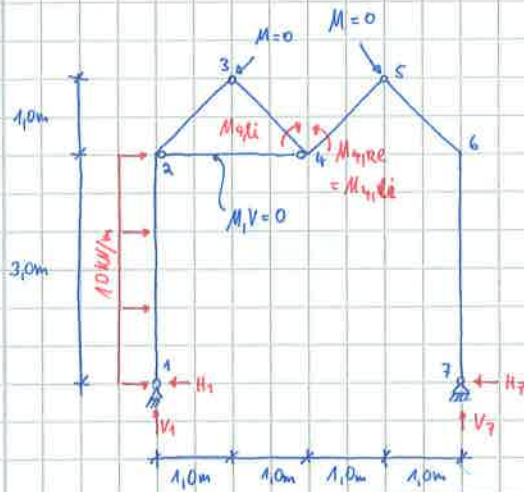
$$\sum F_{x0} \stackrel{!}{=} 0 = \frac{40}{15} - \left(\frac{40}{15} - \frac{20}{12} \right) - \frac{20}{12} = 0 \quad \checkmark$$

$$\sum F_{y0} \stackrel{!}{=} 0 = \left(100 - \frac{20}{15} \right) + \left(\frac{20}{12} + \frac{20}{15} \right) + \left(20 - \frac{20}{12} \right) - 120 = 0 \quad \checkmark$$

$$\sum \mu_0 \stackrel{!}{=} 0 = \left(100 - \frac{20}{15} \right) \cdot 4 + \left(\frac{40}{15} - \frac{20}{12} \right) \cdot 2 - \left(20 - \frac{20}{12} \right) \cdot 2 - 360 = 0 \quad \checkmark$$

3.) Zustandslinien





Anmerkungen

- Pendelstab: $M, V = 0$
- Bei einem Knick gilt: $M_{li} = M_{re}$
- Teilsysteme bilden

Gleichgewicht am Gesamtsystem:

$$\uparrow \sum V: V_1 = -V_7$$

$$\rightarrow \sum H: -H_1 - H_7 + 10 \text{ kN/m} \cdot 3 \text{ m}$$

(I)

$$\sum M_1: V_7 = \frac{10 \text{ kN/m} \cdot 3 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} \cdot \frac{1}{2}}{4 \text{ m}} = \frac{45}{4} \text{ kN}$$

Gleichgewicht am Teilsystem ①



$$M_5 \stackrel{!}{=} 0 = H_7 \cdot 4 \text{ m} - \frac{45}{4} \text{ kN} \cdot 1 \text{ m}$$

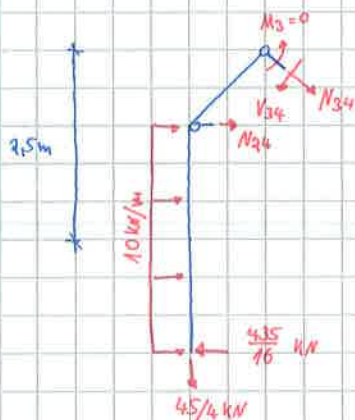
$$\Rightarrow H_7 = \frac{45}{16} \text{ kN}$$

$$\text{Aus (I) folgt: } H_1 = \frac{435}{16} \text{ kN}$$

$$\nearrow \sum F: N_{54} = +\frac{\sqrt{2}}{2} \left(-\frac{45}{16} + \frac{45}{4} \text{ kN} \right) = \frac{\sqrt{2} \cdot 135}{32} \text{ kN}$$

$$\searrow \sum F: V_{54} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{45}{16} + \frac{45}{4} \right) = -\frac{\sqrt{2} \cdot 225}{32} \text{ kN}$$

Gleichgewicht am Teilsystem ②

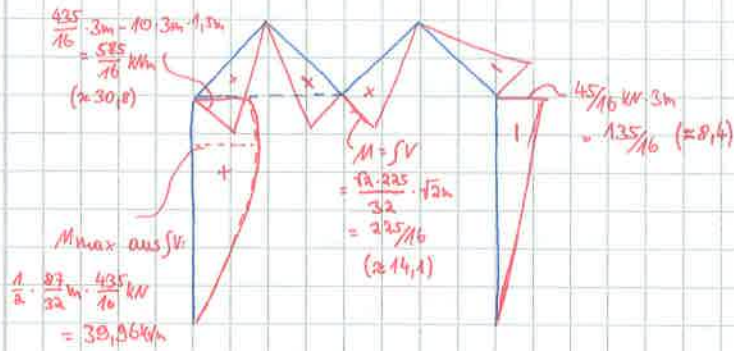


$$M_3 \stackrel{!}{=} 0 \rightarrow N_{24} \cdot 1 \text{ m} = -\frac{45}{4} \text{ kN} \cdot 1 \text{ m} + \frac{435}{16} \cdot 4 \text{ m} - 10 \text{ kN/m} \cdot 3 \text{ m} \cdot 2,5 \text{ m}$$

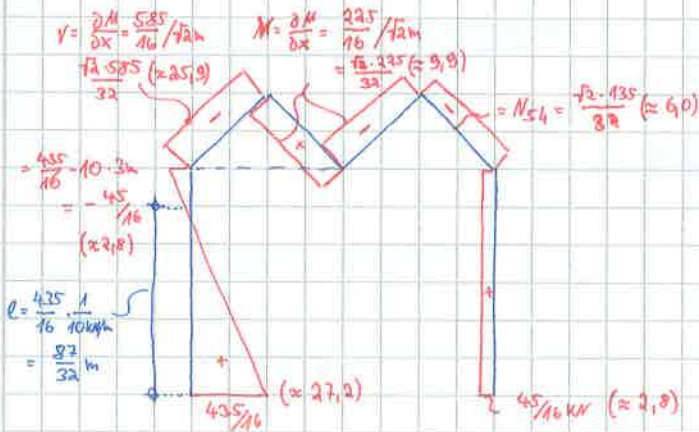
$$\Rightarrow N_{24} = 22,5 \text{ kN}$$

$$\nearrow \sum F: N_{34} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(-22,5 \text{ kN} + \frac{435}{16} \text{ kN} - \frac{45}{4} \text{ kN} - 3 \text{ m} \cdot 10 \text{ kN/m} \right)$$

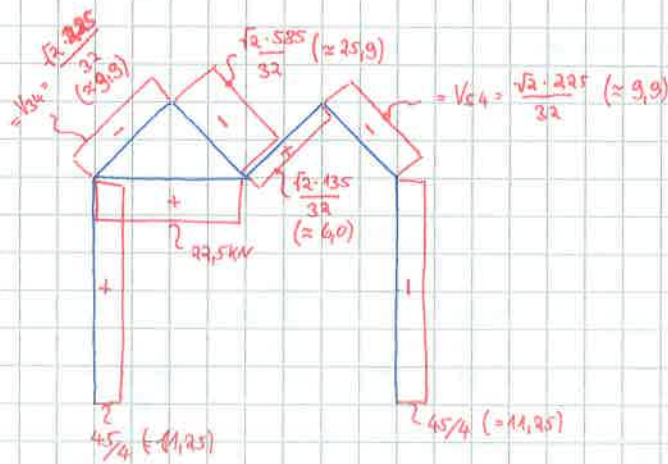
$$= -\frac{\sqrt{2} \cdot 535}{32} \text{ kN}$$



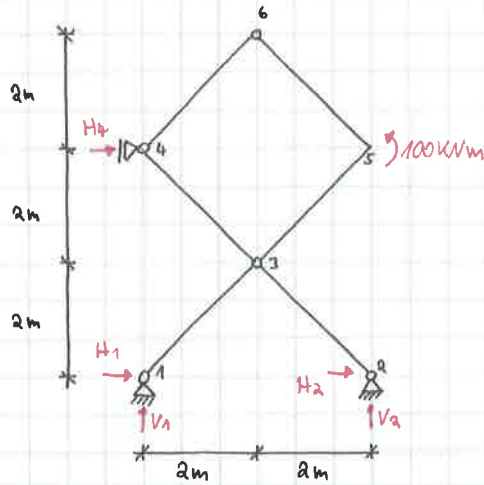
$M \text{ [kNm]}$



$V \text{ [kN]}$



$N \text{ [kN]}$

Anmerkungen

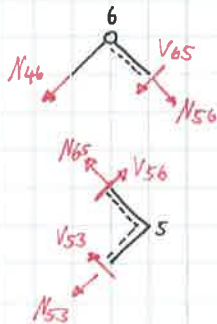
- Stäbe 1-3, 2-3, 3-4, 4-6 → Pendelstäbe
- Ableitung $M\text{-Verlauf} \hat{=} Q\text{-Verlauf}$
Integral $Q\text{-Verlauf} \hat{=} M\text{-Verlauf}$
- Orthogonal zur Stabachse angreifende Lasten können von einem Pendelstab nicht aufgenommen werden

Gleichgewicht am Gesamtsystem

$$\uparrow \Sigma V: V_1 + V_2 = 0 \quad \Rightarrow V_1 = -V_2 \quad (\rightarrow N_{12} = -N_{23})^*$$

$$\rightarrow \Sigma H: H_4 + H_1 + H_2 = 0 \quad \Rightarrow -H_4 = H_1 + H_2 \quad (H_1 = H_2)^*$$

* Diese Beziehungen ergeben sich aus $V_1 = -V_2$ und dadurch dass beide Stäbe die gleiche Neigung aufweisen.



$$\Rightarrow \text{Stab 4-6: } V=0 \text{ (Pendelstab)}; N = N_{46}$$

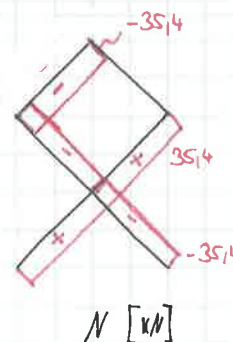
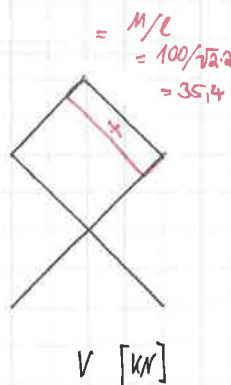
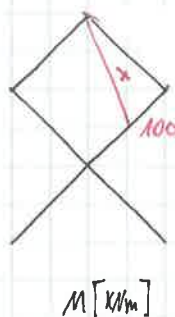
$$\rightarrow N_{56} = 0; V_{65} = -N_{46}$$

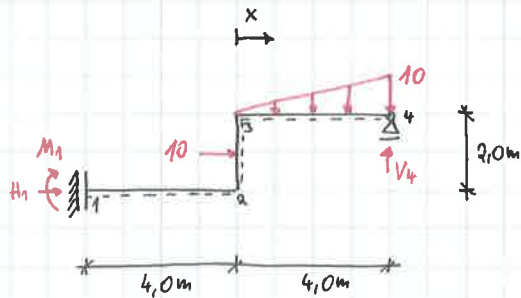
$$\Rightarrow \text{Stab 6-5: keine Änderung der Querkraft: } V_{65} = V_{56}; N_{65} = 0$$

$$\rightarrow N_{53} = V_{56}; N_{53} = 0$$

Da die Querkraft in Stab 5-3 = 0 ist, ist auch der Moment = 0. Das einwirkende Moment verursacht also nur Biegung in Stab 5-6.

Des weiteren gilt $N_{34} = N_{32}$ und $N_{31} = N_{35}$, da die zugehörigen Stäbe um Knoten 3 orthogonal anschließen.



Anmerkungen

• Belastung \rightarrow Querkraft \rightarrow Moment

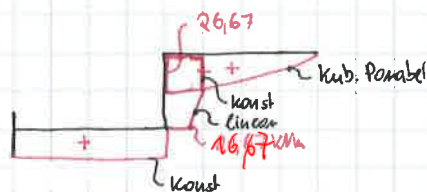
linear \rightarrow quadr. Parabel \rightarrow kub. Parabel

Randbedingungen:

$$M_1 \neq 0; \quad H_1 = -10 \text{ kN}; \quad V_4 = \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ kN/m} \cdot 4,0 \text{ m} = 20 \text{ kN}; \quad M_4 = 0$$

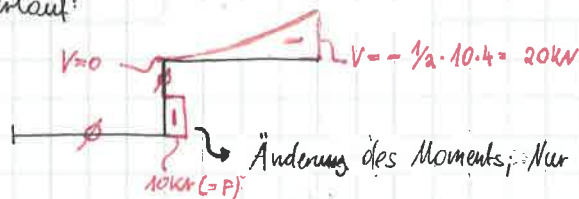
 \rightarrow M-Verlauf:

Konstant zwischen 1-2, linear & konstant zwischen 2-3; kubische Parabel zwischen 3-4



$$M_3 = V_4 \cdot 4 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ kN/m} \cdot 4 \text{ m} \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 \text{ m} = 26,67 \text{ kNm}$$

$$M_1 = -10 \text{ kN} \cdot 0,5 \text{ m} \cdot 2 + V_4 \cdot 8 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ kN/m} \cdot 4 \text{ m} \cdot \left(4 \text{ m} + \frac{2}{3} \cdot 4 \text{ m} \right) = 18,67 \text{ kNm}$$

 \rightarrow Q-Verlauf:

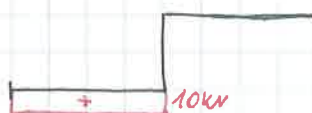
Änderung des Moments: Nur durch Kraft F verändert

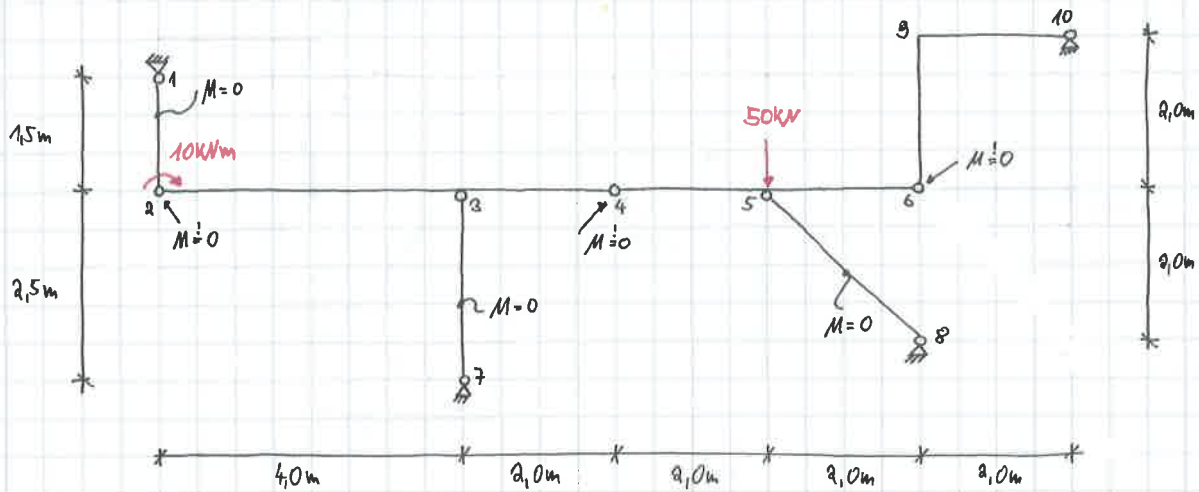
 \rightarrow N-Verlauf:

$N_{34} = 0$ da verschiebliches Auflager in x-Richtung

$N_{23} = 0$ da Auflager 1 verschieblich in y-Richtung

$$N_{12} = 10 \text{ kN (Zug)} = H_1$$





• Anmerkungen:

Normalkraft in den Stäben 2-3, 3-4, 4-5 muss null sein

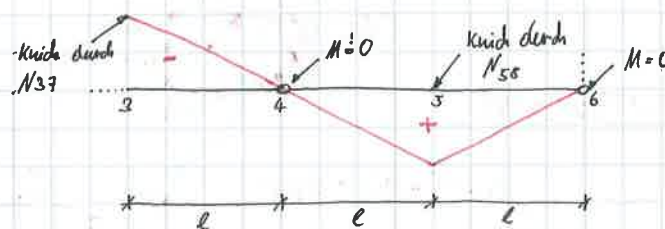
$V_{21} = 0$, da Pendelstab



$N_{23} = 0$

$V_{37} = 0$, da Pendelstab

Die M-Linie muss zwischen 3-4-5-6 die gleiche Steigung haben, und damit auch die gleiche Querkraft



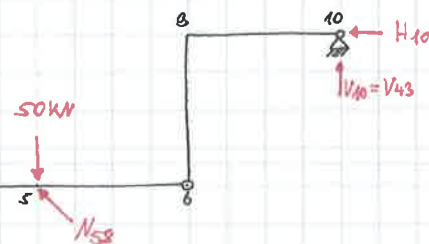
Die gleiche Querkraft hat auch Stab 9-10, da keine weiteren äußeren Lasten zwischen 5-6-8 & 10 angreifen: Die Auflagerkraft in 10 ist gleich der Querkraft in 9-10. Durch das Gleichgewicht am Teilsystem lassen sich die Querkräfte direkt bestimmen

$$\sum V: 2 \cdot V_{43} + \sqrt{2}/2 \cdot N_{58} - 50 \text{ kN} = 0$$

$$\sum H: -H_{10} - \sqrt{2}/2 \cdot N_{58} = 0$$

$$\sum M_5: -V_{43} \cdot 2.0 \text{ m} + V_{48} \cdot 4.0 \text{ m} + H_{10} \cdot 2.0 \text{ m} = 0$$

$N=0$

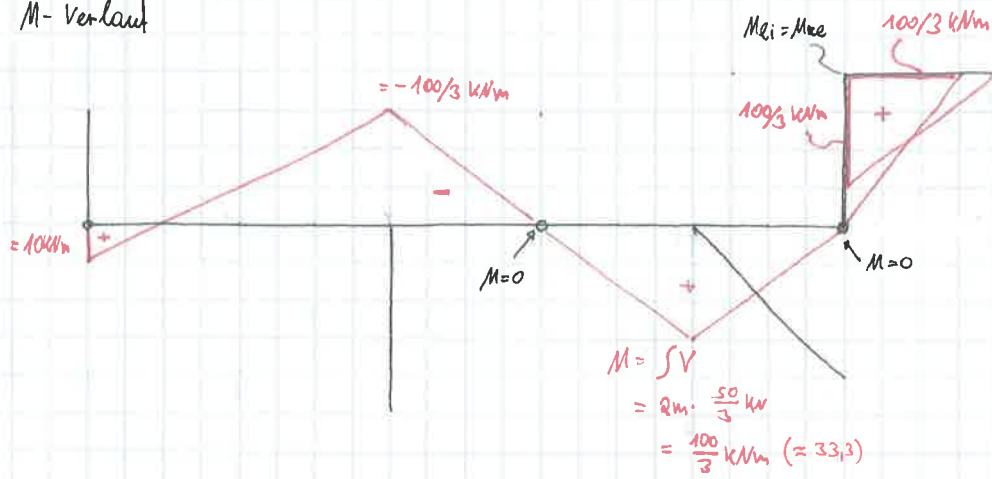


$$\Rightarrow V_{43} = V_{10} = 50/3 \text{ kN}$$

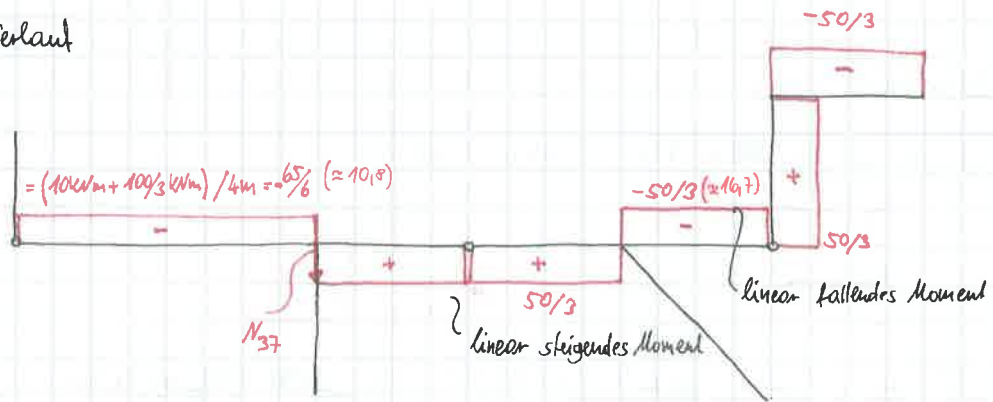
$$\Rightarrow N_{58} = \frac{100}{3\sqrt{2}} \text{ kN}$$

$$\Rightarrow H_{10} = -50/3 \text{ kN}$$

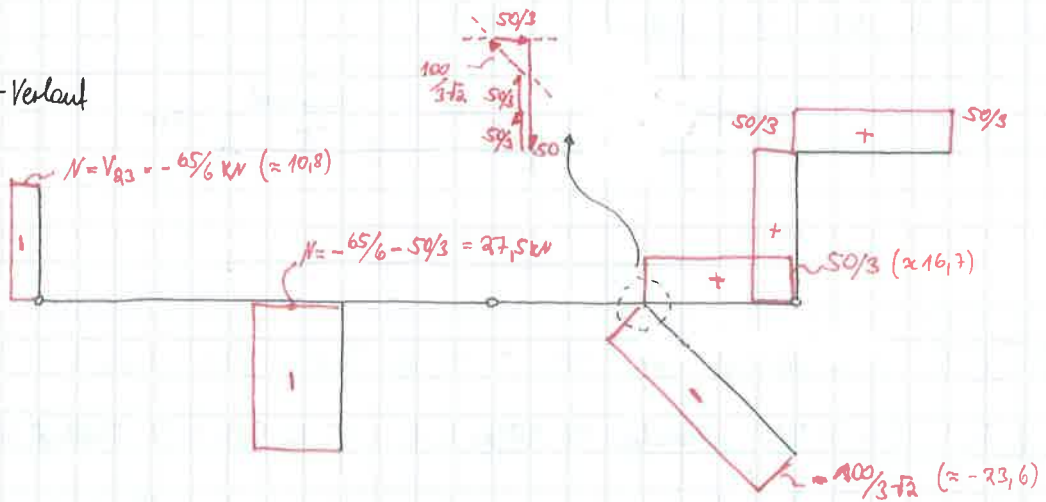
M-Verlauf

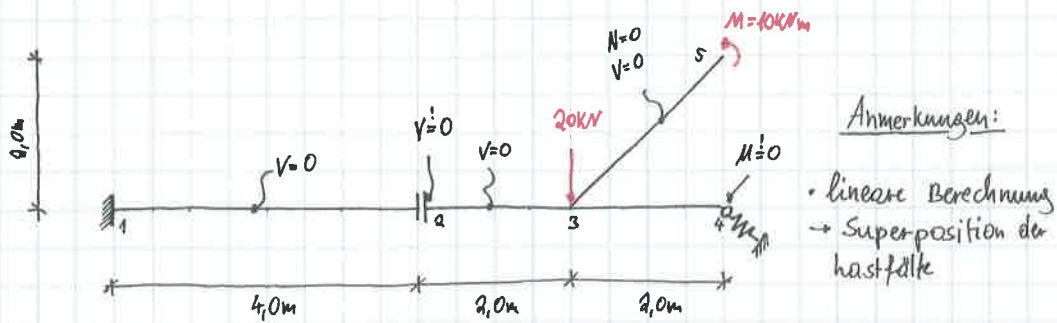


V-Verlauf



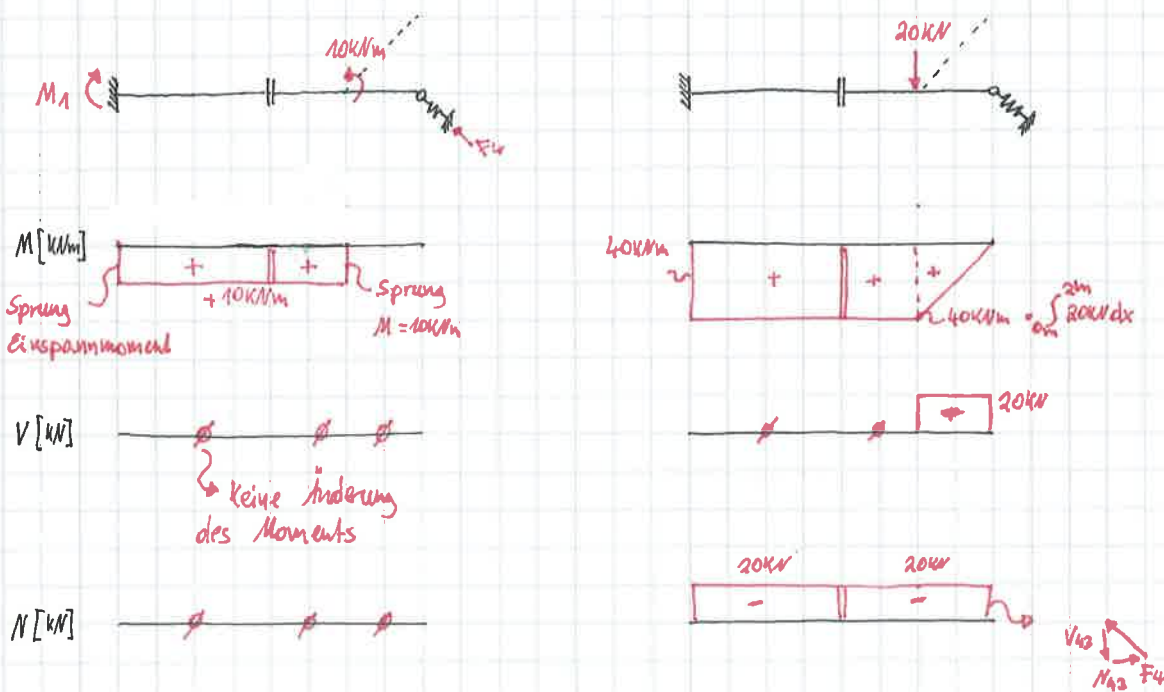
N-Verlauf



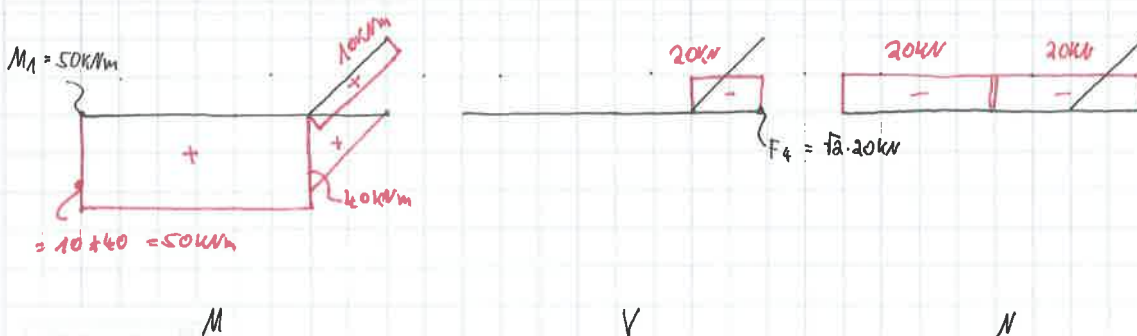


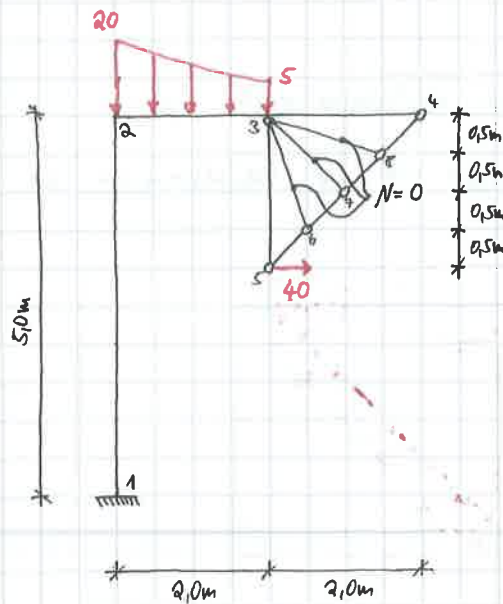
Durch das Querkraftgelenk und dadurch das im Teilsystem keine äußeren lasten angreifen, ist die Querkraft in Stab 1-2-3 = 0, und das Moment daher konstant. In Knoten 4 muss das Moment am Gelenk = 0 sein

Das System kann reduziert werden, und die lastfälle werden getrennt berechnet.



Die Gesamtlösung ergibt sich aus der Überlagerung der beiden lastfälle





Anmerkungen

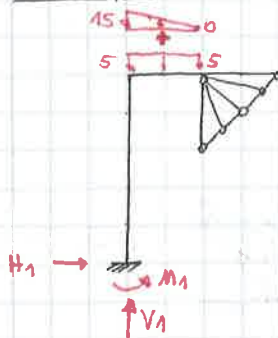
- Fachwerkregel: Unbelastete Knoten mit 3 Stäben, 2 davon in gleiche Richtung

\Rightarrow 3. Stab $N=0$



- lineare Berechnung
 \rightarrow Superposition der einzelnen lastfälle

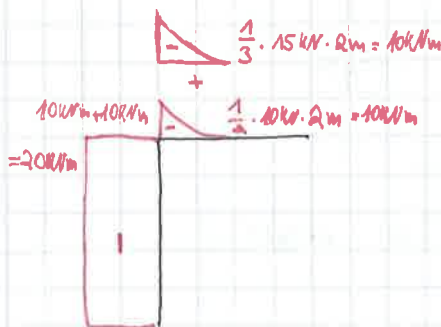
1. lastfall:



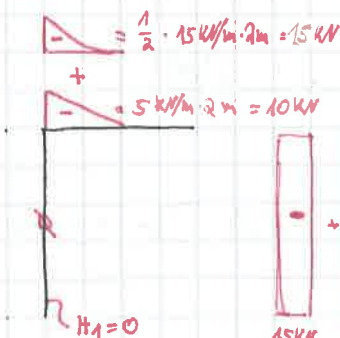
\Rightarrow Rechte Teil des Tragwerks unbelastet,

gesamte Kraft geht direkt ins Auflager 1.

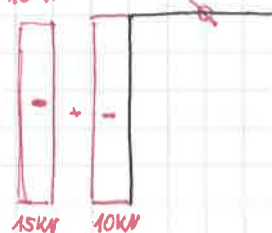
Z.B. kann man sich die Verformungsfigur vorstellen, dann ist klar das alle kräfte im rechten Tragwerks teil $=0$ sein müssen.



$M [kNm]$



$V [kN]$

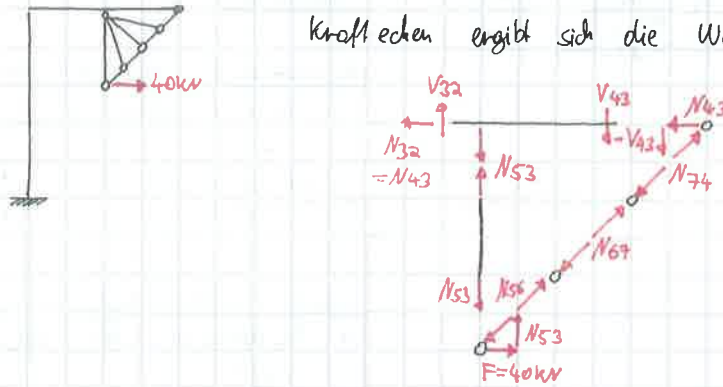


$N [kN]$

Belastung	Querkraft	Moment
konstant	linear	quadr. Parabel
linear	quadr. Parabel	kub. Parabel

2. Lastfall

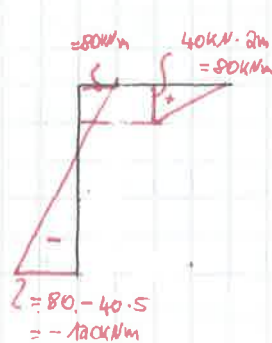
Durch Anwendung der Facherkreuzeln und von Kraftrechen ergibt sich die Weiterleitung der Last



$$\Rightarrow N_{56} = N_{67} = N_{74} = \sqrt{2} \cdot 40 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow N_{53} = -V_{43} = 40 \text{ kN}$$

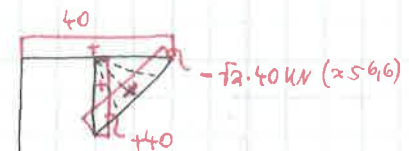
$$\Rightarrow V_{32} = N_{53} + V_{43} = 0 \text{ kN}$$



$M [\text{kNm}]$

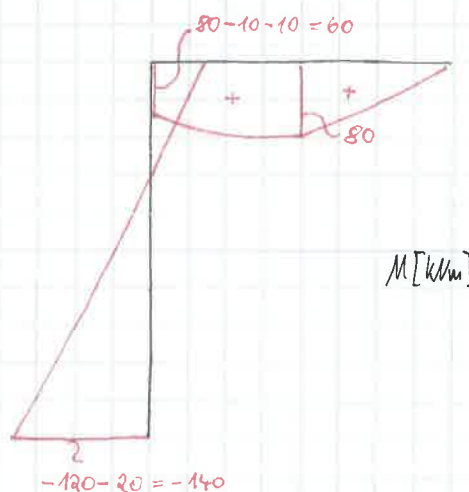


$V [\text{kN}]$

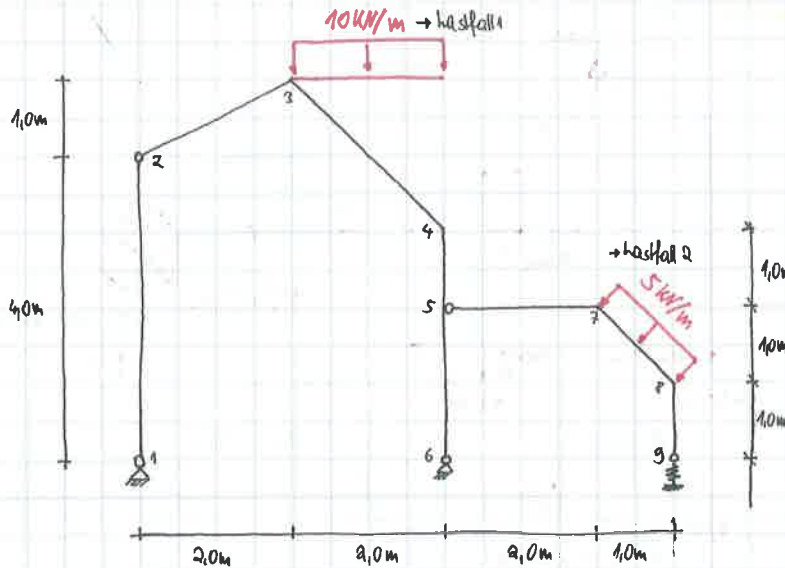


$N [\text{kN}]$

\Rightarrow Überlagerung der lastfälle (hier nur für Moment dargestellt)



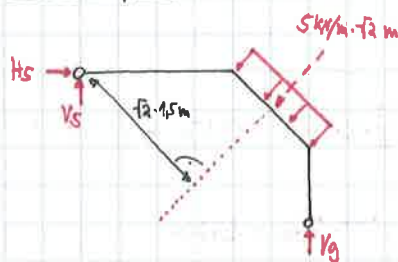
$M [\text{kNm}]$



Anmerkungen

- Überlagerung von zwei Lastfällen
- Aufteilen in 2 Teilsysteme, linkes Teilsystem ähnlich eines Dreigelenkrahmens

Re. Teilsystem



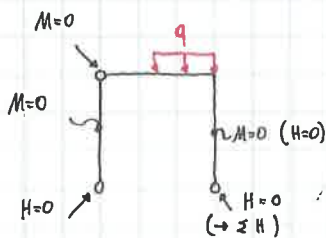
$$\sum H: H_5 = 5 \text{ kN/m} \cdot 2 \text{ m} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5 \text{ kN}$$

$$\sum M_S: V_5 = \frac{5 \text{ kN/m} \cdot 2 \text{ m} \cdot 2 \text{ m} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{3 \text{ m}} = 5 \text{ kN}$$

$$\sum V: V_5 = 5 \text{ kN} - 5 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

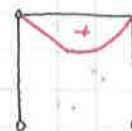
li. Teilsystem

Ähnlich eines Dreigelenkrahmens. Wirken auf den Pendelstab keine äußeren Lasten ein, muss dessen $M_{\text{linke}} = 0$ sein und damit auch dessen horizontale Auflagerkraft

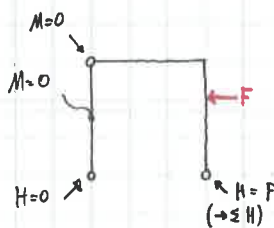


unbelasteter Abschnitt: $M = \text{linear}$

belasteter Abschnitt: $M = \text{Parabel}$

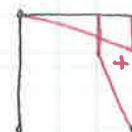


M



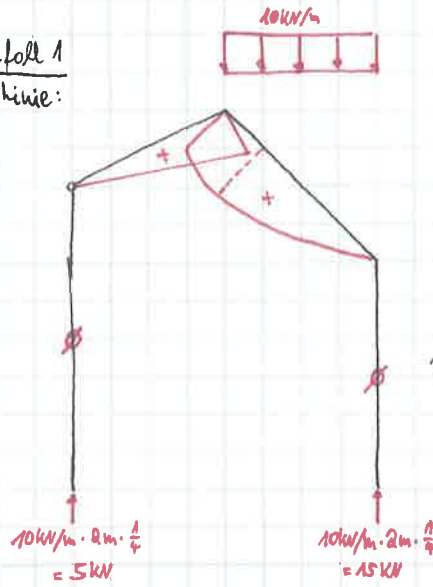
H-Kraft muss vom rechten

Auflager aufgenommen werden

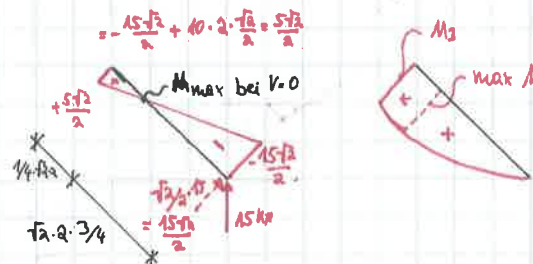


M

lastfall 1
M-hinie:



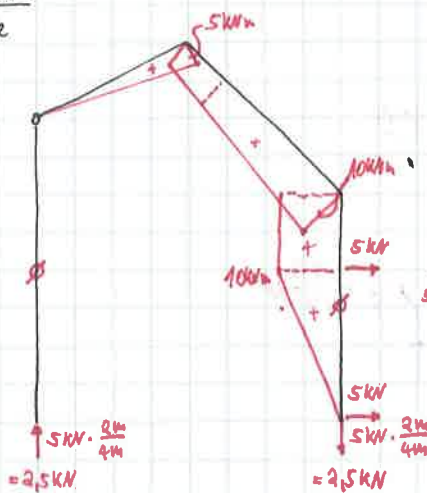
Querkraftverlauf Stab 3-4



$$M_{\max} = \int V dx = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 2m \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{15\sqrt{2}}{2} \text{ kN} = 11,25 \text{ kNm}$$

$$M = \int V dx = M_{\max} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 2m \cdot \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ kN} = 10,0 \text{ kNm}$$

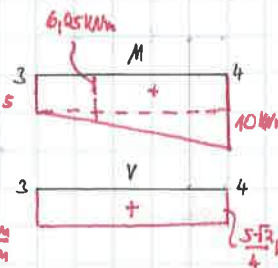
lastfall 2
M-hinie



Querkraftverlauf Stab 3-4



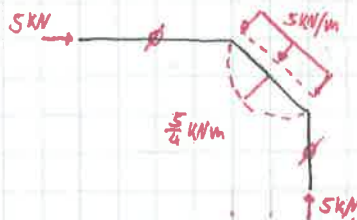
$$\rightarrow M_3 = + 2,5 \text{ kN} \cdot 2m = + 5 \text{ kNm}$$



Lineare M-Verlauf
 $V = \text{konstant}$

$$V = 5 \text{ kN} / \sqrt{2} \cdot 2m = \frac{5\sqrt{2}}{4} \text{ kN}$$

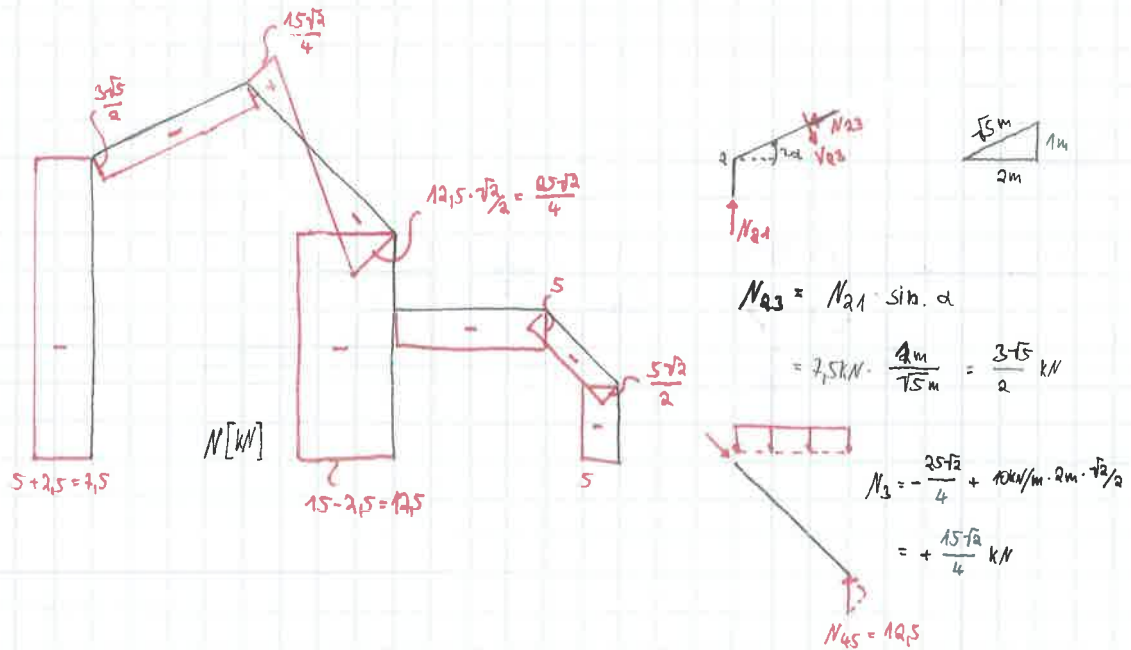
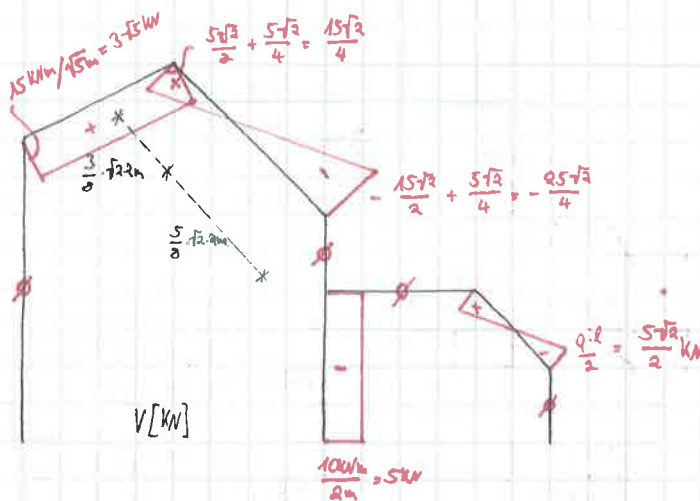
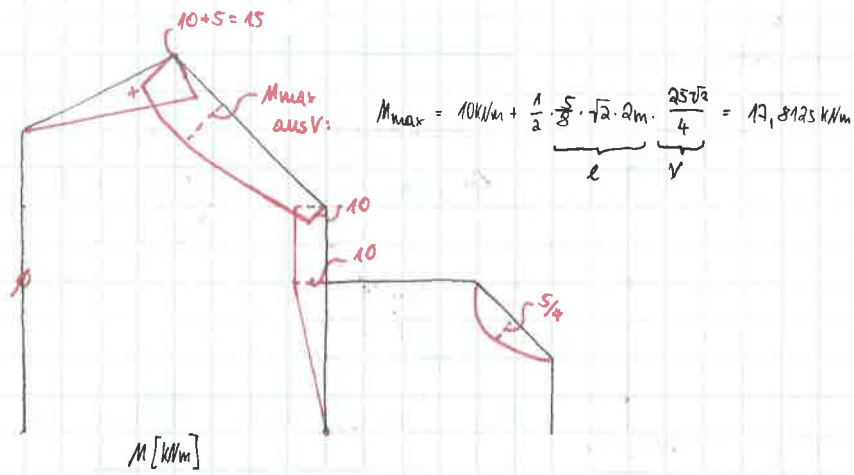
lastfall 2
M-hinie Teilsystem 2

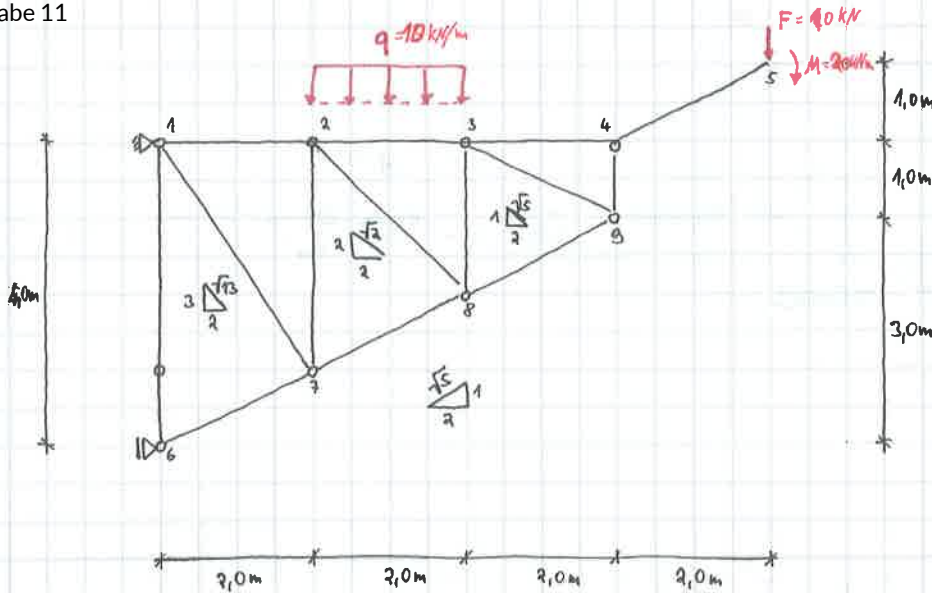


$$M_{\max} = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{5 \text{ kN/m} \cdot (\sqrt{2}m)^2}{8} = \frac{5}{4} \text{ kNm}$$

$$V_{\max} = \frac{q \cdot l}{2} = \frac{5 \text{ kN/m} \cdot \sqrt{2}m}{2} = \pm \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ kN}$$

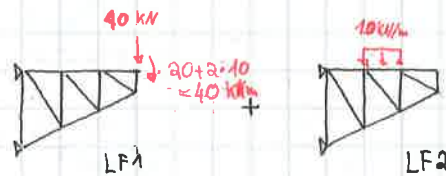
Superposition der einzelnen Lastfälle:





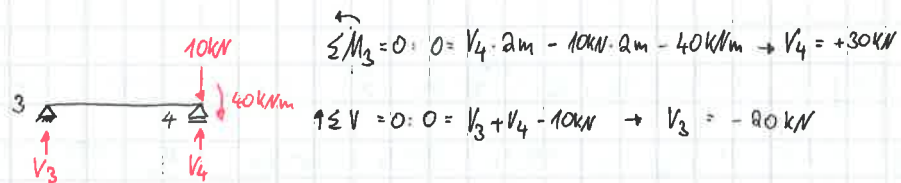
Anmerkungen:

- Reduktion des System
- Aufteilen in 2 lastfälle

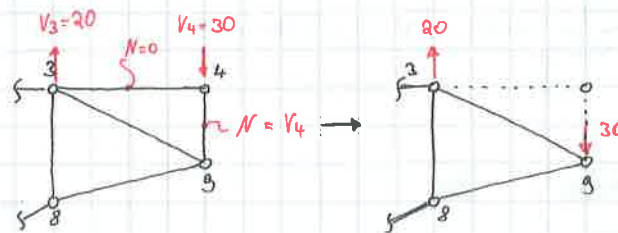


lastfall 1:

Teilsystem:



Fachwerkregel:

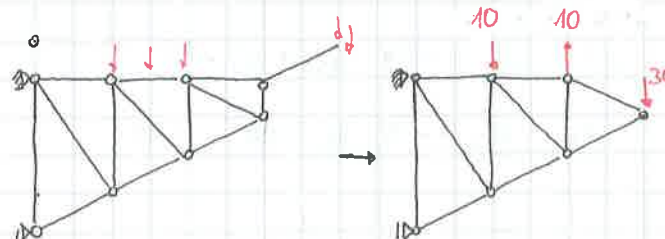


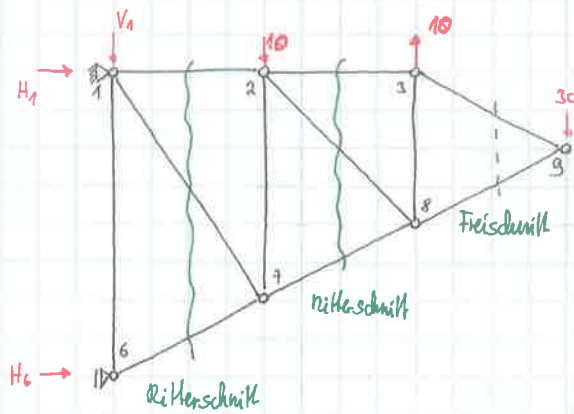
lastfall 2:

Teilsystem:



Nun wirken nur noch vertikale Einzellasten auf das Tragwerk, es macht also Sinn die lastfälle zu superponieren:

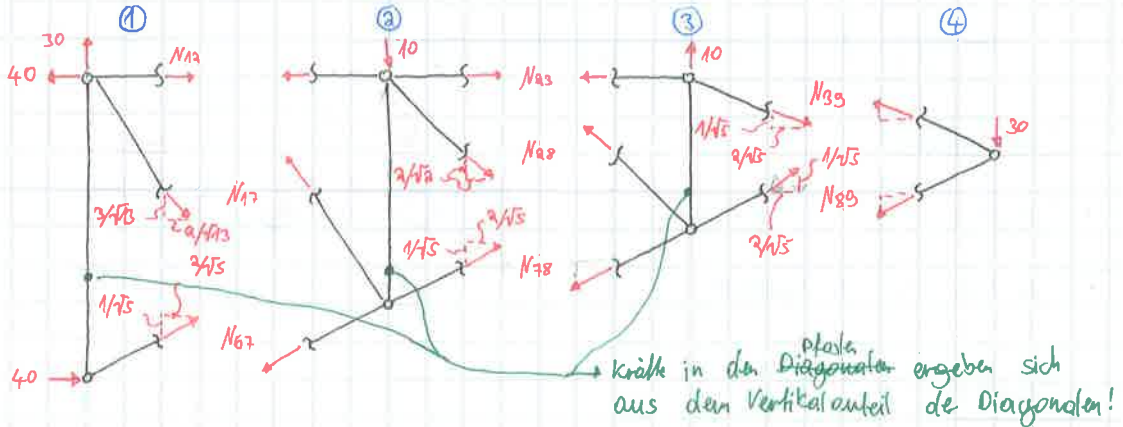




$$\sum H: H_1 = -H_6 = -40 \text{ kN}$$

$$\sum V: V_1 = -30 \text{ kN}$$

$$\sum M_1: H_6 = \frac{10 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} - 10 \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} + 30 \text{ kN} \cdot 6 \text{ m}}{4 \text{ m}} = 40 \text{ kN}$$



$$\begin{aligned} \sum M_1: 0 &= 40 \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} + N_{67} \cdot \frac{3}{5} \cdot 4 \text{ m} \rightarrow N_{67} = -20\sqrt{5} = -44,7 \text{ kN} \\ \sum M_7: 0 &= -N_{12} \cdot 3 \text{ m} + 40 \text{ kN} \cdot 1 \text{ m} + 40 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} - 30 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} \rightarrow N_{12} = \frac{100}{3} = 33,3 \text{ kN} \\ \sum M_{17}: 0 &= -\frac{1}{5} \cdot 20\sqrt{5} - \frac{3}{5} \cdot N_{17} + 30 \text{ kN} \rightarrow N_{17} = \frac{10\sqrt{5}}{3} = 12,0 \text{ kN} \end{aligned}$$

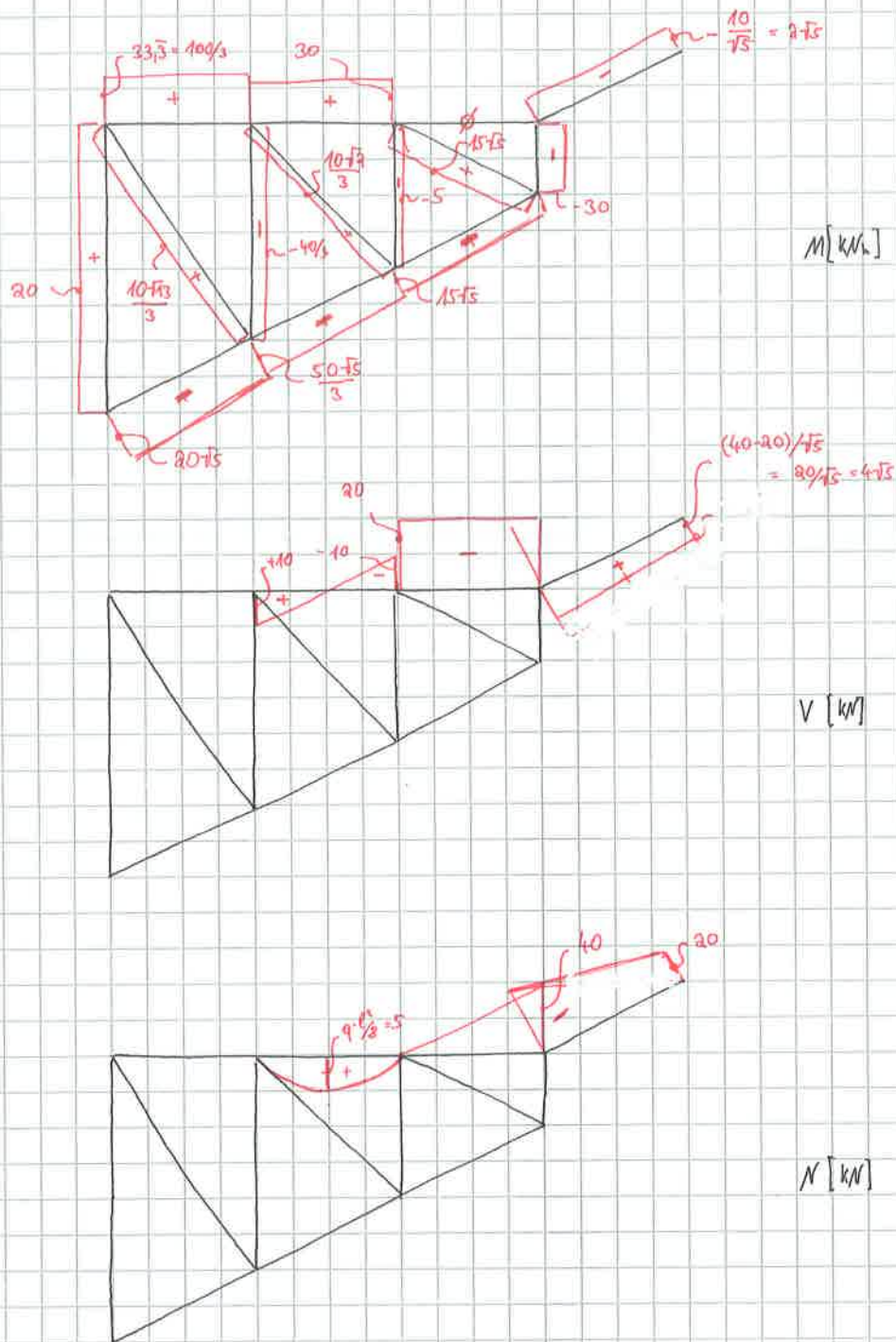
$$\begin{aligned} \sum H: N_{39} &= -N_{89} \\ \sum V: \frac{1}{5} \cdot 2 \cdot N_{39} &= 30 \text{ kN} \Rightarrow N_{39} = 15\sqrt{5} = 33,54 \text{ kN} \end{aligned}$$

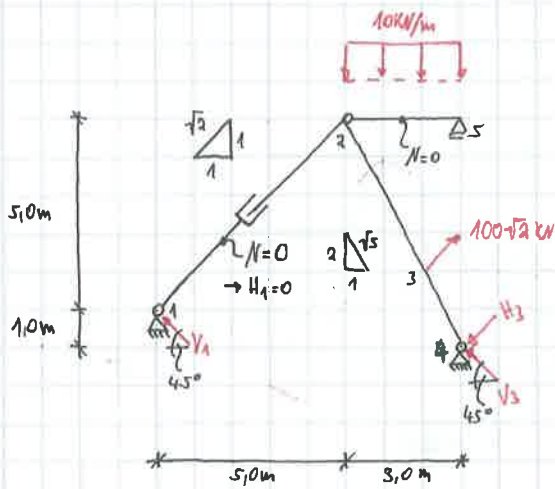
$$\begin{aligned} \sum M_8: 0 &= N_{23} \cdot 2 \text{ m} - 15\sqrt{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot 2 \text{ m} \Rightarrow N_{23} = 30 \text{ kN} \\ \sum M_2: 0 &= -\frac{1}{5} \cdot N_{78} \cdot 2 \text{ m} - \frac{2}{5} \cdot N_{28} \cdot 2 \text{ m} - \frac{4}{5} \cdot 15\sqrt{5} \cdot 2 \text{ m} - \frac{1}{5} \cdot 15\sqrt{5} \cdot 2 \text{ m} - \frac{1}{5} \cdot 15\sqrt{5} \cdot 2 \text{ m} + 10 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} \rightarrow N_{78} = \frac{50\sqrt{5}}{3} = 37,3 \\ \sum V: 0 &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot N_{21} + 10 \text{ kN} - \frac{1}{5} \cdot 15\sqrt{5} \cdot 2 + \frac{1}{5} \cdot \frac{50\sqrt{5}}{3} \rightarrow N_{28} = \frac{10\sqrt{2}}{3} = 4,7 \end{aligned}$$

Kraft in Pfosten 1-6: $N_{16} = -\frac{1}{5} \cdot N_{67} = 20 \text{ kN}$

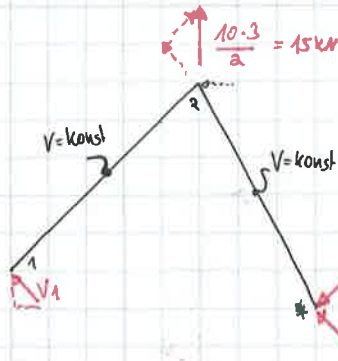
Kraft in Pfosten 2-7: $N_{27} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot N_{28} - 10 \text{ kN} = -\frac{40}{3}$

Kraft in Pfosten 3-8: $N_{38} = -\frac{1}{5} \cdot N_{39} + 10 \text{ kN} = -5 \text{ kN}$



Anmerkungen

- Zuerst die Winkel notieren!
- Systemreduzierung und Aufteilen in 2 lastfälle
- Drehen/Transformieren der Auflagerkräfte

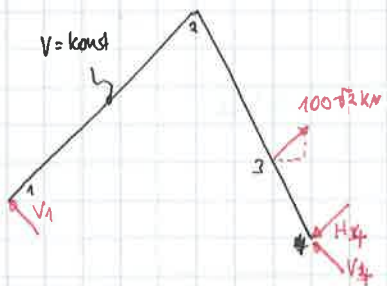


$$\sum F: H_3 = -15 \text{ kN} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{15\sqrt{2}}{2} \text{ kN}$$

$$\sum M_3: +V_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 8.0 \text{ m} - V_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1.0 \text{ m} - 15 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} = 0$$

$$\Rightarrow V_1 = +\frac{45\sqrt{2}}{7} \text{ kN}$$

$$\sum F: V_4 = +15 \text{ kN} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{45\sqrt{2}}{7} = +\frac{15\sqrt{2}}{14}$$



$$\sum F: H_3 = 100\sqrt{2}$$

$$\sum F: V_1 = -V_4$$

$$\sum M_3: V_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 8.0 - V_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1.0 + 100\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1 \text{ m} + 100\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2 \text{ m} = 0$$

$$\Rightarrow V_1 = -\frac{600\sqrt{2}}{14} \text{ kN}$$

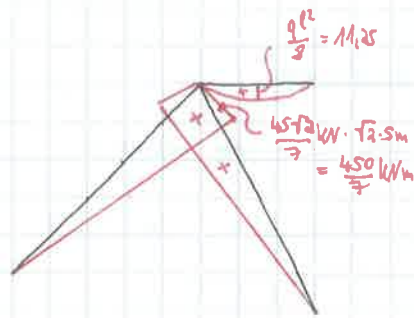
Rücktransformation:

$$\uparrow \sum F: V_{21} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{23} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} - V_{23} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = 0$$

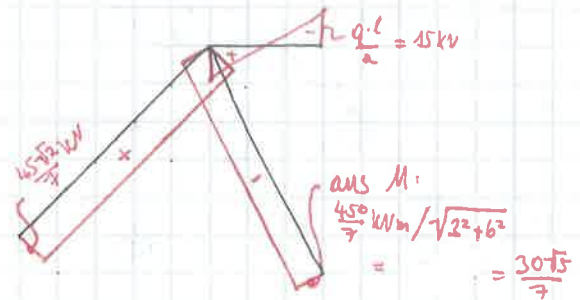
$$\rightarrow V_{23} = -\frac{\sqrt{10}}{10} \cdot V_{21}$$

$$\rightarrow \sum F: -V_{21} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + N_{23} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} - V_{23} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = 0$$

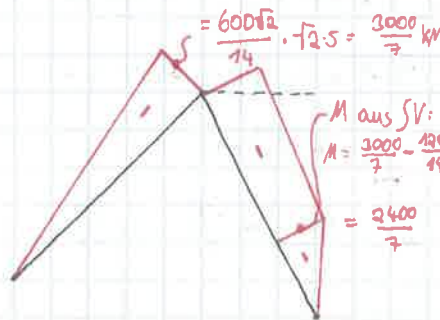
$$\rightarrow N_{23} = +\frac{3\sqrt{10}}{10} \cdot V_{21}$$

hasfall 1:

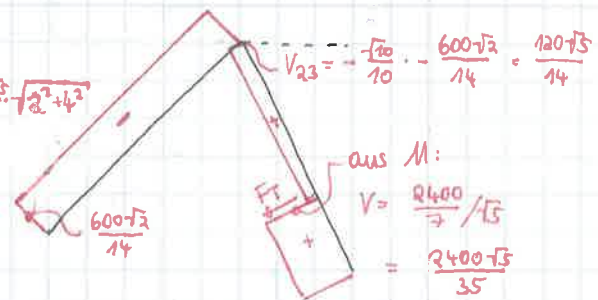
M-Verlauf



V-Verlauf

hasfall 2:

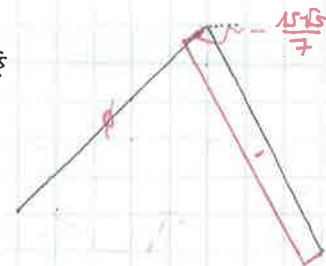
M-Verlauf



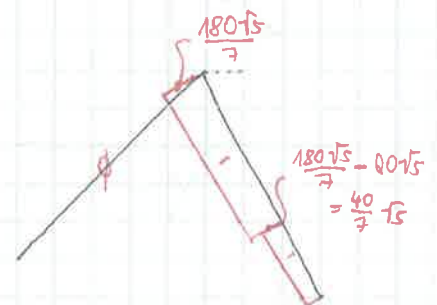
V-Verlauf

Normalkraftverläufe:

hasfall 1: $N_{23} = \frac{3\sqrt{10}}{10} \cdot \frac{45\sqrt{2}}{7} - 15 \text{ kN} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = -\frac{15\sqrt{5}}{7}$



hasfall 2: $N_{23} = \frac{3\sqrt{10}}{10} \cdot \left(\frac{600\sqrt{2}}{14} \right) = \frac{180\sqrt{5}}{7}$

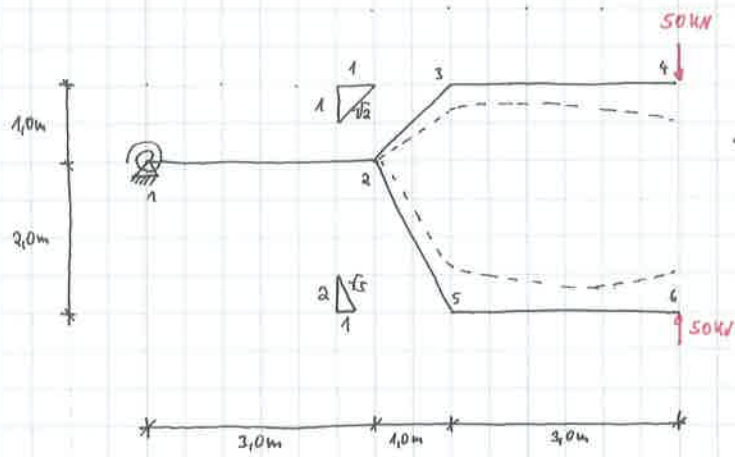


An der Stelle 3 gilt



$F_T = \text{Sprung Querkraft} = \frac{2400\sqrt{5}}{35} - \frac{120\sqrt{5}}{14} = 60\sqrt{5}$

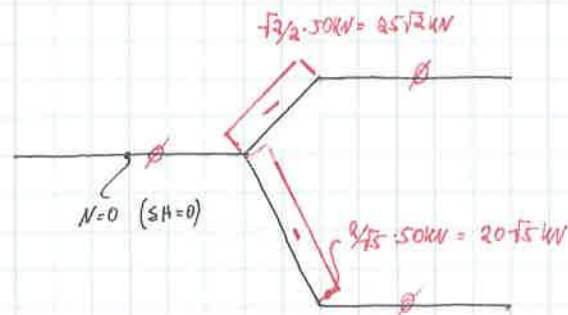
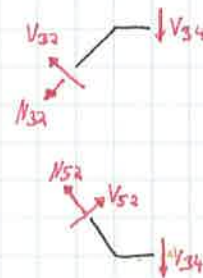
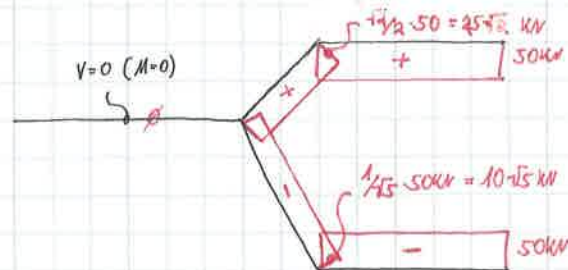
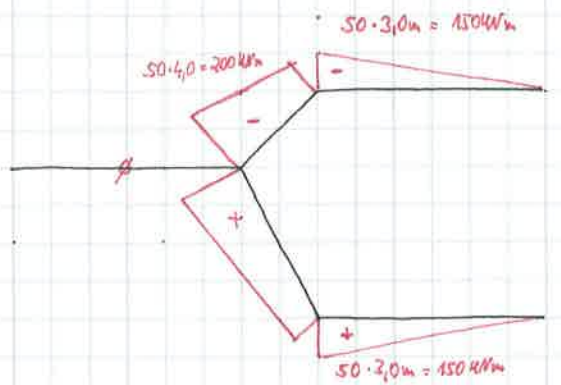
$F_N = \text{Sprung Normalkraft} = \sqrt{F^2 - F_T^2} = \sqrt{(100\sqrt{2})^2 - (60\sqrt{5})^2} = 20\sqrt{5}$

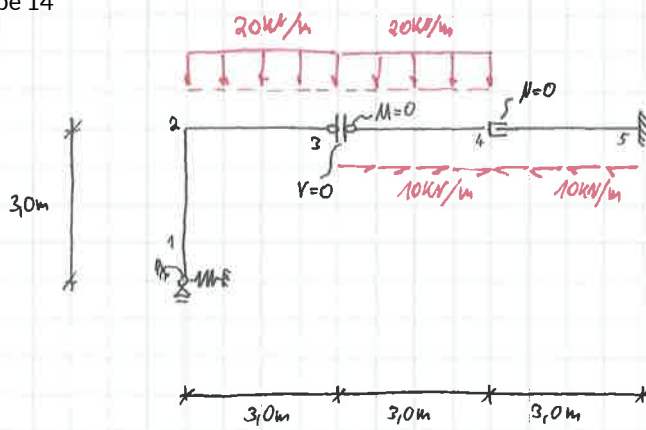


Anmerkungen

- Vorstellung der Verformungsfigur, da $\sum M_i = 0$ keine Biegung in Stab 1-2

$$\Rightarrow M_{25} = -M_{23}$$

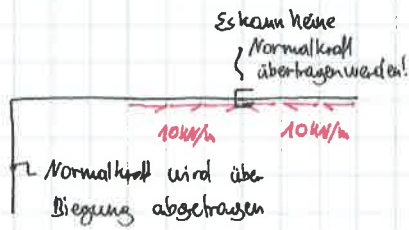




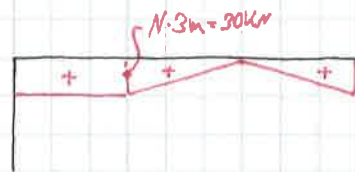
Anmerkungen

- Teilsysteme bilden & lastfälle aufteilen

lastfall 1:



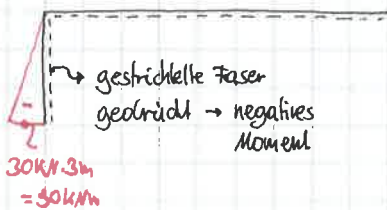
N



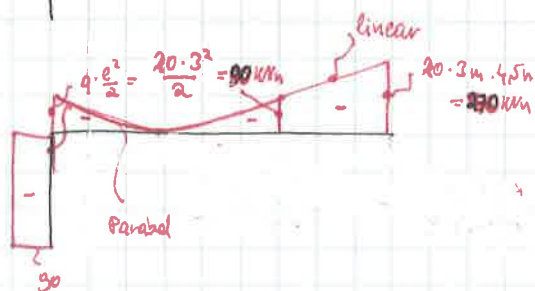
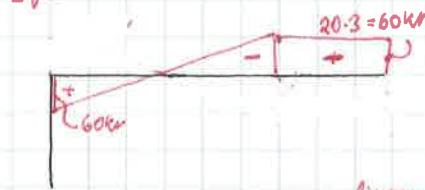
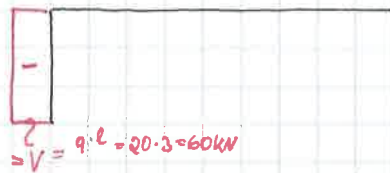
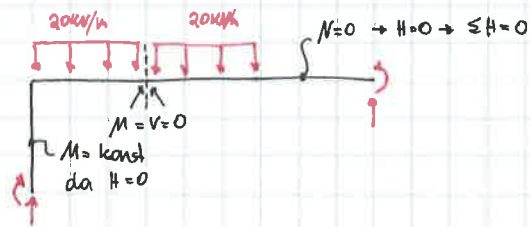
V



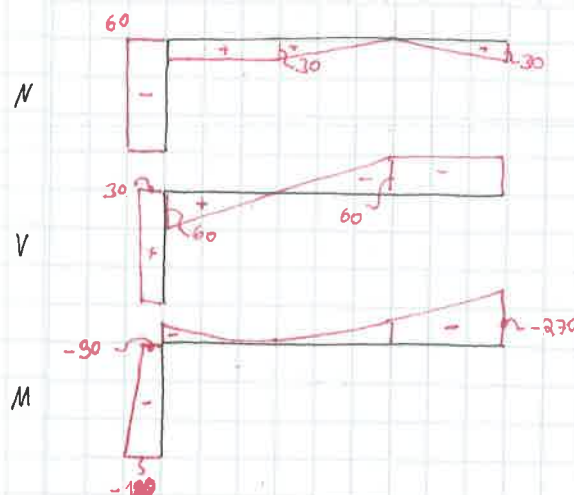
M

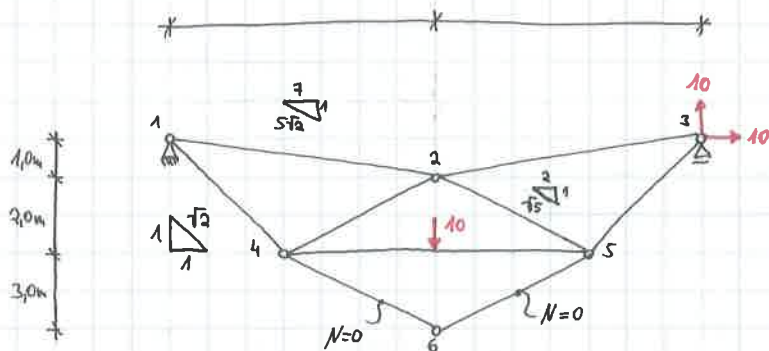


lastfall 2:



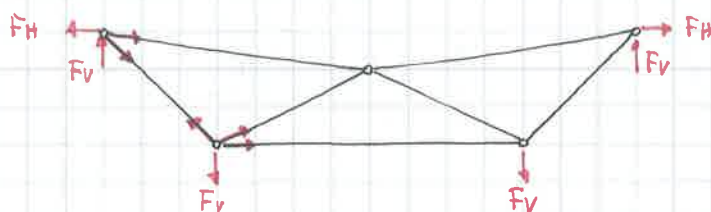
→ Superposition:





Anmerkungen

- Symmetrie ausnutzen
- Fachwerkregel anwenden
- Aufteilen in 2 haspfälle



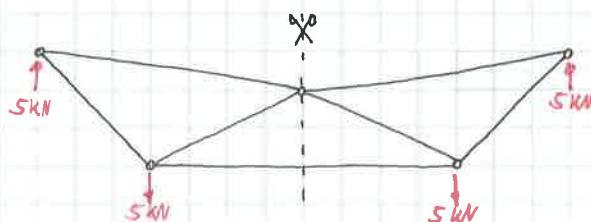
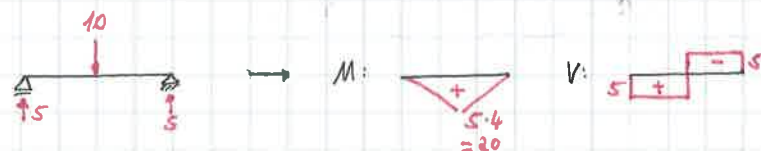
Um Knoten 1: $\uparrow \Sigma V: -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot N_{14} - \frac{1}{5\sqrt{2}} \cdot N_{12} = -F_V$ I

$\rightarrow \Sigma H: \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot N_{14} + \frac{7}{5\sqrt{2}} \cdot N_{12} = F_H$ II

Um Knoten 4: $\uparrow \Sigma V: \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot N_{41} + \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot N_{42} = F_V$ III

$\rightarrow \Sigma H: -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot N_{41} + \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot N_{42} + N_{45} = 0$ IV

haspfall 1:

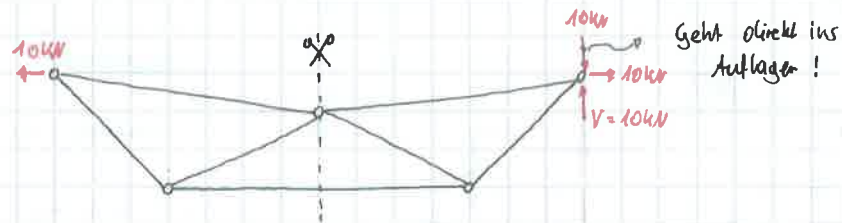


II: $N_{14} = -\frac{7}{5\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot N_{12} = -\frac{7}{5} \cdot N_{12} \rightarrow N_{14} = \frac{7}{5} \cdot \frac{25\sqrt{2}}{6} = \frac{35\sqrt{2}}{6} \text{ kN}$

I: $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{7}{5} \cdot N_{12} - \frac{1}{5\sqrt{2}} \cdot N_{12} = -5 \text{ kN} \rightarrow N_{12} = -5 \cdot \frac{5\sqrt{2}}{6} = -\frac{25\sqrt{2}}{6} \text{ kN}$

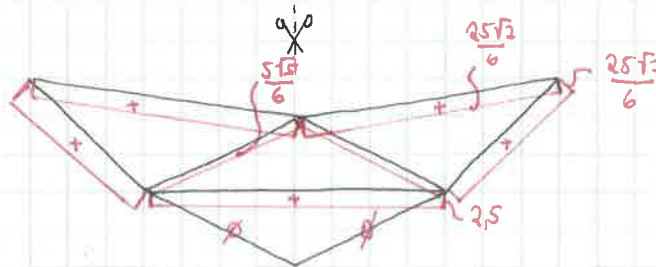
III: $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{35\sqrt{2}}{6} \text{ kN} + \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot N_{42} = 5 \text{ kN} \rightarrow N_{42} = \left(5 - \frac{35}{6}\right) \cdot \frac{\sqrt{5}}{4} = -\frac{5\sqrt{5}}{6}$

IV: $-\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{35\sqrt{2}}{6} \text{ kN} + \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \left(-\frac{5\sqrt{5}}{12}\right) = -N_{45} \rightarrow N_{45} = 7,5 \text{ kN}$

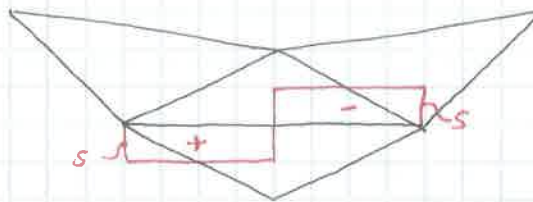
has Fall 2

$$\begin{aligned}
 \text{I: } N_{14} &= -\frac{1}{5\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} N_{12} = -\frac{1}{5} N_{12} & \rightarrow N_{14} &= -\frac{1}{5} \cdot \frac{25\sqrt{2}}{3} = -\frac{5\sqrt{2}}{3} \text{ kN} \\
 \text{II: } -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{5} N_{12} + \frac{2}{5\sqrt{2}} N_{12} &= 10 \text{ kN} & \rightarrow N_{12} &= 10 \cdot \frac{5\sqrt{2}}{6} = \frac{25\sqrt{2}}{3} \text{ kN} \\
 \text{III: } \frac{1}{\sqrt{5}} N_{42} &= -\frac{\sqrt{2}}{2} N_{44} & \rightarrow N_{42} &= \frac{5}{3} \cdot \frac{\sqrt{5}}{1} = \frac{5\sqrt{5}}{3} \text{ kN} \\
 \text{IV: } \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{5\sqrt{2}}{3} + \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{5\sqrt{5}}{3} &= -N_{45} & \rightarrow N_{45} &= -5 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

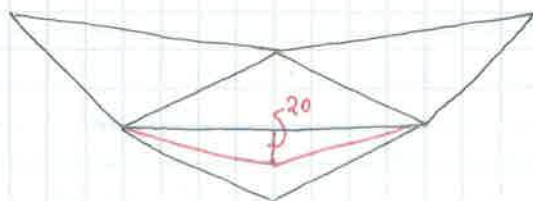
$$\begin{aligned}
 \text{Überlagerung: } N_{14} &= -\frac{5\sqrt{2}}{3} + \frac{35\sqrt{2}}{6} = \frac{25\sqrt{2}}{6} ; N_{12} = \frac{25\sqrt{2}}{3} - \frac{25\sqrt{2}}{6} = \frac{25\sqrt{2}}{6} \\
 N_{42} &= \frac{5\sqrt{5}}{3} - \frac{5\sqrt{5}}{6} = \frac{5\sqrt{5}}{6} ; N_{45} = -5 + 7,5 = 2,5
 \end{aligned}$$



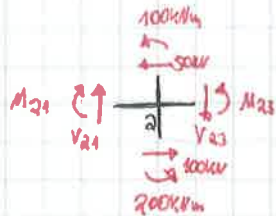
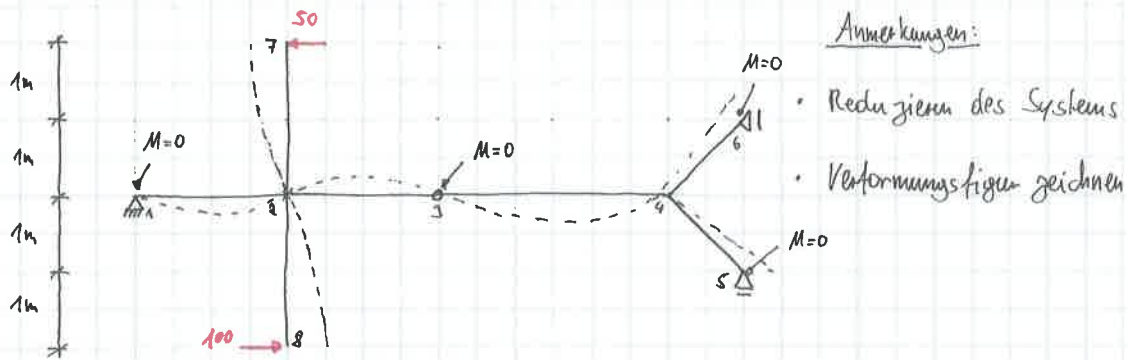
N [kN]



V [kN]



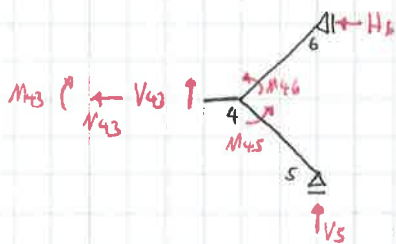
M [kNm]



$$\rightarrow \sum V: V_{21} = V_{23} \quad ; \quad \sum M: M_{21} - M_{23} = 300 \text{ kNm}$$

\Rightarrow Konstante Steigung des Moments

$$\rightarrow |M_{21}| = |M_{23}|$$



$$\rightarrow \sum V: V_5 = -V_{43}$$

$$\rightarrow \sum H: N_{43} = H_6$$

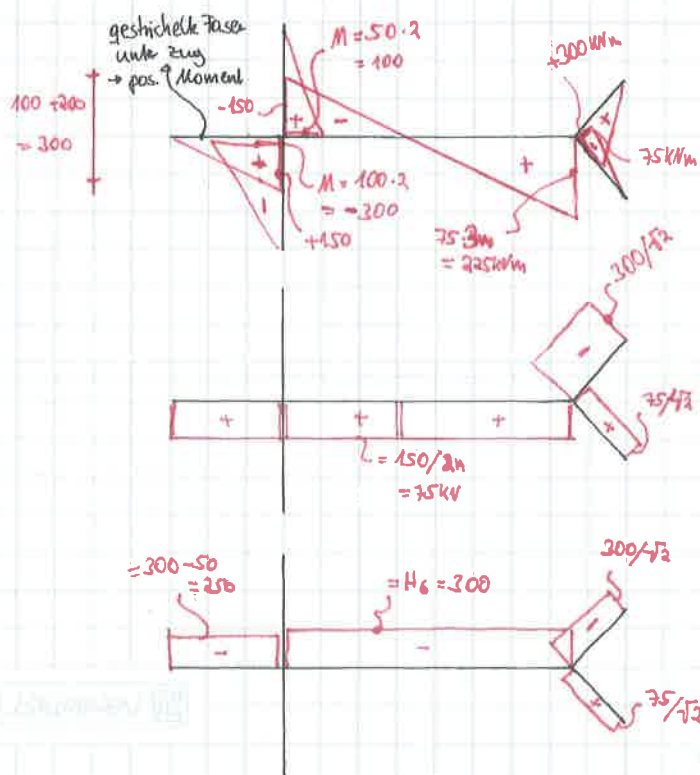
$$\Rightarrow -M_{43} + M_{45} + M_{46} = 0$$

M_{43} lässt sich aus obigen Erkenntnissen bestimmen, die Querkraft

V_{43} und damit die Auflagerkraft V_5 ebenso. Da gilt

$M_{45} = V_5 \cdot 1\text{m}$, und $M_{46} = H_6 \cdot 1\text{m}$ lässt sich nun die horizontale

Auflagerkraft H_6 bestimmen



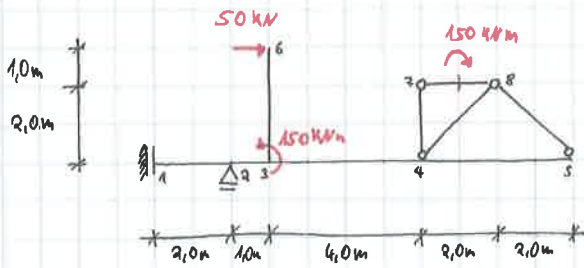
$$\rightarrow V_5 = -75 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow M_{45} = -75 \text{ kNm}$$

$$-M_{43} + M_{45} + M_{46} = 0$$

$$-225 - 75 + H_6 \cdot 1\text{m} = 0$$

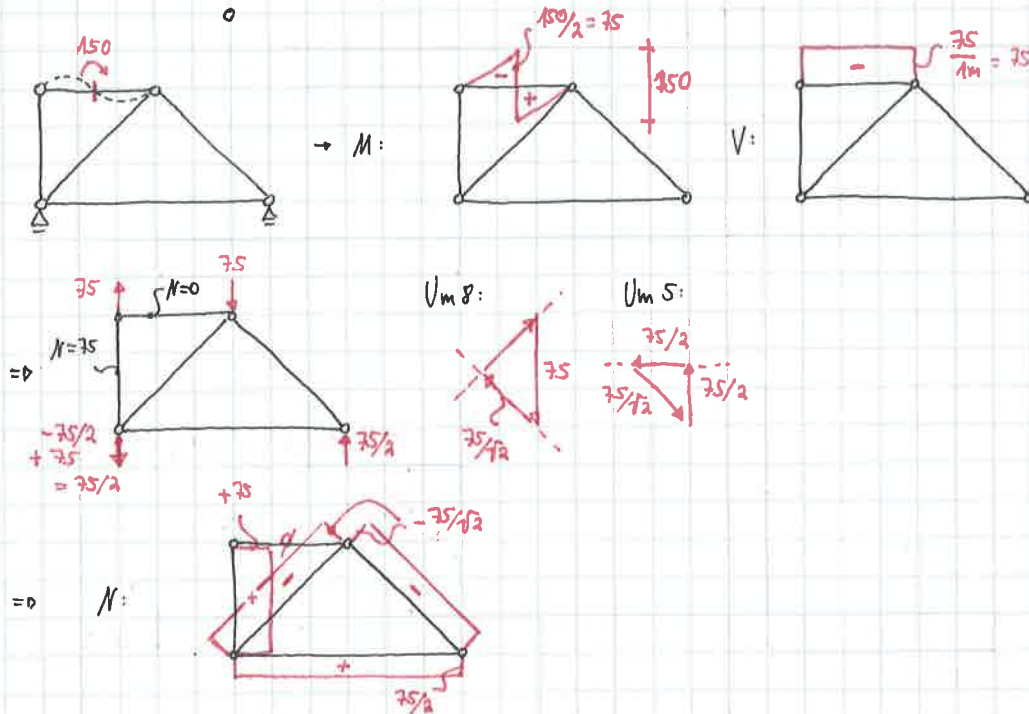
$$\Rightarrow H_6 = +300 \text{ kN}$$



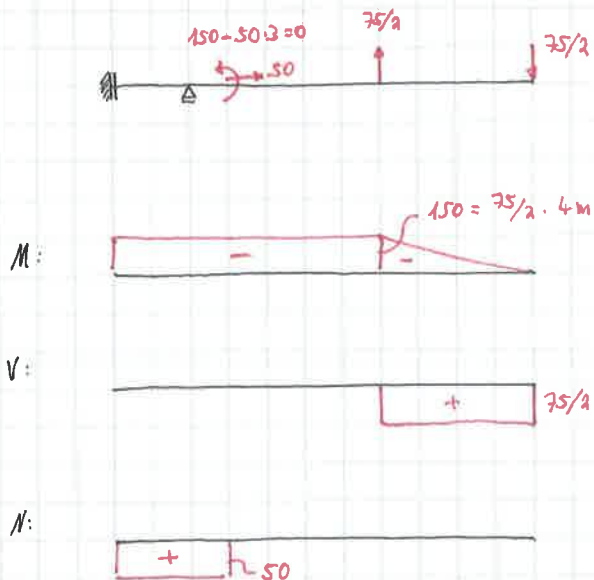
Anmerkungen

- System reduzieren
- Teilsystem bilden
- Fachwerkregeln anwenden

Teilsystem 1: Stab 7-8: $V = \text{konst} \rightarrow M$ mit konstanter Steigung $\rightarrow |M_{el}| = |M_{ed}|$

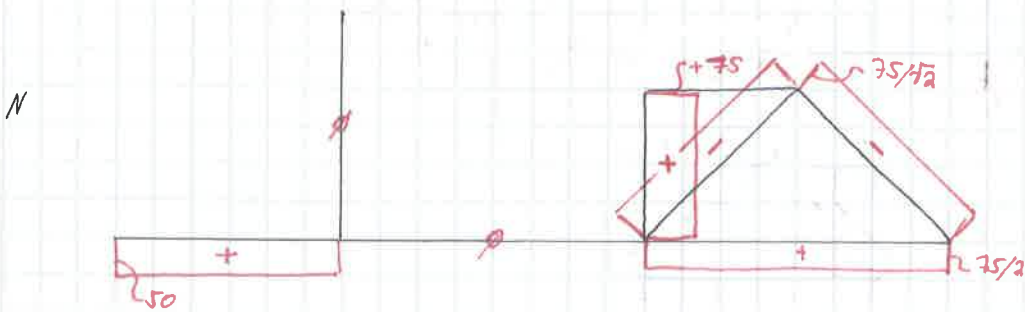
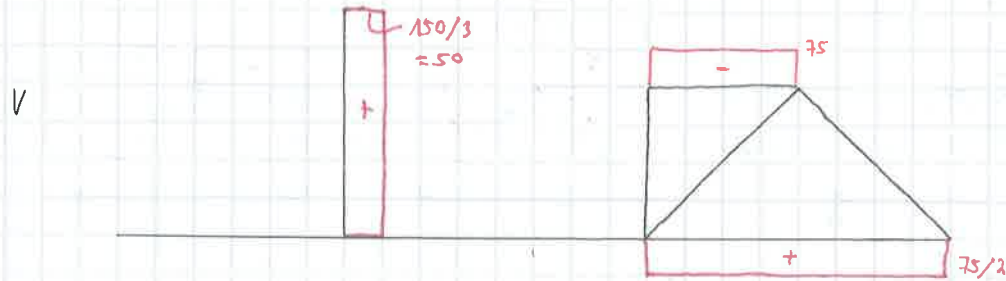
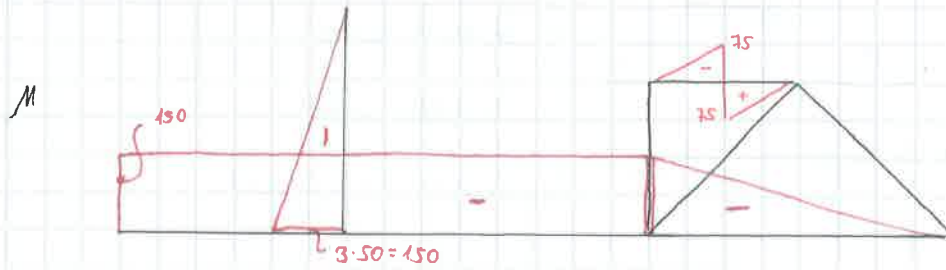


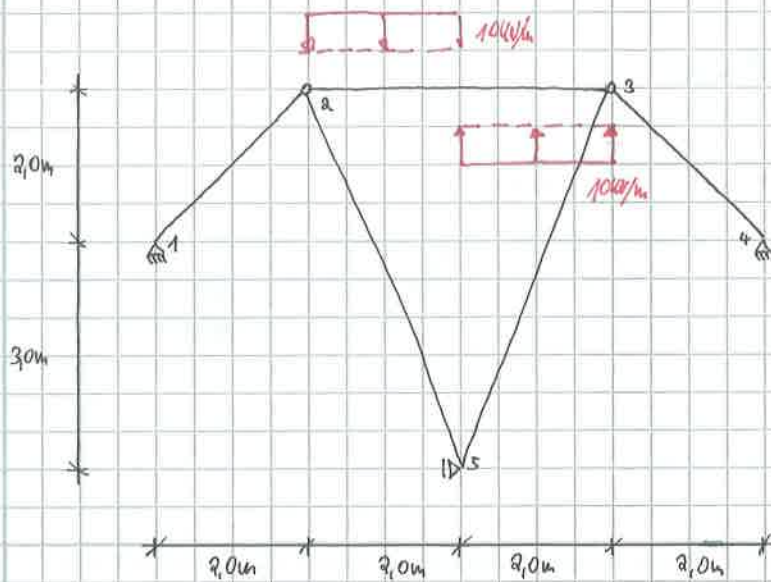
Teilsystem 2:



Tipp: Erst Querkraft ermitteln,
dann Moment aus Integration

Superposition:





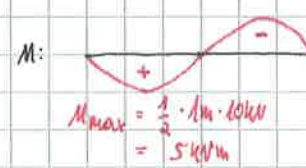
Anmerkungen

- Teilsysteme bilden
- zeichnerische Lösung der Normalkräfte

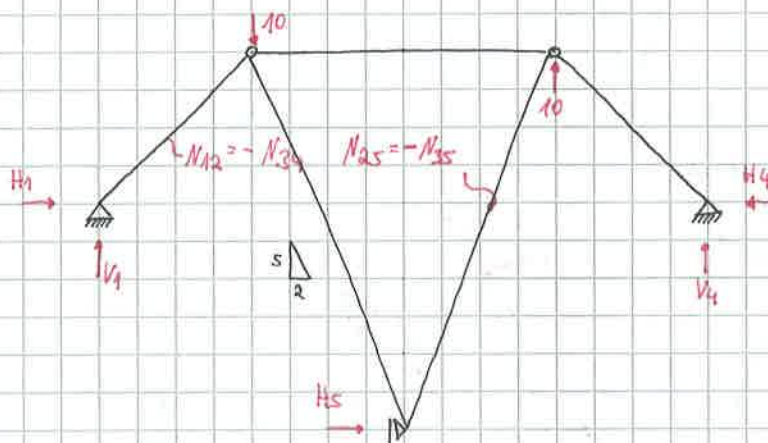
Teilsystem:



Durch Integration:



Untersuchung des Fachwerkes:



Symmetrie:

$$V_1 = -V_4$$

$$H_1 = -H_4$$



$$\sum M_5: -V_1 \cdot 4m - H_1 \cdot 3m + 10 \cdot 2m + 10kN \cdot 2m + V_4 \cdot 4m + H_4 \cdot 3m$$

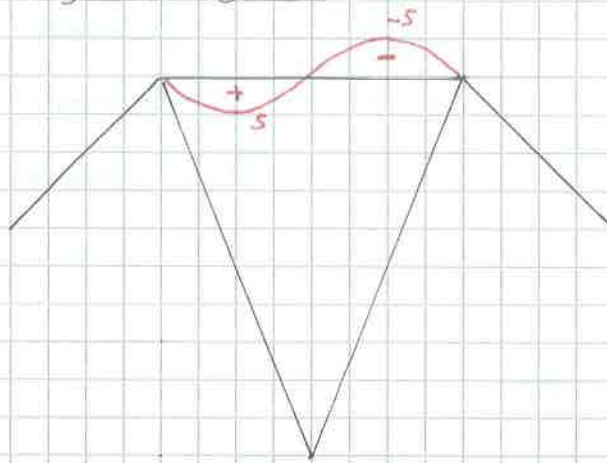
$$\Leftrightarrow -V_1 \cdot 4m - H_1 \cdot 3m + 40kNm - V_4 \cdot 4m - H_4 \cdot 3m = 0$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{40kNm}{14m} = \frac{20}{7} kN = H_1 = H_4 = V_4$$

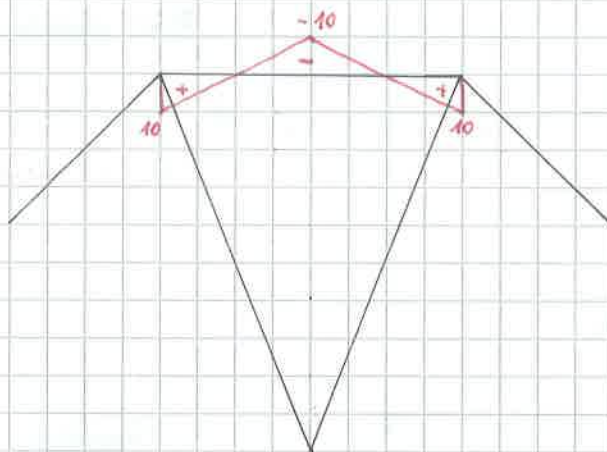
Um 1: $\rightarrow N_{12} = \sqrt{2} \cdot \frac{20}{7} kN$ (Druck)

Um 2: \rightarrow kraftsch. geschlossen, wenn $N_{23} = 0$
 $\Rightarrow N_{25} = \left(10kN - \frac{20}{7} kN \right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{5} = \frac{10\sqrt{2}}{7}$ (Druck)

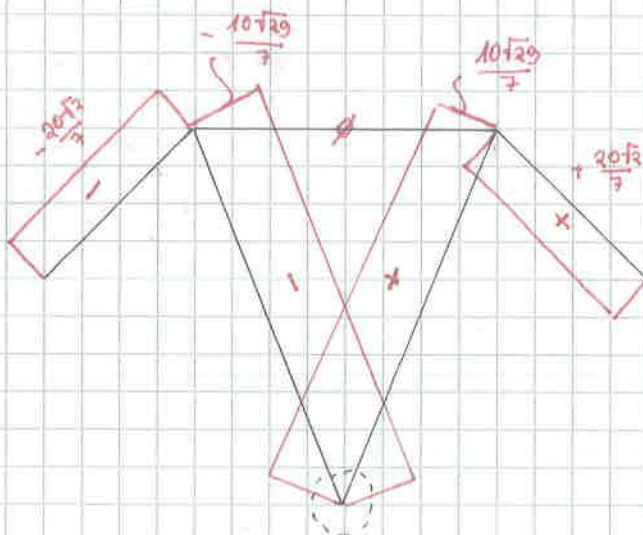
Zusammensetzen der Ergebnisse



M
[kNm]



V
[kN]

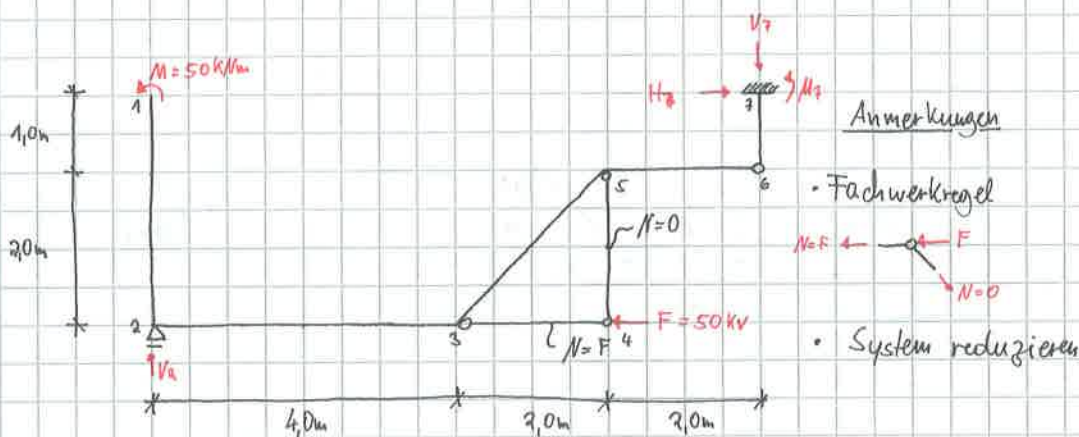


N
[kN]

$$H_5 = 2 \cdot \frac{20}{7} = \frac{40}{7} \text{ kN}$$

$\frac{20}{7}$

→ siehe Gleichgewicht um ②

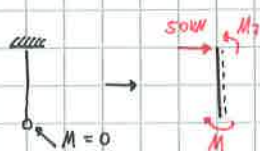


$$\sum H \rightarrow H_2 = F = 50 \text{ kN}$$

Teilsystem 6-7:

$$\Rightarrow M = 0 = -50 \text{ kN} \cdot 1 \text{ m} + M_7$$

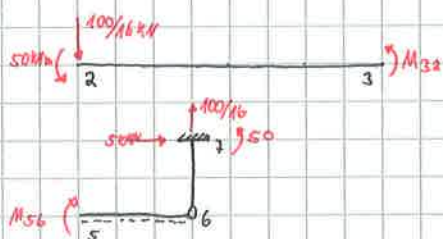
$$\rightarrow M_7 = 50 \text{ kNm}$$



$$\sum V : V_2 = V_7$$

$$\sum M_7 : 50 \text{ kNm} - V_2 \cdot 8 \text{ m} - 50 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} + 50 \text{ kNm} = 0 \rightarrow V_2 = -\frac{100}{16} \text{ kN}$$

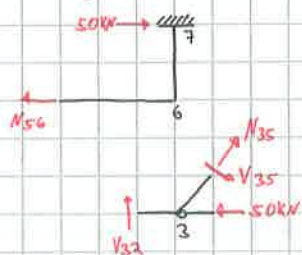
Bestimmung der Momentenverläufe:



$$\rightarrow M_{32} = -50 \text{ kNm} \Rightarrow \frac{100}{16} \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} = -75 \text{ kNm}$$

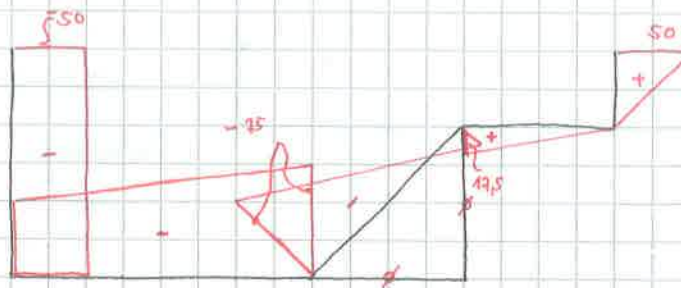
$$\rightarrow M_{56} = -50 \text{ kN} \cdot 1 \text{ m} + 50 \text{ kNm} + \frac{100}{16} \cdot 2 \text{ m} = +\frac{100}{8} \text{ kNm}$$

Bestimmung der Normalkraftverläufe

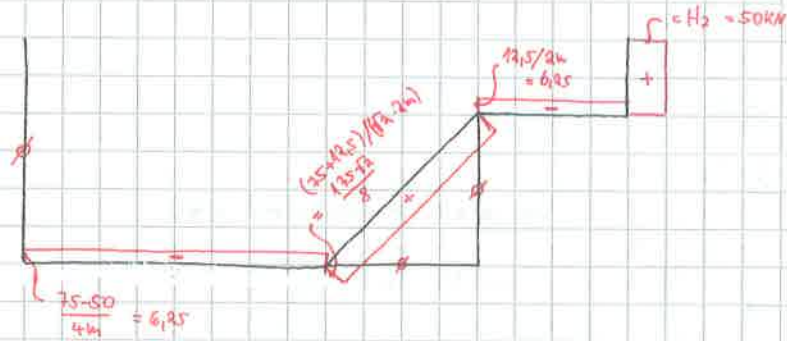


$$\rightarrow N_{56} = +50 \text{ kN}$$

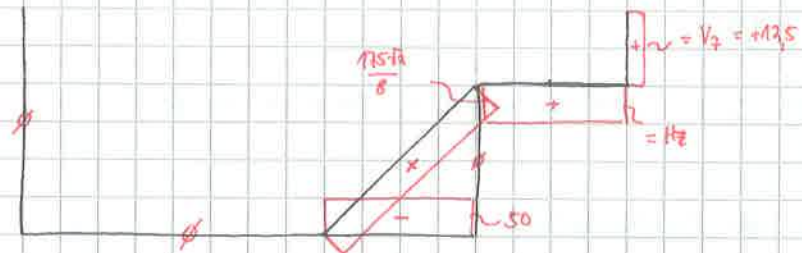
$$\rightarrow N_{35} = +\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (-V_{32} + 50 \text{ kN}) = +\frac{175 - \sqrt{2}}{8}$$



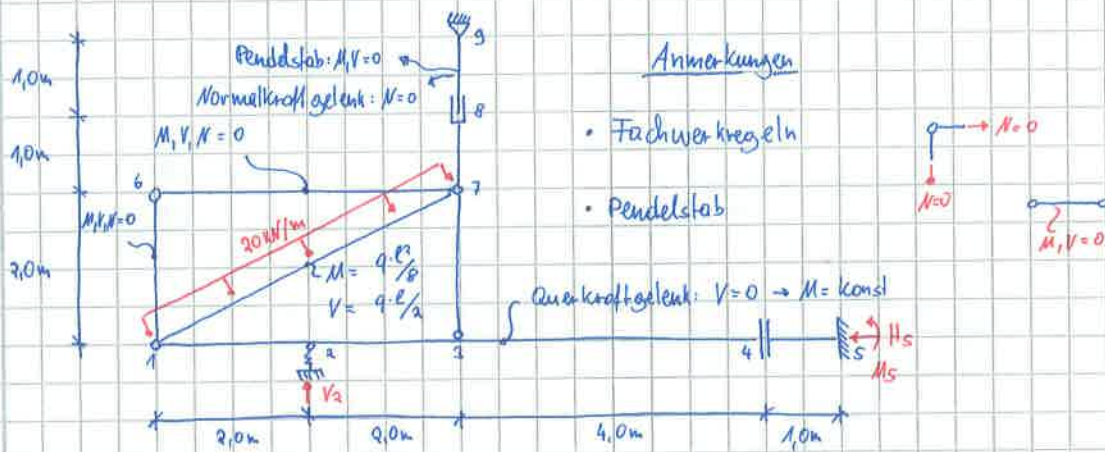
M
[kNm]



V
[kN]



N
[kN]

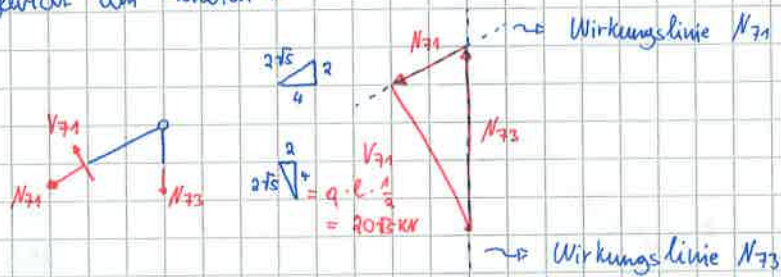


Am Gesamtsystem:

$$\sum V: V_2 = 20 \text{ kN/m} \cdot 4 \text{ m} = 80 \text{ kN}$$

$$\sum H: H_5 = 20 \text{ kN/m} \cdot 2 \text{ m} = 40 \text{ kN}$$

Gleichgewicht um Knoten 7:



$$\rightarrow \sum H: -N_{71} \cdot \frac{4}{2\sqrt{5}} + V_{71} \cdot \frac{2}{2\sqrt{5}} \rightarrow N_{71} = 10\sqrt{5} \text{ kN}$$

$$\rightarrow \sum V: V_{71} \cdot \frac{4}{2\sqrt{5}} = N_{73} + N_{71} \cdot \frac{2}{2\sqrt{5}} \rightarrow N_{73} = 50 \text{ kN}$$

GGW an Knoten!

Querkraft an Balken 1-5



Momentenverlauf aus Balken 1-5: Integration der Querkraft

